

Descobertes matemàtiques

Núria Cardet

Mestra especialista en Ciències i Educació Infantil
Escola Joan Maragall, Lleida
nuriacardet@gmail.com

Resum

L'activitat que es presenta és una curta investigació sobre la forma geomètrica dels nombres duta a terme amb l'alumnat de quart de l'escola Paisos Catalans de Lleida. Es féu com una descoberta matemàtica en horari d'una sessió setmanal.

És una tasca que va partir d'una pregunta feta per l'alumnat: Quina forma geomètrica tenen els nombres? Es va treballar en petits grups i es va anar regulant: va connectar parts de currículum amb la realitat, va permetre diferents tipus de representacions i va provocar la necessitat d'explicar als altres les descobertes que es feien.

L'atenció a la diversitat és garantida, ja que a partir dels materials i de les pròpies representacions s'arriba a la resposta que recull totes les aportacions de la classe.

Ajuda a potenciar la mirada matemàtica.

Es va presentar en la X Jornada Lleimat, «Enriquiment competencial», feta a Lleida el febrer de 2014.

Abstract

The following is a brief research project on the geometrical shape of numbers carried out by fourth-year primary students at the Paisos Catalans school in Lleida. It was completed as an activity of mathematical discovery over a schedule of one class per week. The task began as an attempt to answer a particular question asked by the pupils themselves: What is the geometrical shape of numbers? It was developed in small, regulated groups, and linked elements of the curriculum to real life. It also allowed for different kinds of representation, and encouraged the need among students to explain to the others any new findings.

Awareness of diversity was inevitable, since it was by using various materials and through the different representations themselves that a solution incorporating all the knowledge of the whole group was finally arrived at.

Ultimately, this encourages mathematical thinking. The project was included in the X Lleimat Convention for Competence Enrichment that took place in the city of Lleida in February 2014.

Introducció. Organització al centre

Fa uns quants anys, a l'escola m'encomanaven, dins del meu horari, alguna classe de matemàtiques en cursos dels quals no era tutora. M'agraden les matemàtiques i ho agraià. Impartia una sessió setmanal de Descobertes Matemàtiques als cursos en què l'horari ho

permetia. A més, en hores de SEP intern, érem dos mestres a l'aula i es podien compartir maneres de fer i atendre millor la diversitat de l'alumnat.

Cal dir també que durant el curs passat es va fer un assessorament intern de centre per a primària, en el qual va participar gairebé tot el claustre, també d'educació infantil, i que pretenia recollir les descobertes matemàtiques, les bones pràctiques sobre l'àrea que es feren per tal de fixar-ne algunes per a cursos i sobretot per a debatre sobre metodologia i gaudi en l'ensenyament de l'àrea.

En començar el curs, es va fer una reunió amb els tutors per traçar una línia de continguts en què els problemes, les preguntes i els materials s'anaren entortolligant per fer descobrir relacions, curiositats, regularitats i per connectar els sabers dels diferents blocs de l'àrea amb la realitat.

L'activitat que es presenta aquí fou duta a terme amb l'alumnat de quart de l'escola Països Catalans, de Lleida, i fou exposada en la X Jornada Lleimat 2014, «Enriquiment competencial», celebrada al febrer.

Nasqué d'aportacions, preguntes i intervencions de l'alumnat, i en veure-hi potencial matemàtic vaig procurar estirar-la i treballar-la fins al punt d'exposar-la i ara redactar-la. Sincerament, he de dir que en començar no sabia fins on podria arribar i si potser resultaria prou adequada per a la ZDP de l'alumnat, però al final, després de treballar-la, qualifico l'activitat de potent i susceptible de repetir-la en cursos posteriors.

«La forma geomètrica dels nombres» és el títol que es va triar, ja que evidencia connexions entre la geometria i la numeració.

D'on va sorgir la pregunta/problema?

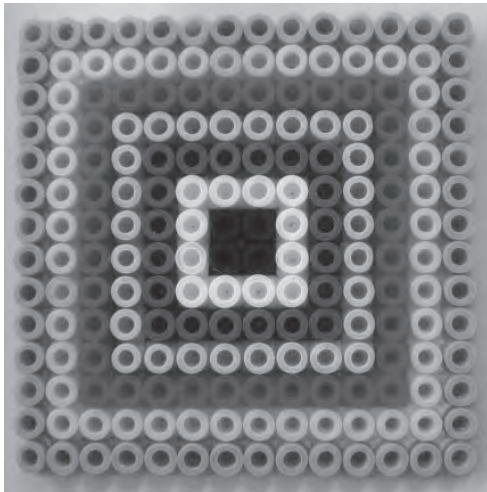
Les fonts d'aquesta activitat són tres:

- El quadrat de l'Anna.
- Les taules de multiplicar (el mural de tercer i la llibreta de segon).
- L'aportació de l'Albert.

El quadrat de l'Anna

El curs passat, a tercer, l'Anna va portar aquest treball manual fet a casa, ja que hi veia quadrats i va pensar que a la mestra li agradaria. Ho va encertar!

A la classe de Descobertes vaig preguntar a tercer i a quart quines matemàtiques veien en aquesta manualitat i ja «se'n va treure suc» (manera de fer, metodològicament parlant, que provoca preguntes i descobertes). A tercer van comptar quantes peces hi havia de cada color, van construir taules, van adonar-se de com creixien els quadrats (parells), van comptar angles, costats, diagonals. . . A quart, a més, van comptar les peces totals: 196 (14×14), les peces de dins el quadrat groc (12×12). . . També, al final, en férem representacions en una quadrícula.

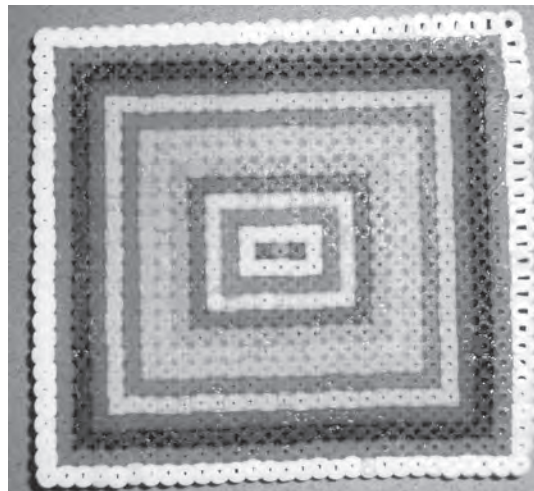


Imatge 1. El quadrat de l'Anna.



Imatge 2. Representació del quadrat de l'Anna.

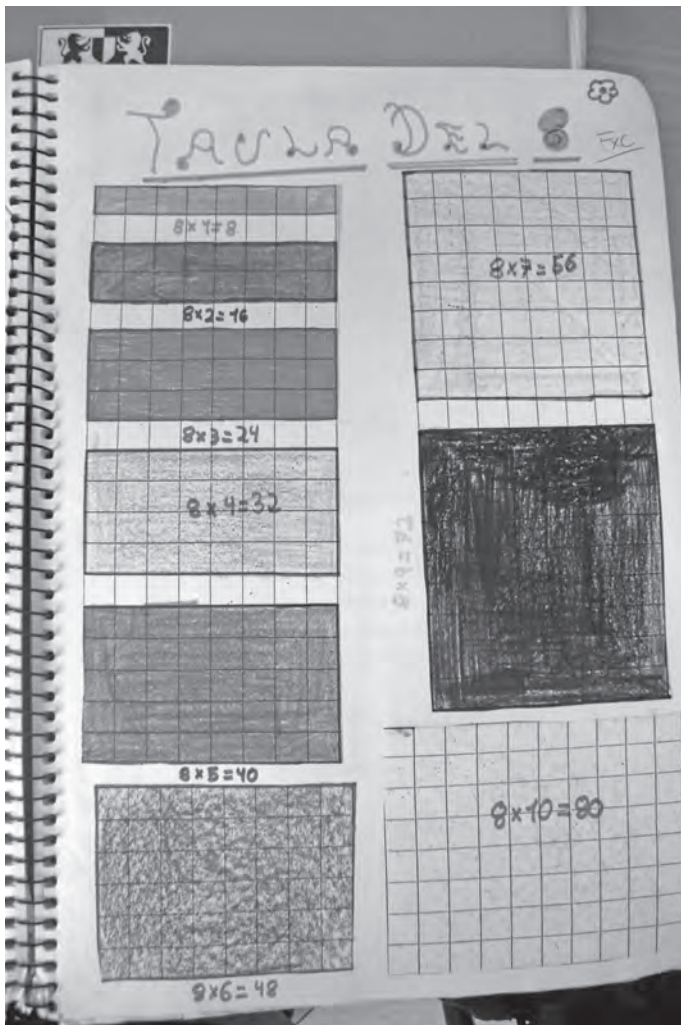
Aquesta aportació de material de l'Anna va provocar que altres alumnes portessin mosaics fets amb peces similars i amb altres colors i formes.



Imatge 3. Nou model aportat per l'alumnat, de formes rectangulars.

Les taules de multiplicar

També a tercer, el curs passat i com a recordatori a quart, buscant regularitats en les taules de multiplicar es va recordar el mural de les taules fet entre tota la classe amb paper quadriculat. Hi apareixien formes rectangulars i quadrades (diagonal del mural). També s'havien fet representacions de les diferents taules de multiplicar en fulls quadriculats, segons es veu en la fotografia que va servir de recordatori.



Imatge 4. Representació de la taula del 8.

L'aportació de l'Albert

Després de les vacances de Nadal, l'Albert va arribar a la classe i va dir que ell sabia que els nombres eren quadrats i cubs perquè li ho havia explicat la seva mare.

La pregunta estava servida: Els nombres tenen formes geomètriques?

Què en sabem, del tema? Calia pensar què havíem fet i recordar altres moments.

Som-hi! Com es va treballar?

Per començar, es va iniciar un diàleg sobre les formes geomètriques: quines sabíem i quines volíem investigar. Va quedar clar que la forma feia referència a la representació dels nombres



Imatge 5. Comunicació d'un grup de treball.



Imatge 6. Mural final.

i no a la forma de la seva grafia (el zero i el vuit tenen formes circulars, però el cercle no l'estudiaríem). Va ser un bon moment per recordar les fonts abans esmentades i parlar de nombres quadrats, rectangulars que havien sortit abans, i dels cúbics que havia dit l'Albert.

Com que en les sessions de Descobertes es treballa sovint en parelles o en petits grups i a la classe hi havia set grups, es van distribuir les quatre formes geomètriques per iniciar el treball: quadrat, rectangle, triangle i cub. Totes les formes estaven estudiades per dos grups excepte el cub, que només tenia un grup d'estudi (a les acaballes del treball també van sortir altres formes, com ara prismes, piràmides, pentàgons...).

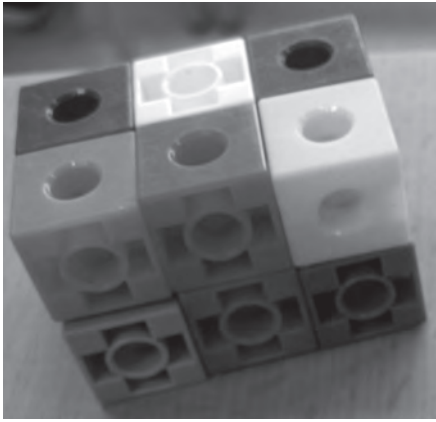
Les preguntes inicials eren les mateixes per a tots els grups:

- Quins són els nombres quadrats fins a 100? Quants n'hi ha?
- Quins són els nombres rectangulars fins a 100? Quants n'hi ha?
- Quins són els nombres triangulars fins a 100? Quants n'hi ha?
- Quins són els nombres cúbics fins a 100? Quants n'hi ha?

El material donat a cada grup va ser:

- Fulls quadriculats als grups de quadrats i rectangles.
- Xapes als grups de triangles.
- Multicubs al grup de cubs.

Cada dia, en finalitzar la sessió, els grups sortien a comunicar oralment (el portaveu) els seus avenços en les descobertes, de manera que l'altre grup que estudiava la mateixa forma podia



Imatge 7. Model de nombre prismàtic:
 $12 = 3 \times 2 \times 2$.



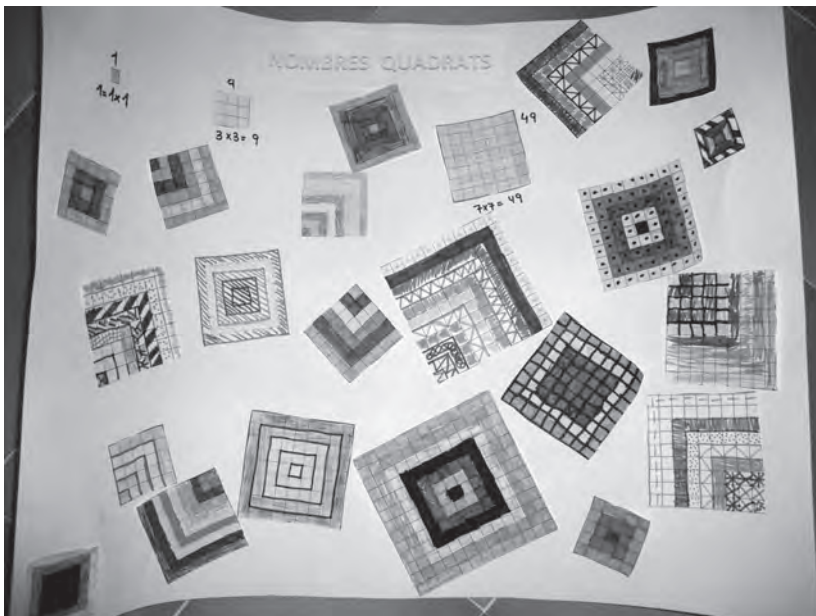
Imatge 8. Model de nombre cúbic:
 $4 \times 4 \times 4 = 16$.

incorporar els aprenentages com a punt de partida per a la sessió posterior i la resta de la classe podia preguntar o donar idees.

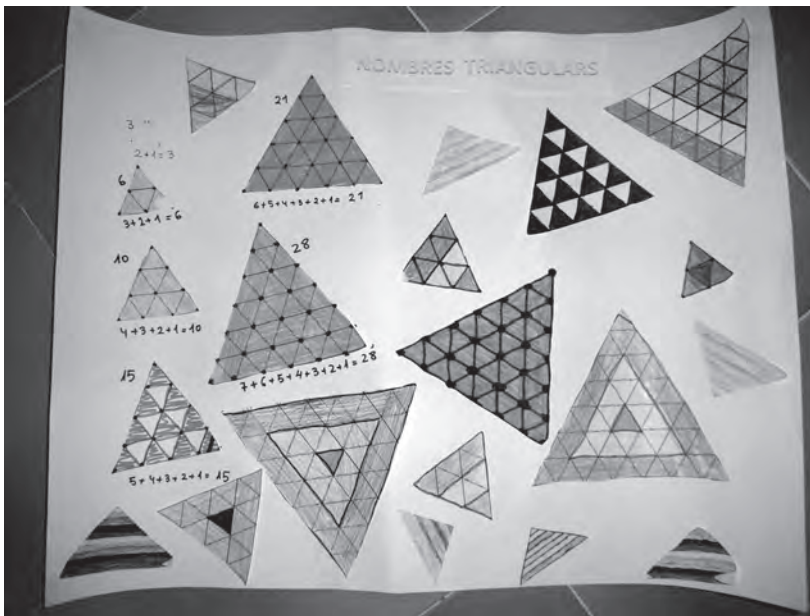
Paral·lelament, es va fer un mural que es va anar completant durant les sessions de treball.

També es van inventar un nom, el dels nombres prismàtics, ja que en construir els cubs van veure que n'hi havia pocs i que els sortien molts prismes, ja que tots els nombres ho podrien ser, i així els van batejar amb el nom de prismàtics.

Els errors eren una font valuosa d'aprenentatge, de manera que afirmacions que un dia podien semblar certes, un altre dia es veia que eren errònies, i així s'avançava.



Imatge 9. Plàstica amb nombres quadrats.



Imatge 10. Plàstica amb nombres triangulars.

Des de l'àrea de Plàstica es van representar els diferents tipus de nombres.

Finalment, es va elaborar un informe individual per comunicar per escrit el procés seguit en el treball de descoberta (avaluació).

Les sessions, pas a pas

El grup que hi va participar hi va dedicar cinc sessions de treball, a més de les de preparació per a l'exposició final.

En la primera sessió, es va plantejar la situació, es van fer els grups, es va repartir el material i els alumnes van escriure a la pissarra la pregunta inicial per iniciar el treball:

Quins són els nombres fins a 100? Quants n'hi ha?

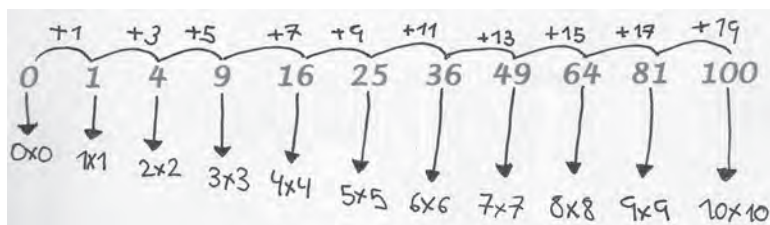
Es van anotar algunes hipòtesis.

En la segona sessió, cada grup investigava, dibuixava, escrivia els nombres fins a 100, els ordenava i anotava les idees o descobertes que anaven sorgint. En els darrers minuts, el portaveu explicava quins nombres havien trobat. L'altre grup que havia treballat la mateixa classe de nombres complementava o corregia la informació aportada.

Van sorgir noves preguntes, que s'anotaven a fi de respondre-les quan es pogués.

- Hi ha números que poden tenir dues formes?
- N'hi ha algun que les pot tenir totes?
- Com creixen?

En la tercera sessió, es van escriure els nombres ordenats i es va descobrir com creixien. Calia buscar regularitats! Per exemple:



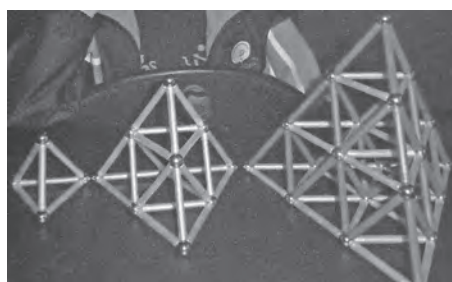
Imatge 11. Sèrie de nombres quadrats.

Els grups que treballaven el mateix tipus de nombres van compartir descobertes i tots van arribar a la sèrie demanada.

Un grup dels qui treballaven els nombres triangulars va posar les xapes formant piràmides i després, amb un nou material (Geomag), va construir piràmides amb els nombres triangulars.



Imatge 12. Nombre piramidal amb suma de triangles.



Imatge 13. Nombres triangulars i piramidals amb Geomag.

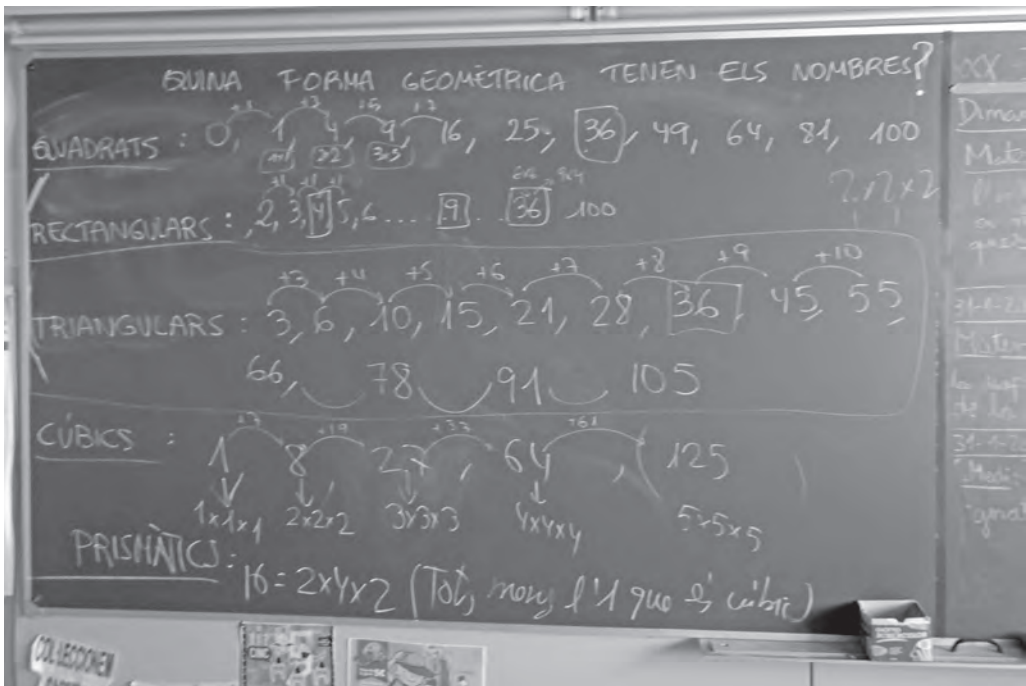
En la quarta sessió, es va escriure a la pissarra la informació de tots els grups, es va discutir què passava amb l'1 i amb el 0, vam acordar que el 0 no el posàrem perquè no té representació, encara que hagués anat bé per començar la sèrie, que l'1 era un punt com l'origen... i així es van poder contestar preguntes que s'havien plantejat i, com era d'esperar, en van sorgir de noves.

Van descobrir que:

- un nombre podia tenir dues formes geomètriques alhora;
- el 36 era especial (recordança dels 360° i dels 3.600 segons d'una hora);
- els quadrats són un tipus de rectangle, igual que el cub és un cas especial de prisma;
- els quadrats es troben en la diagonal de les taules de multiplicar;
- amb els nombres triangulars surten piràmides.

Van sorgir noves preguntes com:

- Quina relació tenen els nombres quadrats i els rectangulars?
- Quina relació tenen els nombres cúbics i els prismàtics?



Imatge 14. Seriacions dels nombres a la pizarra.

- Quants rectangles es poden fer amb el número 12? I amb el 13? I amb l'11?...
- Quin és el nombre més petit que pot ser quadrat i triangular alhora?
- Quins nombres tenen relació amb les taules de multiplicar?
- Tots els nombres tenen dues o tres dimensions; hi ha nombres amb una dimensió?
- Si els prismes o els cubs es representen multiplicant tres nombres, com es representa el $2 \times 2 \times 2 \times 2$?
- Per què l'1 no és triangular?

En la cinquena sessió, s'inicià el redactat de l'informe individual. Es donà una pauta i es treballà l'expressió escrita. Què havia de contenir un informe?

Títol
 Introducció breu (pregunta, problema)
 Cos (passos, dibuixos, errors, hipòtesis)
 Conclusions (descobertes, aplicacions, noves preguntes)
 Annexos (fotos, fulls d'esborrany)

Imatge 15. Elements d'un informe.

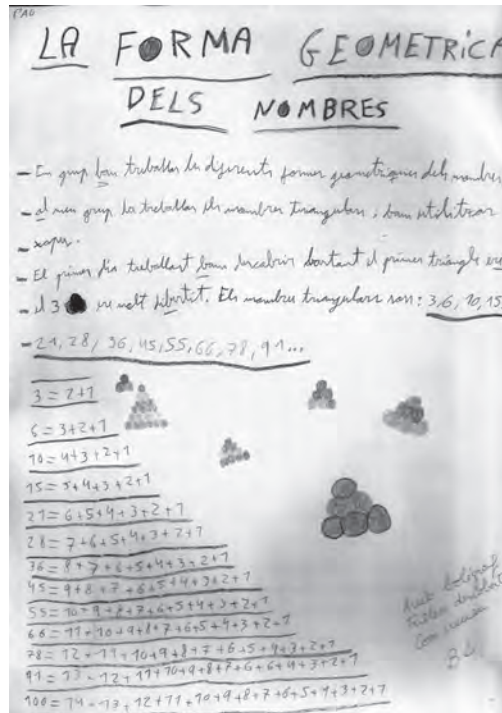
També es van mostrar informes fets per altres companys i d'altres cursos. Els van acabar a casa com a deures.

Comunicació

La comunicació és una part clau en l'assoliment de competències, i a més és una bona eina d'avaluació.

Es van fer murals, es van explicar al final de cada sessió els avenços fets, es van escriure els informes individuals, es va preparar l'exposició a la jornada Lleimat, on participaren catorze alumnes, i es va fer una exposició oral a mestres i companys de cinquè.

En la presentació d'informes hi hagué molta diversitat; alguns, però, destacaren en rigorositat i en presentació. Foren sorprenents!



Imatge 16. Full de l'informe de l'alumnat.

Conclusions

En la valoració del treball per part de l'alumnat i també del professorat li posen l'etiqueta de bona pràctica. Treballar en grup és la clau de l'èxit, i en aquest treball l'alumnat ho evidencià. Connectar blocs de la matemàtica i connectar amb la realitat, fer veure matemàtiques en propagandes, en cartells, en la presentació de productes al mercat, com per exemple els bombons, ajuda a comprendre l'àrea i a estimar-la.

El treball va preparar el terreny als conceptes matemàtics de múltiples i divisors, als nombres primers i compostos, a les potències, a les ordenacions, a la recerca de regularitats, a l'arrel quadrada i cúbica, al càlcul d'àrees i volums...

Com a mestra em va obrir el camp dels nombres poligonals i sobretot em va ensenyar com l'alumnat pot arribar més enllà del que jo havia pensat (dels triangulars als piramidals) i com de bé poden fer el treball si estan motivats, si saben amb claredat el que se'ls demana i troben que té sentit el que fan. Ensenyant s'aprèn!

Bibliografia

González Urbaneja, Pedro Miguel (2014). *Los números poligonales*. DivulgaMAT.
<http://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/autores/pag/mat/Pitagoras11.asp.htm>.
[Consulta: 21 de setembre de 2014]

Planas, Núria (coord.) (2010). *Pensar i comunicar matemàtiques*. Barcelona: Fundació Prope-
dagògic.

