

Nosaltres com a recurs: *role-plays* a classe de matemàtiques (1)

Anton Aubanell

Un company de ciències experimentals, Adolf Cortel, em comentava fa temps que tenia la sensació que com més múscles mou un alumne per fer un aprenentatge millor el fa. La veritat és que el moviment fa que l'alumne tingui un paper més actiu en l'experiència i que les idees que es posen en joc tinguin un suport vivencial molt més potent.

En aquesta secció, ens hem referit repetidament a recursos didàctics de tipus material. Avui analitzarem les possibilitats didàctiques d'uns «materials» molt especials: nosaltres mateixos, alumnes i professors, i ens convertirem en recursos adoptant el paper d'entitats matemàtiques i comportant-nos en coherència amb aquest rol. Sovint s'utilitza l'expressió *role-play* amb referència a aquest tipus d'activitats en què cada participant adopta el paper d'un personatge i actua en conseqüència. En català potser es podria parlar d'actuació, d'escenificació, de dramatització, de representació, d'interpretació, de simulació...

Hi ha bons exemples escolars de teatralització d'escenes de la història de la matemàtica o de biografies de matemàtics. Aquest tipus de representacions no seran objecte de la nostra atenció. En aquest escrit i en el del proper número del *NouBiaix* ens centrarem en *role-plays* en què els alumnes representaran ens matemàtics i, a través de la seva posició, de la seva relació o de la seva acció, donaran vida, realitat dinàmica, a situacions matemàtiques de les quals emergiran idees rellevants des del punt de vista didàctic. Es tracta, doncs, de realitzar simulacions de fets que passen en el món de les matemàtiques fent el paper d'éssers matemàtics com ara nombres, punts, funcions...

En alguns casos, hi participarà tot l'alumnat; en d'altres, alguns alumnes seran espectadors. Tanmateix, aquest tipus d'activitats són molt inclusives. Ningú queda exclòs d'una experiència viscuda d'una manera directa encara que les interpretacions dels uns i dels altres puguin ser més o menys significatives.

Cal tenir en compte que, després d'un *role-play*, cal donar-nos un temps per a posar paraules a les idees, compartir-les amb el grup (en-raonant raonem), perfilar conceptes i, si cal, for-

malitzar-los. Per als alumnes es pot comparar aquest procés amb el d'elaboració d'un reportatge periodístic després d'un esdeveniment esportiu. Poden fer petites cròniques d'unes poques línies a la llibreta i compartir-les millorant-ne el redactat. També pot haver-hi alumnes que hagin fet alguna fotografia. Els reportatges gràfics són benvinguts! Aquesta fase de conceptualització és clau per a aclarir, enriquir i recollir les idees treballades, així com per a deixar-ne un testimoni escrit o gràfic que ajudi a recordar-les. A vegades, aquestes narracions seran estrictament descriptives de les accions que s'han portat a terme, però és desitjable que també deixin constància de les idees que s'hi han posat en joc o de les descobertes fetes.

Els *role-plays* són unes de les activitats docents en què, d'una manera més clara, es posa de manifest la construcció col·lectiva d'un nou coneixement, harmonitzant accions individuals en una representació conjunta que hi aporta valor afegit.

A continuació es presenta una petita mostra (que es continuarà en el proper número del *Nou Biaix*) de *role-plays* d'aquesta mena referits a temes matemàtics diversos (curriculars i no curriculars) per a nivells distints i que plantegen diferents dinàmiques. En cada cas, d'una manera més o menys breu, s'intentarà descriure el paper que representa cada participant, què ha de fer, què s'observa, què es descobreix...

Representació d'algorismes: ordenació pel mètode de la bombolla

Mai s'insistirà prou en la importància de poder incorporar algunes pinzellades de programació en el treball escolar. Des dels robotets a l'*Scratch* i a altres llenguatges menys gràfics, actualment hi ha possibilitats molt suggeridores en aquest sentit. La programació és una manera de «fer realitat» algorismes que concreten estratègies per a assolir objectius. Les dimensions curriculars de resolució de problemes, de comunicació i representació, de raonament i prova i de connexions poden fer-se molt presents en aquest tipus d'activitats. Un algorisme d'ordenació especialment elegant i instructiu (encara que no pas el més eficient) és el de la bombolla que, partint d'una llista de nombres (emmagatzemada en forma de vector), consisteix a anar fent successius «rastreigs» de manera que, en cadascun, portem cap a les posicions de més a la dreta el terme més gran. Es tracta de fer dos processos iteratius amb comparacions entre termes consecutius i, en cas que calgui, intercanvi de posicions. Una excel·lent manera d'entendre aquest algorisme és representar-lo amb persones. En un grup de deu o dotze alumnes es demana que cadascun representi un nombre (escollit lliurement) i que l'escrigui en un full ben visible. Es posen en fila aleatòriament i pretenem ordenar-los de manera que el més petit estigui a l'esquerra i el més gran a la dreta. Comencem per l'alumne de més a l'esquerra i el comparem (identifiquem l'alumne amb el nombre que representa) amb el del seu costat. Si aquest és més gran o igual, els deixem en la mateixa posició en què estan; si és més petit, els intercanviem. Després fem el mateix amb la parella formada pel segon alumne (que potser acaba d'ocupar aquesta posició com a resultat de l'intercanvi anterior) i el tercer, més tard amb la parella formada pel tercer i el quart i així successivament fins a arribar als dos alumnes de més a la dreta. Com a resultat d'aquest procés, el nombre més gran haurà quedat en la primera posició de la dreta. Ara tornem a començar per l'esquerra fent el mateix, però seguit d'intercanvis fins a arribar a la segona posició començant per la dreta (ja que l'última posició està ocupada pel més gran), en la qual quedarà col·locat el nombre més gran zona «rastrejada». Un cop fet això ja tindrem situats a la dreta els dos termes més grans, ordenats. Anant-ho repetint amb tot el grup de nombres que queden a l'esquerra, anem

«fent pujar» els més grans cap a la dreta, talment les bombolles van enfilant-se per les parets d'un got d'aigua amb gas. Es tracta d'un procediment d'ordenació molt bonic i intuïtiu que, un cop representat i entès, pot ser implementat a través d'un petit programa.

A Youtube hi ha un vídeo realitzat per un grup de la Sapientia University de Tirgu Mures (Romania) representant aquest *role-play* tot ballant una dansa folklòrica hongaresa: <https://www.youtube.com/watch?v=lyZQPjUT5B4>.

Aquesta proposta vol ser un petit homenatge (reivindicatiu) a l'enyorada programació en la qual la representació de les instruccions a través de *role plays* és un recurs molt eficaç.

Construcció de la corba tractriu

Necessitem un objecte una mica pesat (però que es pugui arrossegar) que tingui lligat un tros llarg de cordill (per concretar, suposarem que és d'una longitud de 5 m, però, segons lloc on ho fem, pot tenir altres longituds). En un espai ampli assenyallem dos eixos de coordenades cartesianes (podem emprar les juntures de l'enrajolat, per exemple, o línies de senyalització de camps d'esport). Situem l'objecte sobre un punt del semieix positiu d'ordenades a una distància de 5 m de l'origen, de manera que un alumne situat a l'origen subjecta el cordill tens (el cordill pot ser una mica més llarg per tal que es pugui agafar millor). Llavors demanem a l'alumne que es desplaci sobre l'eix d'abscisses, en el sentit positiu, tot arrossegant l'objecte i fent que el cordill de 5 m sempre es mantingui tens. A mesura que l'alumne es vagi desplaçant, l'objecte anirà descrivint una trajectòria que, en cada punt, serà tangent al cordill i que s'aproparà asimptòticament a l'eix d'abscisses. Si tornem a fer el mateix, però desplaçant-se l'alumne en el sentit d'abscisses negatives, l'objecte descriurà una trajectòria simètrica a l'anterior respecte de l'eix d'ordenades. La corba formada per aquestes dues trajectòries s'anomena *corba tractriu*, una corba amb una bonica relació amb la catenària que fou estudiada ja per Newton i Huygens (figura 1). La deducció de l'expressió analítica d'aquesta corba depassa els continguts de secundària; tanmateix la seva construcció pràctica, a través d'aquesta representació, pot ser instructiva per a il·lustrar dinàmicament conceptes com el de recta tangent o el comportament asimptòtic tot mostrant una aplicació pràctica de les gràfiques de funcions.

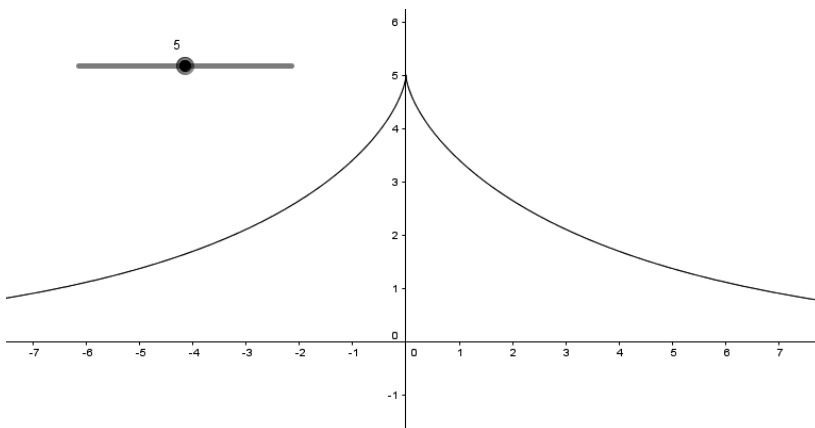


Figura 1. Corba tractriu prenent una distància de 5 unitats.

És important que l'objecte sigui pesat per tal que es vagi mantenint sempre el cordill tens. Si es fa sobre sorra, el rastre ja va quedant dibuixat. Si es fa sobre una altra superfície, un alumne pot anar resseguint amb guix gruixut la trajectòria que segueix l'objecte arrossegat. Amb aquesta construcció viscuda, el nom *tractriu* queda ben justificat, i també el fet que formi part de la família de corbes de persecució a altres membres de la qual parla l'apartat següent.

Representació de corbes de persecució

Quatre persones (A, B, C i D) se situen inicialment en els vèrtexs d'un quadrat que indicarem, respectivament, per A1, B1, C1 i D1 (primera posició de cadascuna d'elles). Vegeu la figura 2.

B té la instrucció de situar-se sempre mirant en la direcció d'A.

C té la instrucció de situar-se sempre mirant en la direcció de B.

D té la instrucció de situar-se sempre mirant en la direcció de C.

A té la instrucció de situar-se sempre mirant en la direcció de D.

Llavors A es desplaça des d'A1 fins a A2, avançant un tram en direcció a D. En la construcció gràfica que es mostra, els trams d'avanç s'han agafat sempre iguals a una dècima part de la separació entre la posició inicial i el punt on està situada la persona en la direcció de la qual s'avança. Així,

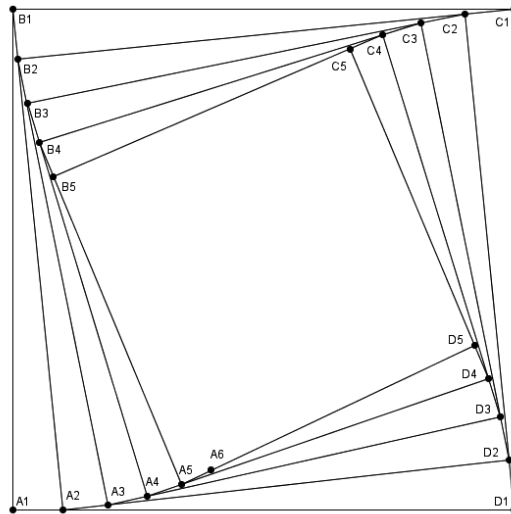


Figura 2. Quatre punts que, partint dels vèrtexs d'un quadrat, es persegueixen mútuament d'una manera cíclica.

Això provoca que la persona situada a B1 hagi de reorientar-se en la direcció d'A2. A continuació avança un tram en aquesta direcció fins a situar-se en B2. En aquest cas, la persona situada a C1 s'orientarà cap a B2 i avançarà fins a C2 en la direcció de B2, de manera que la persona situada a D1 s'orientarà cap a C2 i avançarà fins a D2 en la direcció de C2, de manera que...

La persona situada a A2 s'orientarà cap a D2 i avançarà fins a A3 amb el mateix criteri que abans. La persona situada a B2 s'orientarà cap a A3 i avançarà fins a B3. La persona situada a C2 s'orientarà cap a B3 i avançarà fins a C3. La persona situada a D2 s'orientarà cap a C3 i avançarà fins a D3. Continuant el mateix procediment, la persona situada a A3 passarà a A4, la situada a B3 passarà a B4, la situada a C3 passarà a C4 i la situada a D3 passarà a D4. Si es va repetint això d'una manera indefinida, s'observarà que les posicions de la persona A seran successivament A1, A2, A3, A4, A5..., les posicions de la persona B seran successivament B1, B2, B3, B4, B5..., les posicions de la persona C seran successivament C1, C2, C3, C4, C5... i les posicions de la persona D seran successivament D1, D2, D3, D4, D5... Aquestes posicions aniran convergint cap al centre i formaran un gràfic molt bonic (figura 3).

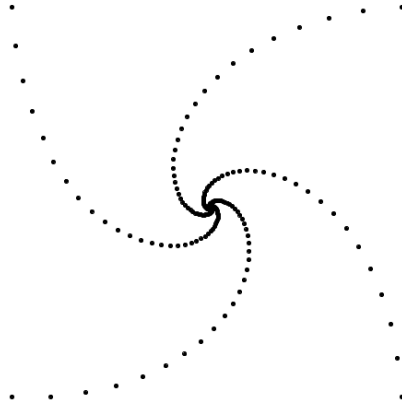


Figura 3. Posicions successives de les quatre persones.

Unint amb segments els punts de la figura 3 obtindrem una aproximació (a partir d'un procés discret, amb avenços no infinitesimals) a les corbes de persecució corresponents als quatre punts inicials. Vegeu la figura 4.

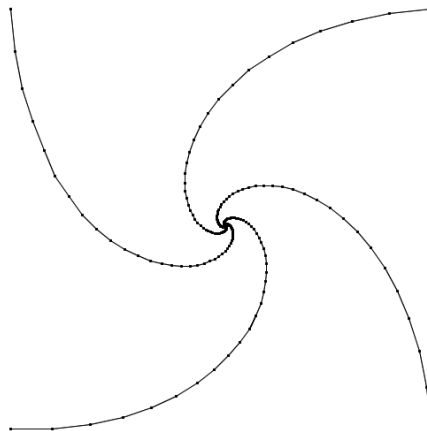


Figura 4. Perfils aproximats de les corbes de persecució a partir de quatre punts situats en els vèrtexs d'un quadrat.

En la posada en pràctica d'aquest *role-play* amb alumnes cal tenir presents diverses coses:

- Els avenços es prenen inicialment d'un pas curt o d'un peu i, quan ens anem apropant cap al centre, es van fent més petits. No cal una precisió excessiva en aquestes mesures.
- Per tal que vagin quedant assenyalades les corbes de persecució convé que darrere de cadascun dels quatre alumnes que van canviant de posició s'hi col·loqui un company amb un guix gruixut que vagi marcant els punts i unint-los amb petits segments o arcs.
- Es pot fer una «construcció» similar prenent tres punts en els vèrtexs d'un triangle equilàter, o cinc punts en els vèrtexs d'un pentàgon regular o sis punts en els vèrtexs d'un hexàgon regular...

Del vol del falcó a l'espiral logarítmica

La direcció de mirada òptima dels falcons és a 40° de l'eix del seu cap (vegeu la figura 5), de manera que, quan un falcó caça una presa, mentre avança en la direcció del seu bec ha de mantenir la visual de la presa sempre a 40° respecte de la direcció d'avenç.

Com serà la trajectòria del falcó en apropar-se a la seva presa? Aquesta pregunta és tota una invitació a un *role-play* molt interessant per fer al pati. Un alumne fa de falcó i un altre fa de presa, quiet en un punt. Donem a l'alumne que faci de falcó una petita estructura amb dos llistons de fusta formant un angle de 40° que assenyalin, respectivament, la direcció d'avenç i la de la mirada a la presa (això es pot substituir simplement per unes ulleres amb els vidres tapats llevat d'una esclatxa a 40°).

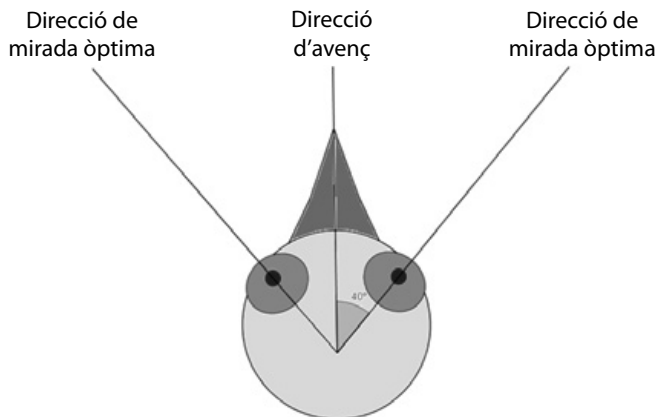


Figura 5. La direcció de mirada òptima del falcó està a 40° de l'eix del seu cap.

L'alumne-falcó ha d'avançar a petits passos i, després de cada pas, haurà de girar lleugerament per mantenir enfocada la presa a 40° . Darrere d'aquest alumne, un altre anirà assenyalant amb un guix gruixut la seva trajectòria i observarem amb sorpresa que fa una espiral «diferent» de les que habitualment es dibuixen a classe, en la qual, per a cada punt, l'angle que forma la recta tangent a l'espiral i la recta que l'uneix amb la posició de la presa és constant. Es tracta de l'espiral logarítmica que es representa en la figura 6 i que fou estudiada per Jakob Bernoulli

(1654-1705) que, amb admiració, l'anomenava *Spira mirabilis*. Aquesta és una manera molt fàcil d'introduir una família de corbes tan bonica com interessant: les corbes amb angle constant. La seva expressió analítica depassa el nivell de secundària, però la idea d'aquest tipus de corbes és molt instructiva i pot ser entesa perfectament en aquesta etapa. Aquest *role-play* és un exemple ben il·lustratiu del fet que un bon recurs pot permetre introduir fàcilment continguts avançats que, explicats únicament a la pissarra, perdrien sentit. En casos com aquests, no ens hauria de fer por avançar idees; el que ens hauria de fer por seria avançar-ne la formalització.

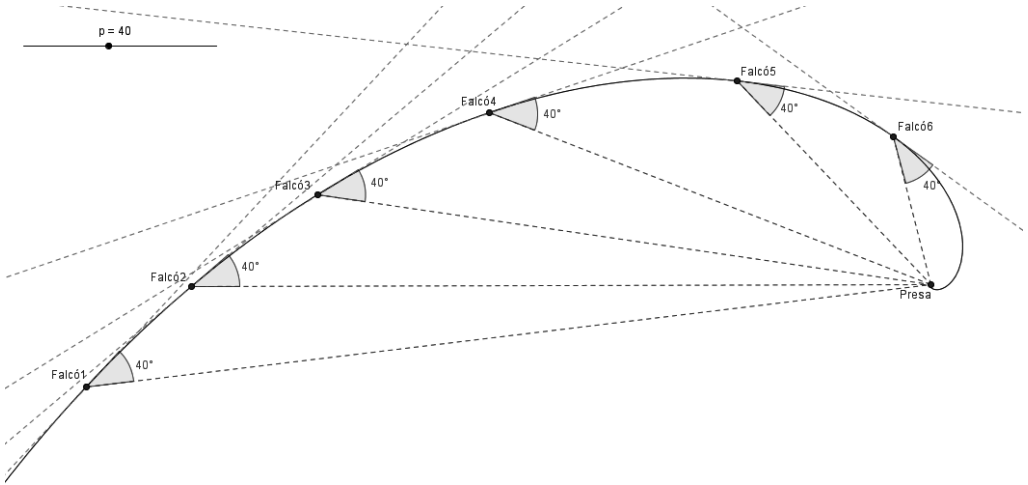


Figura 6. El vol del falcó, en apropar-se a una presa, descriu una espiral logarítmica.

En aquesta secció del proper número del *Nou Biaix* proposarem més *role-plays* per a treballar idees matemàtiques.

