

# pensar

## per pensar un minut

**Jordi Deulofeu**

Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències  
Universitat Autònoma de Barcelona  
jordi.deulofeu@uab.cat



Una secció com aquesta, dedicada a proposar i comentar problemes, recreacions i jocs matemàtics, no podia passar per alt que fa una mica més d'un any ens va deixar Martin Gardner (1914-2010), filòsof i periodista de formació, matemàtic de vocació i de treball, sens dubte el millor i més prolífic divulgador i, m'atreviria a dir, *agitador* de les matemàtiques del segle xx. Dedicar-li un petit article com aquest, però, és una feina compromesa, ja que l'obra de Gardner és tan voluminosa, interessant i diversa, tant pel que fa al contingut com al nivell de dificultat, que es fa difícil fer-ne una tria coherent. Per això avui, i de manera excepcional, les referències al personatge i a la seva obra ocuparan més que la proposta de problemes, que tanmateix no faltará.

La seva dilatada obra escrita durant més de cinquanta anys —encara el 2008 va publicar una revisió d'un dels seus treballs més antics, *Origami, Eleusis, and the Soma Cube*— comprèn més d'un centenar de llibres, una quinzena dels quals corresponen a la recopilació dels seus articles a la revista *Scientific American*, en la cèlebre secció titulada «Mathematical Games».

Al marge de les propostes de problemes, recreacions i jocs o d'exposicions de tota mena de teories matemàtiques, les introduccions dels seus llibres són, al meu entendre, una petita joia en el seu conjunt, i ens mostren el seu pensament, a vegades polèmic, però sempre d'una gran lucidesa. Me n'agrada especialment un aforisme, que he utilitzat més d'una vegada en els meus articles sobre jocs: «Encara que hi ha poques coses més entretingudes que els passatemp, pel que representen de reptes a l'enginy i a la capacitat de raonar, la funció d'aquests jocs no és únicament recreativa; com va assenyalar J. E. Littlewood. Un bon passatemp matemàtic pot aportar més a la matemàtica que una dotzena d'articles mediocres».

Si faig una mirada enrere i tracto de recordar quin és el Gardner que m'ha interessat més, he de començar sens dubte pel divulgador de jocs; per exemple de l'eleusis, el gran joc de Robert Abbott que Gardner va donar a conèixer en un article del 1959, i va tornar-hi en un altre del 1977, tots dos en la ja mítica secció «Mathematical Games», que va escriure del 1956 al 1981. Des de fa molts anys practico aquest joc amb una colla d'amics una vegada al mes a casa de l'Oriol Comas, i us puc assegurar que és dels més genials que s'han inventat mai: no s'assembla a cap altre perquè l'objectiu és endevinar la regla, proposada en cada ronda per un dels jugadors, la qual cosa altera l'essència de qualsevol

joc, en què objectius i regles sempre estan donats a priori. Avui, afortunadament, podem conèixer de primera mà l'obra d'aquest gran creador de jocs, i també de laberints, recollits en el llibre *Diez juegos que no se parecen a nada* (R. Abbott, 2008).

Gardner no és un didacta però alguns dels seus treballs poden ser útils per a l'ensenyament de les matemàtiques. En recordo un magnífic article sobre els nombres negatius que em va canviar les idees que tenia sobre el seu ensenyament («La noción de número negativo y lo arduo que resulta entenderla», 1977), i, per sobre de tot, considero que el seu llibre *Aha! Insight* (Freeman & Company, 1978) és un magnífic exemple de com a partir d'un problema recreatiu, a vegades d'una simple broma, és possible arribar a un gran teorema o una propietat matemàtica rellevant.

Gardner ha estat també un divulgador d'obres relacionades amb la ciència. Des de fa anys col·lecciono versions dels contes de Lewis Carroll sobre Alicia. El primer que en vaig tenir i llegir fou *Alicia en terra de meravelles*, versió del poeta Josep Carner il·lustrat per Lola Anglada (1927), i, juntament amb aquest, el que més aprecio és *Alicia anotada*, l'edició de Martin Gardner del 1960 (en castellà, 1984) i la revisió que el mateix Gardner en va fer el 1998 (en castellà, Akal, 2010). Les àmplies i pertinents notes de Gardner ens mostren la quantitat de detalls matemàtics, lògics i lingüístics que s'amaguen darrere el conte de Carroll.

Haig de dir per acabar els comentaris sobre l'obra de Gardner, i abans de proposar els problemes d'avui, que sí he trigat més del que hauria volgut a escriure aquest article ha estat pel fet que la relectura dels seus treballs, que darrerament tenia una mica oblidats, m'ha tornat a engrescar com en els vells temps fins al punt d'obligar-me novament a agafar paper i llapis i a passar bones estones pensant en els reptes sempre estimulants de l'autor.

Començaré la proposta de problemes amb una paradoxa que dóna nom a un dels llibres de Gardner: *El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos* (1991).

**1. La paradoxa del penjat.** Un jutge condemna un presoner a la força i emet la sentència un dissabte: «Seràs penjat al migdia un dels propers set dies, però no sabràs quin dia serà fins que no t'avisin el matí del dia escollit». L'advocat del presoner li diu: «no et preocupis, no es podrà executar la sentència, ja que, evidentment, el darrer dia, dissabte, no et poden penjar, ja que la tarda abans ho sabries. Si descartem el dissabte, el divendres tampoc pot ser, ja que dijous a la tarda ho sabries. Hi així successivament, fins a arribar al primer dia». Davant d'aquest raonament, lògicament impecable, el presoner es queda tranquil, però resulta que dijous al matí li comuniquen que el penjaran aquell dia i, efectivament, ell no s'ho esperava, per la qual cosa la sentència del jutge sembla, ara, perfectament correcta. La realitat, doncs, refuta un argument lògic aparentment impecable, i això és el que fa atractiva la paradoxa.

Gardner, en el llibre esmentat, comenta diferents explicacions sobre la paradoxa, d'origen incert, i sobre la qual es van escriure diversos articles els anys cinquanta i seixanta.

En el tercer capítol del llibre *Mathematical Puzzles and Diversions* (1959), primer recopilatori dels articles de la revista *Scientific American*, Gardner proposa una petita col·lecció de problemes interessants:

**2. Tallant un cub.** Tenim un cub de fusta i disposem d'una serra per dividir-lo en cubs més petits tots iguals, fent talls rectes. Si el volem dividir en 8 cubs necessitarem 3 talls i si en volem 27, podem fer-ho amb 6 talls. És possible reduir el nombre de talls si després de cada tall podem recol·locar les parts obtingudes en els talls anteriors? Passa el mateix si el nombre de cubs és més gran, per exemple, 64?

En el llibre *Nuevos pasatiempos matemáticos* (1972), el primer que vaig conèixer del nostre autor, hi trobem el joc de Hip, creat pel mateix Gardner:

**3. El joc del Hip.** En un tauler quadrat de 36 caselles ( $6 \times 6$ ) dos jugadors van posant peons (un blancs i l'altre negres) a les caselles buides. Perd la partida el jugador que en col·locar un peó forma un quadrat (és a dir, fa que quatre peons del seu color siguin els vèrtex d'un quadrat).

Gardner explica que després de crear el joc estava segur que una partida no podia acabar en taules, però poc temps després de proposar-lo un estudiant de matemàtiques li va mostrar que sí que era possible. Us proposo primer que calculeu el nombre de quadrats que es poden formar en un tauler de  $6 \times 6$  i, si us ha resultat senzill, que tracteu de generalitzar-ho per a qualsevol tauler quadrat. Després, tornant al tauler de  $6 \times 6$ , trobeu una configuració final (amb 18 peons negres i 18 de blancs) on no s'hagi format cap quadrat.

Acabaré l'article d'avui amb un parell de jocs d'estratègia que no he trobat en cap llibre de Martin Gardner, si no en un interessant dossier de problemes sobre jocs de nim escrit per Michel Criton i publicat a la revista *Tangente* («Hors-série n. 20: jeux mathématiques», 2004). El primer no us costarà gens de resoldre: n'hi ha prou amb poques proves. El segon, en canvi, és força més complicat:

**4. Escriure un nombre.** En Pau i en Roger juguen a un joc que consisteix a escriure un únic nombre de diverses xifres. En Pau escriu la primera xifra (diferent de 0), que serà la de l'esquerra del nombre que aniran construint. A continuació en Roger escriu una xifra, que serà la de la dreta de l'anterior, respectant les regles següents:

- a) Després d'un 9 es pot escriure qualsevol xifra.
- b) Després d'una xifra inferior a 9 cal escriure una xifra més gran.
- c) Cadascuna de les xifres pot aparèixer en el nombre com a màxim 3 vegades.

Els jugadors, per torns, van escrivint una xifra que situen sempre a la dreta de la darrera xifra escrita, respectant les regles anteriors. El jugador que no pot escriure cap xifra respectant les regles anteriors perd la partida. Quin dels dos jugadors, en Pau o en Roger, té una estratègia guanyadora? Quina és l'estratègia que permet guanyar sempre en aquest joc?

**5. Et deixo començar.** En Roger i en Pau tenen davant seu una pila amb 1.993 fitxes. En el seu torn cadascú pot agafar entre una i  $n$  fitxes, on  $n$  és un nombre enter entre 25 i 250. El jugador que agafa la darrera fitxa perd la partida. En Roger li diu a en Pau: «Et deixo començar, ja que ha intuït que hi ha una estratègia que permet que el segon jugador guanyi». Quin és el valor de  $n$ ?

Com sempre, espero que passeu una estona entretinguda i que l'article us hagi animat a recuperar alguna de les obres de Martin Gardner. Si no en teniu cap a mà, us recomano la recopilació dels seus articles al *Scientific American*, editada el 2005 per la Mathematical Association of America, amb un CD-ROM de més de quatre mil pàgines que conté els quinze llibres editats anteriorment sobre el tema.

## Bibliografía

Abbott, R. (2008). *Diez juegos que no se parecen a nada*. Barcelona: RBA.

Carroll, L. (1998). *Alicia anotada. Alicia en el país de las maravillas / A través del espejo*. Edició de Martin Gardner. Madrid: Akal.

Criton, M. (2004). Problèmes de jeux de Nim. *Jeux Mathématiques. Tangente. Hors-série*, 20, 90-93.

Gardner, M. (1959). *Mathematical Puzzles and Diversions*. [cap. III: «Nine problems», 30-42]. Nova York: Simon & Schuster.

— (1972). *Nuevos pasatiempos matemáticos*. Madrid: Alianza.

— (1977). La noción de número negativo y lo arduo que resulta entenderla. *Scientific American*, 11, 102-106.

— (1991). *El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos*. Madrid: Alianza.

— (2005). *Martin Gardner's Mathematical Games*. Washington, D. C.: Mathematical Association of America.

