

Encara hi ha misteris amb els pentàgons? A Martin Gardner, *in memoriam*

Claudi Alsina

claudio.alsina@upc.edu



Aquesta és la bonica història de les rajoles pentagonals, en la qual intervenen diversos matemàtics, un gran divulgador i una mestressa de casa.

Ben aviat triangles equilàters, quadrats i hexàgons regulars van mostrar la singularitat d'ésser els únics polígons regulars que determinaven mosaics periòdics en el pla. Sorprenentment, els pentàgons regulars (amb totes les seves proporcions àuries i el seu magnífic acoblament espacial tancant el dodecàedre regular) no podien enrajolar el pla. Com sempre passa en matemàtiques, aquestes situacions obren multitud de preguntes.

Va ser immediat adonar-se que tot triangle podia enrajolar el pla i, per tant, que tot quadrilàter també servia de rajola. I els hexàgons? El 1918, K. Reinhardt va aconseguir descriure les tres classes d'hexàgons convexos que enrajolen (Gardner, 1988).

S'ha pogut demostrar (Kerschner, 1969; Niven, 1978) que cap polígon convex amb set o més costats pot enrajolar.

I els pentàgons convexos? Exclosos els regulars del panorama, aviat van començar a aparèixer alguns pentàgons no regulars que eren bones rajoles, per exemple, pentàgons provinents de dividir un hexàgon regular en dues o tres peces pentagonals (Klamer, 1981). Concretament, K. Reinhardt en va descriure cinc tipus el 1918 i R. B. Kerselmer, tres més... cinquanta anys després, el 1968.

El 1975, R. James va descobrir un novè tipus i vet aquí que una mestressa de casa americana, Marjorie Rice, fascinada pel problema va anar-ne descobrint quatre més, entre 1976 i 1977. El 1985, R. Stein va descobrir el catorzè tipus... i en els darrers vint-i-cinc anys, no se n'han trobat més. Així doncs, tenim un repertori de catorze tipus de rajoles pentagonals però no s'ha pogut demostrar si en falten... un interessant problema obert que tancaria, com acabem de veure, el problema dels enrajolaments per polígons convexos.

Darrere d'aquest relat, hi van jugar un paper clau els articles de Martin Gardner que parlaven del problema, explicant-ne les novetats i incentivant la seva recerca. Marjorie Rice amb la seva implicació

(a partir de la lectura de Gardner), fent dibuixos amb un retolador a les rajoles blanques de la seva cuina fins a aconseguir afegir quatre joies a la col·lecció, resulta també una escena memorable.

Així doncs, de la història (inacabada) de les rajoles pentagonals en podem extreure una conseqüència positiva: hi ha problemes rics que poden incentivar l'esperit de recerca, en què molta gent hi pot treballar, tot descobrint de pas el plaer de fer-ho. Les nostres classes hi són convidades.

Referències

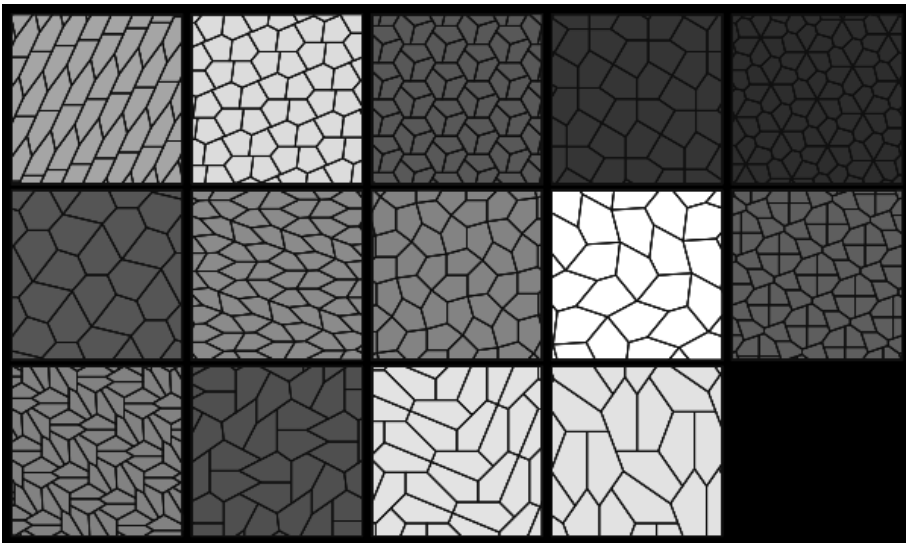
Alsina, C. i Nelsen, R. (2010). *Charming Proofs. A Journey into Elegant Mathematics*, Washington: Mathematics Association of America.

Gardner, M. (1988). *Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*. Nova York: Freeman.

Kerschner, R. B. (1969). Paving the plane. *APL Technical Digest*, 8, 4-10.

Klarner, D. A. (1981). *The Mathematical Gardner*. Boston: Prindle, Weber and Schmidt.

Niven, I. (1978). Convex polygons that cannot tile the plane. *American Mathematical Monthly*, 85, 785-792.



File Pentagon Tilings - Marjorie Rice.

