La calculadora d'Ahmés
Reflexió i raonament entorn del propi sistema de numeració i del significat de les seves operacions a través de la investigació, com a base de l'aprenentatge matemàtic

Guillem Bonet Carbó
INS Santa Coloma de Farners
gbonet2@xtec.cat

Roser Matas Nadal
INS Santa Coloma de Farners
rmatas2@xtec.cat

Resum

Estudi del propi sistema de numeració decimal a través de la investigació del sistema de numeració egipci. Aquesta experiència ha estat realitzada amb els alumnes de 1r d'ESO de l'INS Santa Coloma de Farners en coordinació amb el Departament de Socials, i amb alguna col·laboració esporàdica de l'assignatura de visual i plàstica.

El procés d'investigació que es proposa consisteix a descobrir el sistema de numeració i diversos algorismes de càlcul a l'antic Egipte, dels quals l'alumnat estudia la validesa i extreu propietats aplicables al sistema de numeració.

Paral·lelament, en l'assignatura de Socials s'estudia la vida, els costums i l'oligarquia a l'antic Egipte.

Abstract

A study of the decimal system by means of investigation of the Egyptian numbering system, based on exercises carried out with second-year secondary students at the INS Santa Coloma de Farners school, in coordination with their Social and Arts departments.

The project was designed to explore the numbering system and various calculation algorithms used in ancient Egypt, from which students could study their validity and identify properties applicable to our numbering system.

At the same time, in terms of social studies, the life, traditions and oligarchy of ancient Egypt were also considered.

1. Metodologia

L'activitat que es descriu a continuació, portada a terme pels alumnes de 1r d'ESO a l'INS Santa Coloma de Farners a l'inici del curs 2015-2016, forma part d'un projecte d'estudi de la civilització egípcia treballat des de les assignatures de Socials, Matemàtiques i Educació visual i plàstica.

El pes lectiu que ha suposat aquest treball per a l'assignatura de Matemàtiques (única part del projecte que es descriurà a l'article) és de 8 hores lectives (una hora setmanal durant 8 setmanes).

A l'hora de planificar l'activitat, es va voler donar un gir a l'enfocament metodològic pel que fa a l'adquisició dels conceptes corresponents al sistema de numeració decimal (p. e.: unitat, desena, centena...), intentant que l'activitat que es preparava fos rica competencialment, la qual cosa va implicar la necessitat de buscar reptes per als alumnes i maneres de treballar a l'aula diferents de les habituals.

Per tant, seguint les idees de Burgués (2013) —«L'adquisició de les competències matemàtiques demana maneres de treballar que en potenciïn el desenvolupament [...] El professor ha de provocar curiositat i proposar reptes i donar prou temps per investigar i reflexionar. Ha d'encoratjar l'alumne a construir els seus aprenentatges i ajudar-lo a prendre consciència del seu progrés. [...] Això ajudarà a crear una cultura de classe més basada en la interrogació que en la cerca de respostes immediates»—, ens va semblar molt coherent basar l'aprenentatge en la investigació, la reflexió i el treball en grup.

Naturalment, el canvi en l'enfocament metodològic va suposar una transformació significativa en les dinàmiques habituals dins l'aula, ja que els rols de professor i alumne esdevenien els de «mer coordinador» i «petits arqueòlegs», respectivament. Els alumnes s'agrupaven en equips heterogenis de quatre membres i investigaven sobre els punts que es demanaven en cada sessió.

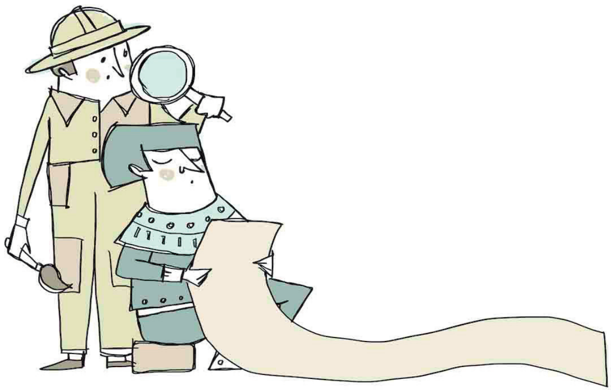
Finalment, tot i que l'estudi dels nombres egipcis no és un contingut curricular de 1r d'ESO, sí que ho és l'estudi en general del propi sistema de numeració i, en concret, dels nombres naturals, els nombres enters, els nombres racionals i les fraccions. Amb aquest treball es pretén, doncs, aprofundir en l'estudi del propi sistema de numeració a través de la investigació del sistema de numeració egipci i les seves regles de càlcul.

2. Primeres investigacions

Què ens proposem?

Abans de començar a endinsar-nos en el càlcul en nombres egipcis, cal entendre el marc en el qual ens movem: cal conèixer qui eren els antics egipcis, en quins territoris i en quins períodes van viure, com s'organitzaven, com treballaven... en definitiva, com vivien el dia a dia. Aquesta part, marc necessari del nostre treball matemàtic posterior, es treballa a l'assignatura de Socials.

A l'assignatura de Matemàtiques ens centrem més en la part científica de la cultura egípcia, sobretot en la necessitat de conèixer les matemàtiques i la necessitat de transmetre el coneixement adquirit. Es demana als alumnes que portin a terme diferents investigacions en aquest sentit, treballant en petits grups i usant com a font d'informació la biblioteca del centre i Internet.



Imatge 1. L'escriba Ahmés i Henry Rhind, que ambientaven les aules de 1r d'ESO.

En aquest context apareix de forma natural, o si cal artificialment a proposta del professor, la figura de l'escriba Ahmés, el papir Rhind i la figura de Henry Rhind, l'arqueòleg que va descobrir els escrits d'aquell.

És important que es parli dels escribes i, en particular, d'Ahmés, perquè en la resta del treball ens endinsarem en una part de l'aritmètica mostrada al papir Rhind.

Reflexions del professor

Un inconvenient amb què ens hem trobat en aquesta part del treball és que els alumnes tendeixen a copiar literalment tot el que troben a Internet relacionat amb el tema, sense cap mena de filtratge. Per tant, si ho considerem necessari, serà convenient mostrar als alumnes algunes pautes a seguir a l'hora de recollir informació d'Internet.

En el moment de la posada en comú del que s'ha trobat, del que els alumnes han considerat interessant en les seves cerques d'informació, han sortit idees molt interessants. Per exemple, alguns alumnes explicaven importants descobriments científics que s'havien fet, que donaven sentit a la recerca científica i que milloraven considerablement la vida dels antics egipcis. Una d'aquestes troballes era la predicció de les riuades del Nil, un fet important per a l'avenç de l'agricultura i de la geometria.

A mesura que es trobava informació interessant, el professor demanava als alumnes que desenvolupessin aquell punt en forma de pòster per exposar a l'aula. D'aquesta manera, el grup informava els altres companys de la seva troballa i s'ambientava l'aula amb material treballat, ambientació que era complementada amb els dibuixos de Roser Matas (vegeu l'exemple de la imatge 1).

L'ambient que s'ha generat durant la setmana que ha durat aquesta primera part del treball ha estat molt positiu i engrescador per a tots els alumnes i això ha fet que fins i tot alguns dels que no acostumen a treballar s'hi arremanguessin les mànigues.

3. Anàlisi del sistema de numeració

Què ens proposem?

Amb aquesta activitat busquem que els alumnes analitzin el propi sistema de numeració decimal a través de l'estudi i l'anàlisi del sistema de numeració egipci. També volem consolidar l'ordre d'unitats del sistema decimal (unitats, desenes, centenes...) i arribar a una familiarització suficient que ens permeti deduir la suma i la resta sense dificultat. Aquest darrer punt el treballarem de forma manipulativa usant un àbac.

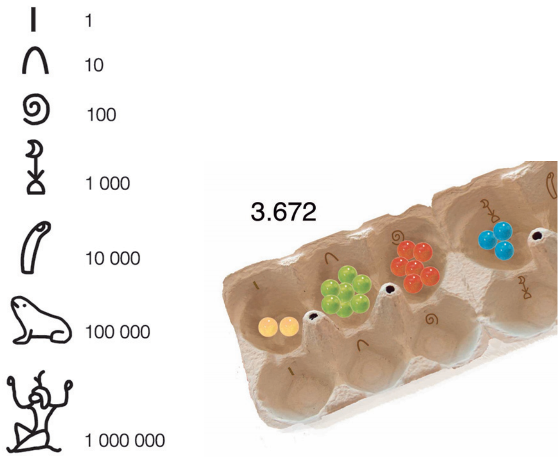
Desenvolupament de l'activitat

Es demana als alumnes investigar sobre el sistema de numeració egipci. Se'ls proposa que busquin a Internet com es representen els nombres egipcis i que ho intentin explicar a través d'exemples.

Per ampliar l'activitat s'ha proposat als estudiants verificar les seves teories amb un àbac, com ho feien els antics egipcis. Aquest àbac l'han creat els mateixos alumnes a partir d'una ouera a la classe d'educació visual i plàstica.

L'ouera té unes dimensions de 6 × 2; per tant, podem considerar que té dues files de sis, o sis columnes de dos. A cada columna hi podem distribuir fins a 10 boles (però mai acceptarem 10 boles en una casella).

Les boles d'una columna tindran un color o una forma diferents dels de les altres columnes per poder-les diferenciar. D'aquesta manera, serà més fàcil de creure que una bola vermella «val» 10 boles verdes, per exemple. Amb aquesta notació es pot representar a l'ouera fins al nombre 999.999.



Imatge 2. Numeració egípcia i àbac improvisat amb una ouera representant el nombre 3.672.

Reflexions del professor

A primer cicle de secundària els alumnes ja coneixen el sistema numèric romà, per la qual cosa els resulta especialment senzill assimilar el sistema egipci, més simple que el romà.

A l'hora de representar cada nombre i entendre la posició que hi ocupa cada xifra, els resulta fàcil de classificar, ja que amb els nombres egipcis s'usa un símbol diferent per a cada ordre d'unitats. Els alumnes que mostren dificultats per entendre l'equivalència entre les diferents unitats poden treballar amb material «Base 10» o «Material multibase», que són uns cubs petits d'1 cm de costat, apilables en tires de 10 cubs, en quadrats de 100 cubs o en cubs de 1.000 unitats de minicubs.

En general, els alumnes no mostren dificultat en l'ús de l'àbac per a representar nombres. Col·loquen a la fila superior de l'ouera el nombre de boles que correspon a cada xifra del nombre i a la inferior les sobrants.

4. Anàlisi de les operacions suma i resta

Què ens proposem?

En aquest cas, i per posar en pràctica el sistema de numeració que s'acaba de veure en el punt anterior, ens proposem un exercici senzill: buscar un algorisme per calcular amb nombres egipcis la suma i la resta de dos nombres.

L'objectiu real d'aquesta activitat és que l'alumne investigui el funcionament de les operacions bàsiques en el propi sistema de numeració i entengui el mecanisme de càlcul de la suma i la resta (per què «en portem» quan sumem, o què passa amb les restes quan «en portem»).

Per ampliar l'activitat, s'ha proposat als alumnes que comprovin si el seu mètode de suma o resta funciona amb l'àbac-ouera que han construït a plàstica.

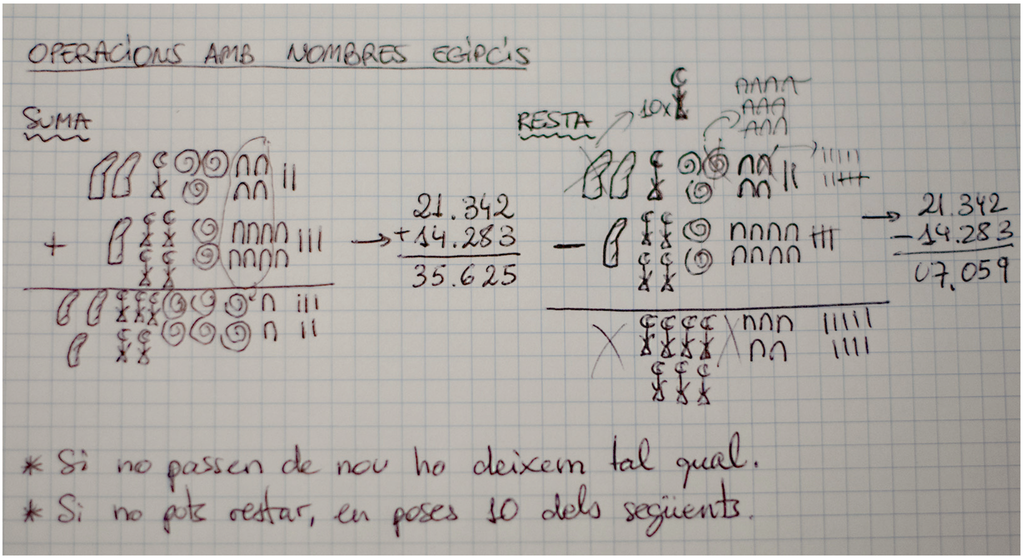
Desenvolupament de l'activitat

Es proposa als alumnes intentar deduir com sumaven i restaven els antics egipcis. Per tant, han d'inventar, analitzar i explicar un algorisme de càlcul que els funcioni amb nombres egipcis (no poden fer servir la nomenclatura indoaràbiga).

També es proposa als alumnes, a mesura que van acabant la seva primera tasca, analitzar què succeeix quan «en porten» en una resta.

Exemples de propostes i resultats dels alumnes

Proposta: *Busqueu una forma de sumar i restar dos nombres egipcis sense usar l'escriptura indoaràbiga d'aquests nombres. Expliqueu les particularitats d'aquesta suma i aquesta resta. Comproveu els dos resultats obtinguts.*



Imatge 3. Detall de la llibreta d'un alumne amb la proposta de suma i resta.

Reflexions del professor

Els alumnes no tenen dificultats per deduir l'algorisme de la suma. Gairebé tothom dedueix que cal sumar cada símbol només amb aquells símbols que són iguals, i això dona sentit a les operacions que fem en el nostre sistema de numeració: sumem unitats amb unitats, desenes amb desenes...

Pel que fa a la resta, mentre l'alumne pugui «treure» unitats de cada símbol, no tindrà problemes; ara bé, quan ha de restar «portant-ne», ja ho veu un xic més difícil. Investigant aquesta situació, acaben resolent el conflicte convertint un símbol superior en la quantitat equivalent de símbols més petits. Ara bé, aquí els apareix un dilema: entenen perfectament el mètode egipci i comencen a dubtar del propi. No entenen per què a l'hora de «portar-ne» s'afegeix una unitat al subtrahend: l'antic algorisme xoca amb el que acaben de trobar. Cal aprofundir una miqueta més per descobrir (moltes vegades amb l'ajuda del professor) que és el mateix treure una xifra al minuend que afegir-ne una al subtrahend, ja que les xifres queden igual de «compensades». Un cop vist això, ja resulta més fàcil adonar-se que és més avantatjós i còmode afegir la xifra al subtrahend.

Alguns alumnes han mostrat alguna dificultat amb el càlcul de l'àbac, però es tractava d'alumnes amb problemes anteriors de càlcul (amb dificultats per a realitzar operacions bàsiques) que han acabat agraint la visualització i la manipulació del càlcul. Aquests alumnes han acabat el curs mostrant alguna millora en la suma i la resta, però amb dificultats en operacions més complicades.

Pensem que el fet d'haver estat capaços de descobrir aquestes propietats per si mateixos, i haver-les treballat de forma manipulativa amb l'àbac, reforça encara més la seva comprensió del càlcul bàsic en el propi sistema de numeració.

5. Anàlisi de les operacions producte i divisió

Què ens proposem?

Analitzar l'algorisme egipci del producte i la divisió a través de la resolució d'alguns problemes proposats i ambientats en l'antic Egipte.

Desenvolupament de l'activitat

Es proposen diversos enunciats de problemes adaptats al nivell de l'alumne i que podria haver realitzat l'escriba Ahmés. Seguit de cada problema s'afegeixen amb nombres egipcis els càlculs que Ahmés hauria fet per resoldre el problema i la solució del mateix problema, també amb nombres egipcis.

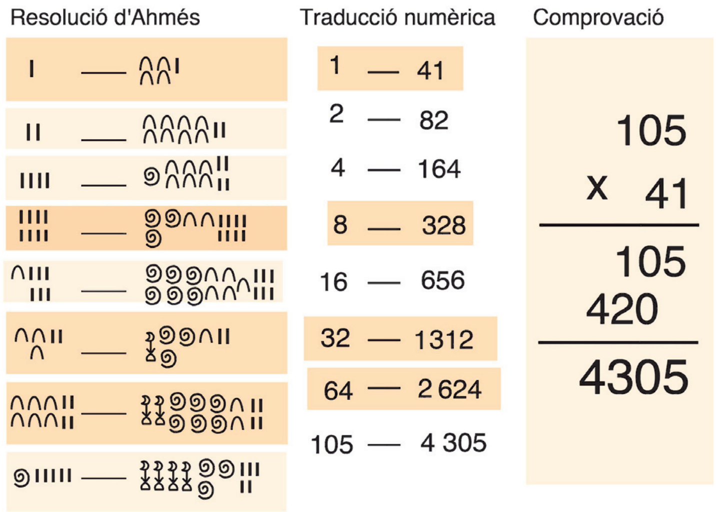
Els alumnes comparen l'algorisme usat per Ahmés i la pròpia resolució del problema; comparen resultats (haurien de ser els mateixos), i després d'una anàlisi de diversos problemes acaben deduint que el mètode usat per l'escriba és un algorisme vàlid per fer qualsevol multiplicació, o divisió, segons el cas.

També es poden proposar problemes no resolts (vegeu el problema 3) perquè els alumnes els resolguin usant ambdós mètodes i comprovin que, efectivament, donen el mateix resultat.

En algun cas, i per reforçar l'efecte de desenvolupar un rol d'arqueòleg-egiptòleg, es pot posar el text en una llengua diferent de la pròpia de l'alumne, de manera que aquest no només hauria de desxifrar l'algorisme usat, sinó també el text. La traducció del text s'hauria de poder fer fàcilment (com a últim recurs, usant un traductor de Google, per exemple).

Exemples de propostes i resultats dels alumnes

Problema 1: *El faraó donarà 41 denaris a cadascun dels 105 soldats que han tornat de la batalla. Quants denaris pagarà en total?*



Imatge 4. Resolució d'Ahmés del problema 1, traducció i comprovació del resultat.

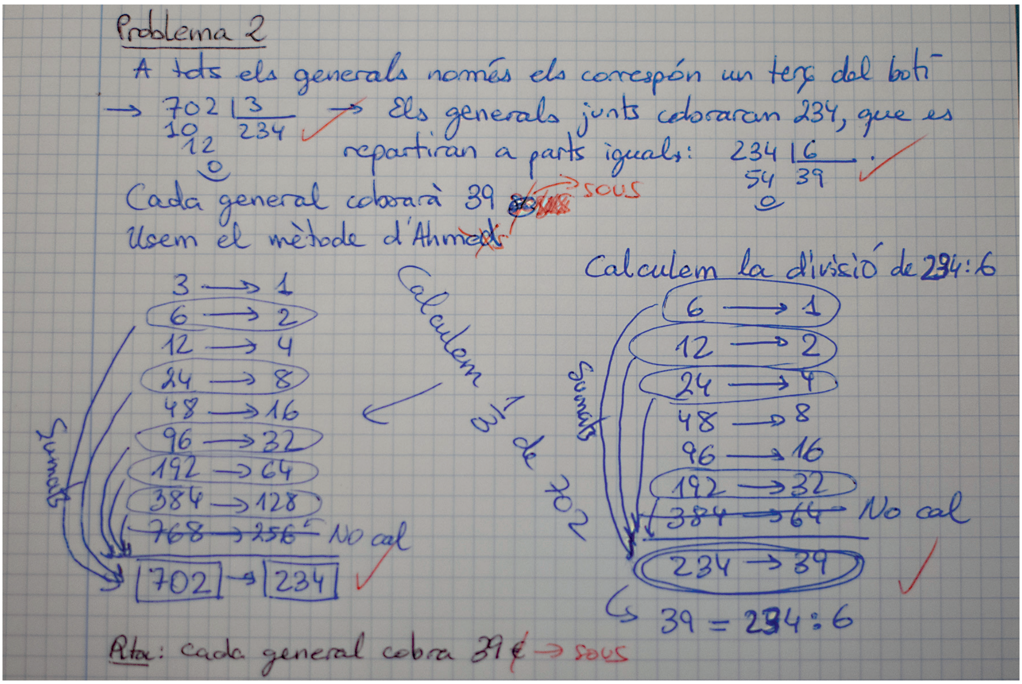
Resposta dels alumnes-Problema 1: Per calcular els denaris que pagarà en total el faraó s'ha de multiplicar 41 × 105 i dona 4.305 denaris.

Anàlisi de l'operació-Problema 1: Veiem que a la primera columna hi posa el nombre de soldats i a la segona el que cobrarien aquests soldats. Va calculant els dobles de cada cosa. Finalment, suma els que creu convenients per aconseguir el total de soldats (105 = 1 + 8 + 32 + 64) i suma els sous que els corresponen (41 + 328 + 1.312 + 2.624 = 4.305).

Problema 2: Per motivar els generals que participen en la batalla, el Consell del faraó treu el decret següent:

> *«Es donarà un terç del botí a Neith (deessa de la guerra) com a agraïment per la victòria aconseguida.*
>
> *Un altre terç es donarà al faraó (fill legítim del déu Ra), que ens estima com un pare.*
>
> *El darrer terç anirà repartit entre els generals victoriosos en la batalla; així com Ra els premia amb la victòria, també el faraó els premia amb la glòria».*

Els sis generals en cap del faraó Amosis I (1567 aC) van entregar la victòria de la batalla de Canà *sobre els hikses. Els vençuts van lliurar un botí de 702 sous al faraó. Quants sous corresponen a cada general?*



Imatge 5. Detall de la llibreta d'un alumne amb la resolució del problema 2.

Problema 3: *Per celebrar l'aniversari del faraó es decideix construir un palau a la ciutat de Rosetta que costarà 57.120 denaris. El cost d'aquest palau el pagaran a parts iguals els 42 diferents sepats (districtes) que formen l'imperi egipci. Els escribes i els comptables calcularan quant haurà de pagar cada sepat.*

Reflexions del professor

No tots els alumnes són capaços de trobar la relació entre els nombres i els càlculs efectuats per Ahmés; en aquest cas, alguns opten per preguntar als companys o al professor. En cas que es decantin per aquesta segona opció, pensem que el professor s'ha de mantenir en el rol d'un aficionat a l'egiptologia que no entén de matemàtiques. A cada pregunta de l'alumne el professor li hauria de contestar amb una altra pregunta que l'encaminés a resoldre per si mateix l'enigma de les operacions.

En alguns casos, els alumnes volen tirar pel dret i intenten buscar per Internet la solució al treball que realitzen. En aquest cas, buscarien «multiplicació egípcia» i trobarien de manera immediata l'explicació que els demanem. Aquesta activitat, però, té com a objectiu que els estudiants reflexionin sobre el procés usat per Ahmés i que busquin similituds amb el propi. El que ens interessa més en aquesta activitat és el camí a seguir per trobar la solució, la resposta, no tant la resposta en si (que també és interessant). Per això, no hem de propiciar que els alumnes usin l'ordinador en aquesta activitat.

Pel que fa a la divisió, molts alumnes ja assumeixen com a propi el procés usat en la multiplicació; per tant, els és més fàcil relacionar els nombres que s'hi descriuen i en troben la suma més fàcilment. Un punt interessant a comentar és que els alumnes assimilen la divisió com l'operació inversa de la multiplicació (en aquest cas, la suma principal té lloc a la segona columna, mentre que la suma de la primera columna ens dona el resultat, d'una manera exactament inversa que en la multiplicació).

D'altra banda, sempre hi ha aquells alumnes que enllesteixen en un moment les tasques encomanades. Un cop acaben, cal revisar la feina feta i demanar-los que la millorin, ja sigui explicant amb més detall els seus resultats o perfeccionant-ne la presentació. Si considerem que no hi ha punts de millora en el treball de l'alumne, cal donar-los més tasques a realitzar: en aquesta ocasió, els proposaríem alguns dels problemes resolts per Ahmés sobre multiplicacions i divisions (aquest cop sense solucions), suggerint que ho fessin de les dues maneres proposades.

Un altre punt que cal comentar en aquest apartat és que la majoria dels alumnes acostumen a ser reticents a creure que l'algorisme de la multiplicació i la divisió d'Ahmés realment funcioni per a tots els nombres. Per aquest motiu, es pot proposar als alumnes que intentin posar com a suma de potències de dos tots els nombres menors de 50, o els nombres del 50 al 100. Un cop queda clar que qualsevol nombre es pot posar com a suma de potències de 2, només ens cal demanar-los que ells mateixos intentin buscar exemples de multiplicació de nombres i que ho facin tant pel mètode d'Ahmés com amb la calculadora.

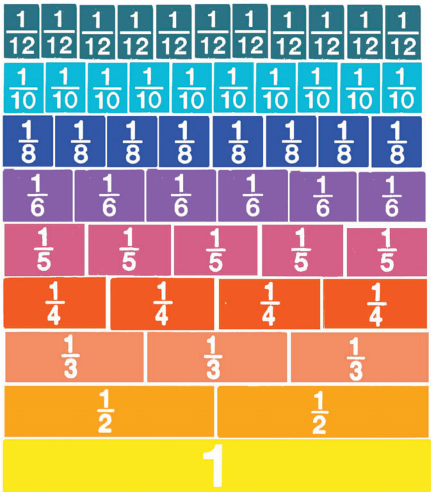
6. Les fraccions, uns altres nombres

Què ens proposem?

En aquest punt del treball, ens proposem començar a estudiar els nombres que s'expressen en forma de fracció (els nombres racionals).

Els antics egipcis ja tractaven aquests nombres de manera ben diferenciada dels nombres naturals. De fet, no treballaven amb qualsevol fracció, sinó que, donada una fracció, la descomponien en suma de fraccions unitàries; això es pot desprendre dels apunts d'Ahmés al papir Rhind. A l'inici d'aquest papir hi trobem una relació de cada fracció amb la seva descomposició en forma de suma de fraccions unitàries (fraccions amb el numerador 1) de la qual s'ajudava per fer qualsevol càlcul amb fraccions en els problemes que descriu al mateix papir.

Ens proposem, per tant, que, igual que els antics egipcis, els nostres alumnes vegin els nombres racionals com un tipus concret de nombres (un xic diferents dels nombres naturals); que els relacionin com a parts de «coses» i no com a nombre de «coses» senceres; que manipulin els nombres usant taules de fraccions manipulables, i que relacionin les fraccions amb nombres decimals (usant la calculadora).



$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$$
$$\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$$
$$\frac{2}{9}=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$$
$$\frac{2}{11}=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$$
$$\frac{2}{13}=\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$$
$$\frac{2}{15}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{53}=\frac{1}{30}+\frac{1}{318}+\frac{1}{795}$$
$$\frac{1}{55}=\frac{1}{30}+\frac{1}{330}$$
$$\frac{1}{57}=\frac{1}{38}+\frac{1}{114}$$
$$\frac{1}{59}=\frac{1}{36}+\frac{1}{236}+\frac{1}{531}$$
$$\frac{1}{61}=\frac{1}{40}+\frac{1}{244}+\frac{1}{488}+\frac{1}{610}$$
$$\frac{1}{63}=\frac{1}{42}+\frac{1}{126}$$

Imatge 6. Taula de fraccions manipulables i d'algunes equivalències de fraccions d'Ahmés.

Desenvolupament de l'activitat

Es demana als alumnes investigar la relació que hi ha entre les fraccions que es van trobar a la introducció del papir Rhind. Per a aquesta activitat se'ls facilita un full amb les fraccions que apareixen al papir, una calculadora i una taula de fraccions manipulable.

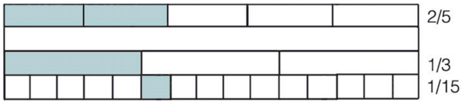
També els advertim que, un cop trobada una hipòtesi, una relació entre les fraccions, cal comprovar-la numèricament, cal mirar si la compleixen totes les fraccions i, per descomptat, cal expressar-la per escrit.

Finalment, es proposa als alumnes analitzar la resposta d'un problema resolt per Ahmés, en concret el problema número 3 del papir Rhind.

Exemples de propostes i resultats dels alumnes

Proposta: *A l'inici del papir d'Ahmés hi hem trobat un codi estrany amb moltes fraccions (vegeu la imatge 6). A tall d'exemple, a la primera fila tenim les fraccions:* [2/5][1/3,1/15]. *El cap de* *l'expedició arqueològica de la qual formes part no entén què signifiquen aquestes xifres i et demana que com a matemàtic investiguis la relació entre les fraccions.*

Detall geomètric de la resolució d'un grup d'alumnes en la primera línia de fraccions:



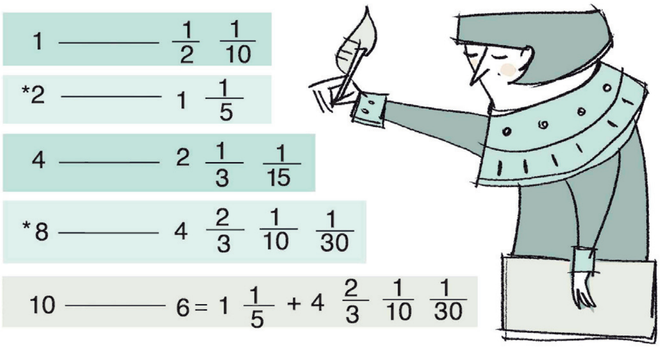
$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

Imatge 7. Descomposició de la fracció 2/5.

En els altres grups de fraccions, aquests alumnes ja calculaven numèricament el resultat de la seva proposta sumant les fraccions unitàries per aconseguir la primera fracció.

Problema 3 del papir Rhind (Gillins, 1972): *Repartir 6 barres de pa entre 10 homes.*

Aquí Ahmés dona com a resultat $\frac{1}{2}$ + 1/10 *i ho soluciona de la manera següent:*



Imatge 8. Resolució d'Ahmés del problema 3 del papir Rhind.

Reflexions del professor

El gruix dels alumnes ha mostrat més dificultats en aquest apartat del treball que en els altres. En algun grup es comenta que «resulta estrany veure fraccions en el papir d'Ahmés perquè els egipcis només utilitzaven fraccions amb numerador 1». Comentari que ha servit de pista per a molts alumnes. Conegut això, i lligat amb els nombres que falten (per exemple, no hi ha la fracció 2/4 ni la 2/6), ja han lligat que les fraccions de l'esquerra havien de ser equivalents a les fraccions de la columna de la dreta.

Fins i tot amb aquesta pista, no tots els alumnes acaben veient la relació entre les fraccions que hi ha a la primera columna i les que hi ha a les altres. En aquest cas, els podem insinuar que poden usar tant la calculadora com la taula de fraccions manipulable.

Per una banda, usant la taula de fraccions, els alumnes de seguida s'adonen que no la poden emprar correctament, ja que no poden usar totes les fraccions proposades per Ahmés; per exemple, no hi ha la fracció 1/15. Alguns grups han optat per fer un dibuix directament en paper, i altres, per crear les peces que mancaven en paper i jugar-hi.

Per una altra banda, si usen la calculadora, acostumen a relacionar un nombre fraccionari amb un nombre decimal; i un cop en decimals els costa més descobrir la propietat que se'ls demana. Ara bé, quan ja l'han descoberta no poden garantir al cent per cent que la propietat funciona fins que no fan servir la calculadora i ho comproven numèricament amb totes les fraccions.

A aquells alumnes que sempre demanen més, els podem proposar que intentin trobar la descomposició de les fraccions amb denominador 10 en fraccions unitàries (i si cal, usant també la fracció 2/3). En aquest cas, els que ho intenten comencen expressant la fracció en fraccions unitàries més petites usant la taula de fraccions manipulable; en algun cas, però, no podran trobar el resultat amb les fraccions que tenen i hauran de buscar altres arguments calculatoris per ajustar la fracció.

Si encara volem ampliar més, també es pot demanar que investiguin quines fraccions de la forma *n*/36 poden descompondre fàcilment en suma de fraccions unitàries. En aquest cas, estaríem treballant sobretot els divisors de 36. Com descompondríem 7/36? 7 no divideix 36, però podem posar 7 = 6 + 1 i, per tant, 7/36 = 6/36 + 1/36 = 1/6 + 1/36. No tots els alumnes arriben a aquestes conclusions, però els que les troben s'acaben emocionant amb les matemàtiques.

Finalment, pel que fa a la proposta del problema 3 d'Ahmés sobre el repartiment de les 6 barres de pa, els alumnes troben molta dificultat en l'anàlisi de la resposta de l'escriba (tot i tenir-ne la solució i els càlculs). Veuen el que fa, però els costa assimilar-ne el contingut.

7. Conclusions

Pel que fa a la dinàmica del treball, les valoracions de l'activitat per part dels alumnes han estat positives, sobretot pel fet d'estar treballant el mateix a socials i a matemàtiques. També han valorat positivament el fet de poder comprovar un resultat de maneres diferents de les que ells coneixien. D'altra banda, cal admetre que no tots els alumnes van implicar-se en l'activitat. Per bé que, amb aquest canvi de dinàmica d'aula, alguns dels alumnes que habitualment no treballaven a l'aula de matemàtiques sí que havien participat en el treball en grup.

Pel que fa als aprenentatges, els alumnes que tenien un dèficit en el càlcul bàsic han millorat notablement en la comprensió i l'aplicació dels algorismes de la suma i la resta. El gruix del grup classe ha consolidat els coneixements existents sobre numeració, contrastant diferents maneres de representar el mateix concepte (nombres egipcis, romans i indoaràbics). També ha sortit reforçat el concepte de nombre fraccionari com un nombre diferent dels naturals, útil per a representar parts de coses.

Finalment, un cop muntada l'activitat, i sobretot un cop realitzada, estem segurs d'haver treballat totes les competències de l'àmbit matemàtic corresponents a les dimensions de resolució de problemes i de raonament i prova. Així com també bona part de les competències corresponents a la dimensió de comunicació i representació.

Hem volgut crear un context que permeti als alumnes experimentar, fer hipòtesis, raonar, escoltar les opinions dels companys i defensar les pròpies perquè en el fons creiem fermament que buscant la superació de nous reptes (ABP) l'alumne desenvolupa més la creativitat, integra els nous coneixements amb els ja existents, dialoga i busca consens amb els seus companys sobre les idees considerades i busca motius i raons per eliminar un concepte erroni (i no simplement acata la nova versió del professor); és a dir, desenvolupa el pensament crític. Tot plegat, aquesta forma de treballar familiaritza els alumnes amb el mètode científic en detriment dels procediments purament repetitius i memorístics.

Cal aconseguir que els alumnes investiguin, pensin i vegin el món com un científic. Però com ho aconseguim? Sir Isaac Newton, en una carta a Robert Hooke, escrivia: «Si hi he vist de tan lluny és perquè estic assegut sobre les espatlles de gegants». A vegades pot donar la sensació que el professor acostuma a mirar des de les espatlles dels gegants de què parla Newton mentre descriu als seus alumnes el que es veu des d'allí. Perquè l'aprenentatge sigui realment significatiu, els estudiants necessiten alguna cosa més que una descripció del que és la ciència: necessiten que els deixem veure amb els seus propis ulls la bellesa de la ciència enfilats sobre el gegant.

Esforcem-nos perquè els nostres alumnes es converteixin en veritables gegants i amb la seva ajuda algú altre pugui pujar més amunt i mirar més enllà.

Referències

Burgués, C., Sarramona, J. (coord.) (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria.* Barcelona: Generalitat de Catalunya.

García, A., Criado, A. M. (2007). Investigar para aprender, aprender para enseñar. *Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales*. Barcelona: Graó. Dossier *Enseñar y aprender investigando*, abril, 73-83.

Gillins, Richard J. (1972). *Mathermatics in the Time of the Pharaohs*. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Pozuelos, F.J. (2007). Las TIC y la investigación escolar actual. *Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales*. Barcelona: Graó. Dossier *Enseñar y aprender investigando*, abril, 20-27.

Pujol, R. (2007). Del treball conjectural al rigor: la resolució de problemes als ulls de l'alumne. *Biaix*, 26, juny, 66-80.