Jocs de cartes i matemàtiques

Lluís Sabater Anticó
Professor de Matemàtiques a l'IES Llançà
lsabate1@xtec.cat

Resum

Quan relacionem les matemàtiques amb els jocs de cartes, normalment les imaginem a través de la probabilitat. Però també l'aritmètica hi contribueix, sobre tot en el *disseny de trucs* com veurem en aquest article (i de passada, hi veurem com també ajuden a fomentar les relacions socials: *quina millor manera d'atreure l'atenció que jugant a ser un endevinador?*)

Abstract

When we relate Maths to card games, we usually imagine it in terms of Probability. However, Arithmetic also contributes to it, especially in the design of tricks*, as we will see in this article (and, moreover, we will see how they also help to promote social relations:* could we find a better way to attract people's attention that playing to be a fortune-teller?*)*

Les matemàtiques són presents en la majoria de jocs de cartes, encara que en alguns casos aquesta presència sigui mínima, com ara en el recompte de punts després d'una partida. En el cas del pòquer, l'escala de valoració de les diferents combinacions va en funció de la dificultat d'assolir-les, és a dir, es basa en la combinatòria i el càlcul de probabilitats: un trio és més fàcil d'aconseguir que un pòquer però més difícil que una doble parella.

I no només són presents en els jocs, sinó que en molts casos també es troben en els trucs d'endevinar cartes. Alguns són de murris (per exemple, el d'endevinar una carta triada a l'atzar i després col·locada entre les altres: l'endevinador mira dissimuladament la carta anterior o posterior), però d'altres permeten una anàlisi matemàtica i, a partir d'aquesta anàlisi, es poden dissenyar altres trucs semblants.

Això és el que pretén mostrar aquest article: com, a partir de l'anàlisi matemàtica d'un truc inicial, dissenyar-ne d'altres.

1. Com endevinar la suma de 3 cartes a partir de les cartes que sobren després d'un senzill procés de fer-ne 3 piles

Es tracta que una persona (*A*) endevini la suma de 3 cartes que una altra persona (*B*) ha triat, sabent només el nombre de cartes que sobren després de fer 3 tres piles (un per a cada carta) de la manera següent: si la carta té el número x, la pila es fa posant cartes (qualssevol) fins a *arribar a 12* (per exemple, si $x = 4$, posem 9 cartes, corresponents als números 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 i 12 que hi ha entre el 4 i el 12, ambdós inclosos).

Aleshores la persona *A* compta el nombre de cartes sobrants després de fer les 3 piles i sap el resultat de la suma de les 3 cartes inicials de cada pila.

L'exemple es refereix a un joc de cartes espanyoles —oros, copes, espases i bastos, de l'1 al 12 cada coll; per tant, 48 cartes— , però es pot adaptar a les cartes franceses.

1.1. Mètode

Suposem que els números de les cartes triades per *B* són a, b i c, i diem K a la suma ($K = a + b + c$).

La pila de la carta a tindrà $13 - a$ cartes, la de la b en tindrà $13 - b$, i la de la c en tindrà $13 - c$. Per tant, a les piles hi haurà en total $(13 - a) + (13 - b) + (13 - c)$ cartes, és a dir, $39 - (a + b + c)$: haurem apilat $39 - K$ cartes i en sobraran $48 - (39 - K)$, és a dir, $9 + K$ cartes.

Per tant, si per exemple han sobrat 16 cartes, tindrem que $9 + K = 16$, i per tant $K = 7$. La suma de les 3 cartes triades per *B* és 7.

Fixem-nos que la quantitat de cartes sobrants va de 12 a 45 (si *B* tria 3 asos, cada pila tindrà 12 cartes i per tant en sobraran 12, mentre que si *B* escull 3 reis, cada pila tindrà 1 carta i per tant en sobraran 45), perquè K és un valor entre 3 i 36.

1.2. Altres variants d'aquest truc

1.2.1. Canviant el nombre de cartes de cada pila

Si les piles les fem *arribar fins a 20* (per exemple) en comptes de fins a 12, aleshores pot passar que no sobrin cartes sinó que en faltin (si triem 3 asos, per exemple), però la resolució del joc és la mateixa:

Diem igualment que $K = a + b + c$. La pila de la carta a té $21 - a$ cartes, la de la b en té $21 - b$, i la de la c en té $21 - c$. Per tant, tenim posades $63 - K$ cartes i en sobren $48 - (63 - K)$, és a dir, $K - 15$.

Evidentment, en el cas que faltin cartes per completar les 3 piles s'haurà de dir a la persona *A* quantes n'han faltat.

Així, si per exemple sobren 16 cartes, tindrem que $K - 15 = 16$, i per tant $K = 31$; la suma de les 3 cartes és 31 (per exemple, dues sotes i un cavall). O bé si han faltat 4 cartes, tindrem que $K - 15 = -4$, i per tant $K = 11$; la suma de les 3 cartes és 11 (per exemple, dos cincs i un as).

Fixem-nos que la quantitat de cartes que sobren o falten va de -12 a 21 (si *B* ha triat 3 asos, cada pila tindrà 20 cartes i per tant en faltaran 12, mentre que si *B* tria 3 reis, cada pila tindrà 9 cartes i per tant sobraran 21 cartes) perquè K té un valor entre 3 i 36.

Generalitzant, si partim de la base que amb piles de fins a 12 cartes el nombre de sobrants és $9 + K$, on K és la suma que s'ha d'endevinar, *si les piles tenen x cartes* (normalment x ha de ser major o igual que 12 i menor o igual que 24, pel fet que les cartes van de l'1 al 12 i que hi ha 48 cartes), aleshores el *nombre de cartes sobrants serà* $9 + K - 3 \cdot (x - 12)$, és a dir, $K - 3x + 45$, que també pot escriure's $K + 3 \cdot (15 - x)$.

DEMOSTRACIÓ: Si fem piles d'x cartes, partint del fet que per a piles de fins a 12 el resultat de les sobrants és $9 + K$, com que ara hem posat $x - 12$ cartes més a cada pila en sobraran $3 \cdot (x - 12)$ menys, i per tant s'han de restar al total de cartes sobrants: $9 + K - 3 \cdot (x - 12)$, la qual cosa dóna $K - 3x + 45$.

Així, per exemple, si les cartes inicials de les piles són un 1, un 4 i un 8, i arribem fins a 17, cada pila tindrà 17, 14 i 10 cartes respectivament i per tant en sobraran $48 - (17 + 14 + 10)$, és a dir, 7 cartes, i per tant la suma de les cartes inicials s'obté de $K - 3 \cdot 17 + 45 = 7$, que és $K = 13$, efectivament.

I també arribant fins a 17, si surten dos asos i un 2, posarem a les piles 17, 17 i 16 cartes, respectivament, per la qual cosa faltaran 2 cartes, cosa que com hem dit abans s'ha de comunicar a l'endevinador (A), i aleshores la suma s'obtindrà resolent $K - 3 \cdot 17 + 45 = -2$, que dóna $K = 4$, efectivament.

En el *cas* $x = 15$ (amb 3 piles de fins a 15 cartes), resulta que *la suma K de les cartes coincideix amb el nombre de cartes sobrants,* ja que $3 \cdot 15 = 45$.

OBSERVACIÓ IMPORTANT: Així, doncs, aquest seria el cas més senzill per aplicar el truc.

1.2.2. Canviant el nombre de piles de cartes

Variant el nombre de piles de cartes, és a dir, no necessàriament 3 piles sinó N, i arribant fins a x cartes a cada pila, la fórmula que dóna el nombre de cartes sobrants és $K - N \cdot x + (48 - N)$, que també pot escriure's $K - N \cdot (x + 1) + 48$.

Vegem-ne dos exemples:

- Amb 4 piles ($N = 4$) i arribant fins a 12 a cada un ($x = 12$), si les cartes són per exemple dues sotes, un 5 i un 6, a les piles hi haurà respectivament 3, 3, 8 i 7 cartes, és a dir, 21 cartes posades en total, i per tant en sobren 27. El valor de K es pot obtenir així: $K - 4 \cdot (12 + 1) + 48 = 27$, que dóna com a resultat $K = 31$, efectivament.
- Fins i tot arribant fins a 15 (per exemple) i que ens faltin cartes, s'aplica la mateixa fórmula: suposem que tenims dos asos, un 2 i un 3, i a les piles haurem de tenir-hi 15, 15, 14 i 13 cartes, respectivament; és a dir, 57 cartes posades i, per tant, en faltaran 9, cosa que comunicarem a l'endevinador A. Aleshores, la suma de les 4 cartes s'obté de la manera següent: $K - 4 \cdot (15 + 1) + 48 = -9$, que dóna $K = 7$, efectivament.