Com es mesuren les distàncies als estels

Joan Girbau
Departament de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona

Resum

L'objectiu d'aquest article és explicar en detall els mètodes que s'han usat al llarg de la història per a mesurar les distàncies que ens separen dels estels i de les galàxies. Hem procurat que l'explicació sigui comprensible per qualsevol estudiant de batxillerat i que, per tant, pugui servir als professors de matemàtiques i física d'aquest nivell educatiu per a oferir exemples d'aplicació de les matèries que imparteixen.

Abstract

The aim of this paper is to expound in detail the methods used by astronomers to mesure distances between Earth and the stars and galaxies. As the explanation is made at the level of high school student, we hope that it can serve to secondary school teachers in mathematics and physics to provide interesting examples of the matters they teach.

1. Introducció

Quan llegim que tal o tal altra galàxia és a quatre mil milions d'anys llum de nosaltres, ens podem plantejar la pregunta «i com ho saben?», perquè és evident que per mesurar distàncies a estels o a galàxies no podem emprar una cinta mètrica!

L'objectiu d'aquest article és presentar els mètodes que s'han fet servir al llarg de la història per estimar aquestes distàncies, mètodes que, potser no en la seva totalitat, però sí en gran part, són a l'abast dels coneixements dels alumnes d'ensenyament mitjà. Confiem que aquesta exposició motivi els professors de batxillerat a trobar enunciats interessants de problemes de les matèries de trigonometria i de física que imparteixen.

No cal dir que, per tal que la nostra presentació resulti fàcil i entenedora, farem les simplificacions que calguin.

2. Història del problema del càlcul de distàncies

Tot i que la història de l'astronomia potser és tan antiga com la de la mateixa humanitat, el mesurament de distàncies a estels és relativament recent.

Johannes Kepler (1571-1639) va descobrir, a través de les seves observacions, les famoses lleis que porten el seu nom i que governen el moviment dels planetes entorn del Sol. Aquestes lleis van servir perquè posteriorment Isaac Newton (1643-1727) formulés la llei de gravitació universal, de la qual es desprenen les primeres. Des de mitjan segle XVII fins ben entrat el XIX l'astronomia computacional va estar dominada per l'estudi de les posicions dels planetes, incloent-hi tots els detalls de les seves òrbites (excentricitat, període, distància al Sol, etc.). I també per l'estudi dels satèl·lits dels planetes (incloent-hi la Lluna). Així com les investigacions sobre planetes que es feien en aquella època eren quantitatives i comportaven càlculs, els treballs sobre estels es limitaven a estudis descriptius, perquè aleshores els astrònoms no estaven capacitats per determinar les distàncies que ens separen de les estrelles.

La primera estimació d'una tal distància la va efectuar a les darreries de 1838 l'astrònom Friedrich Bessel (1784-1846), que va establir que l'estrella 61 de la constel·lació del Cigne es trobava a 10,3 anys llum de nosaltres. Actualment sabem que aquesta distància és d'11,4 anys llum, que no difereix gaire de la que Bessel va establir. Al llarg del segle XIX i començament del XX els telescopis es van anar fent més potents i precisos i el mètode de Bessel va permetre mesurar distàncies cada vegada més grans. Però el mètode tenia un límit i no es podia esperar utilitzar-lo per mesurar distàncies més grans que els nou-cents o mil anys llum. Tanmateix, el 3 de març de 1912, en la circular interna número 173 de l'Observatori de Harward, es va fer públic un nou mètode per mesurar distàncies descobert per Hernietta Leavitt (1868-1921) que revolucionaria la història de l'astronomia.

El nou mètode va permetre passar de cop i volta dels mil anys llum a uns quants milions. En la dècada dels anys vint del segle passat l'astrònom Edwin Hubble (1889-1953), utilitzant aquest mètode de Leavitt, va mesurar la distància que ens separa d'un grapat de galàxies i aquests mesuraments li van permetre formular una llei (llei de Hubble) que fa possible estimar distàncies de galàxies molt llunyanes, tot i que no de manera precisa, sinó només probable.

Finalment, a la dècada dels noranta del segle passat, dos equips independents, un d'ells liderat per Samuel Perlmutter i l'altre encapçalat per Adam G. Riess i Brian P. Schmidt, van descobrir un mètode que permet calcular de manera precisa distàncies a galàxies per sobre dels sis mil milions d'anys llum. Aquests tres investigadors van rebre el Premi Nobel de Física l'any 2011.

Procurarem en aquest article donar una idea (comprensible per a alumnes de batxillerat) de tot aquest recorregut històric.

3. Distàncies dels planetes al Sol

Les tres lleis de Kepler són:

1. L'òrbita d'un planeta és el·líptica, amb el Sol situat en un dels focus.

2. El segment rectilini que uneix el Sol amb un planeta escombra àrees iguals en intervals de temps iguals (llei de les àrees).
3. El quadrat del període d'un planeta és proporcional al cub del semieix major de la seva òrbita el·líptica.

D'aquestes tres lleis, la que ens interessa a nosaltres de cara al càlcul de distàncies és la tercera. Suposem que P i Q són dos planetes. Designem per a_P i a_Q, respectivament, els semieixos majors de les seves òrbites i per T_P i T_Q els seus períodes; és a dir, el temps que triguen a recórrer tota l'òrbita des d'un pas pel periheli fins al següent. Llavors la tercera llei diu:

$$\frac{T_P^2}{a_P^3} = \frac{T_Q^2}{a_Q^3} = K,$$

on K és una constant de proporcionalitat (la mateixa per a tots els planetes).

Dels planetes clàssics (Mercuri, Venus, la Terra, Mart, Júpiter, Saturn, Urà i Neptú), el que té més excentricitat és Mercuri, amb un valor de 0,3871. Els altres tenen excentricitats molt petites (menors que 0,1). Per tant, per fer més fàcil la nostra explicació, suposarem que les òrbites dels planetes són circulars (excloem Mercuri dels nostres raonaments). Així doncs, si P és un dels nostres planetes, d'ara endavant designarem per r_P el radi de la seva òrbita, que suposarem circular ($r_P = a_P$). Com que podem saber per observació directa els periodes de tots els planetes, si coneixem el radi de l'òrbita de qualsevol planeta, aleshores la tercera llei ens permet conèixer el radi de la de tots els altres.

Posem un exemple a mode de problema. Sabem, per observació directa, que el període de Júpiter és de 4.332,59 dies i el de la Terra, de 365,2564 dies. Expresseu la distància de Júpiter al Sol en unitats astronòmiques (una unitat astronòmica és la distància de la Terra al Sol).

Abans d'entrar en la solució del problema convindria fer un aclariment: la durada de l'any que usualment es fa servir és de 365,2422 dies, però aquesta durada (coneguda com «any tròpic») és l'interval de temps que transcorre des que comença la primavera fins que torna a començar. Tanmateix, el període que s'ha de fer servir en la tercera llei de Kepler no és aquest, sinó el temps que triga la Terra entre dues passades consecutives pel periheli, que és lleugerament diferent (de 365,2564 dies).

Entrem ara en la solució del problema. Sigui d la distància de Júpiter al Sol que ens demanen. Com que ens la demanen en unitats astronòmiques i en aquestes unitats la distància de la Terra al Sol val 1, la llei de Kepler ens diu:

$$\frac{365{,}2564^2}{1} = \frac{4332{,}59^2}{d^3},$$

d'on $d = 5{,}2012$.

Així doncs, tal com hem dit, si en el Sistema Solar coneixem la distància d'un planeta al Sol (per exemple, de la Terra al Sol), coneixem la distància de tots ells al Sol.

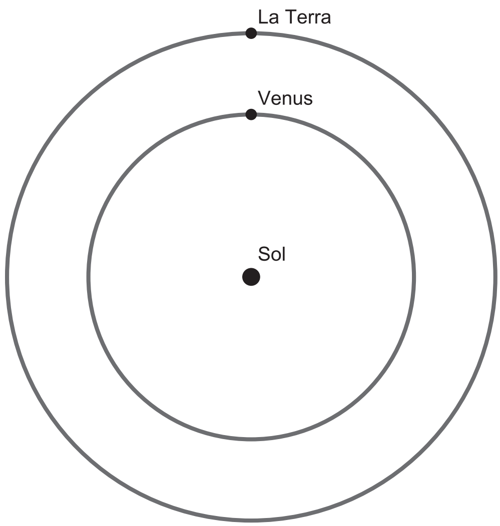

Figura 1

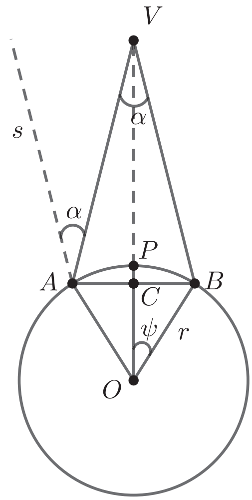

Figura 2

Però com podem saber la distància de la Terra al Sol, és a dir, el valor de la unitat astronòmica? La resposta és que la podem conèixer per mètodes trigonomètrics, tal com explicarem.

El planeta que està més a prop de la Terra és Venus quan els dos estan en conjunció (vegeu la figura 1). Quan això es produeix, és possible mesurar trigonomètricament amb notable precisió la distància entre la Terra i Venus. Considerem el segment rectilini que uneix el centre V de Venus amb el centre O de la Terra en el moment de la conjunció. Dels infinits plans que contenen aquest segment, escollim-ne un (el que vulguem), que designarem per p. Aquest pla p és el pla del dibuix de la figura 2. Sigui P el punt d'intersecció del segment $\overline{VO}$ amb la superfície de la Terra. Escollim ara dos punts A i B sobre la circumferència intersecció de la superfície terrestre amb el pla p, situats a la mateixa distància angular ψ del punt P, un a cada costat de P. Suposem que $\psi < 90^0$. En un mateix instant de temps dos observadors terrestres situats respectivament en els punts A i B observen el centre V de Venus i situen la seva posició a l'esfera celeste (posició respecte a les estrelles fixes). La posició que hauran determinat aquests dos observadors no serà la mateixa. En efecte, l'observador B haurà vist Venus en la direcció $\overline{BV}$, mentre que l'observador A l'haurà vist en la direcció $\overline{AV}$. Si tracem per A la paral·lela a la recta $\overline{BV}$ (línia de punts de la figura 2) i designem per s aquesta recta, la diferència angular de la posició de Venus respecte a les estrelles fixes observada pels dos observadors A i B serà l'angle α que formen en A les rectes s i $\overline{AV}$. Aquest angle és el mateix amb què un observador situat a V veuria el segment terrestre $\overline{AB}$ (angles alterns interns entre paral·leles).

Sigui C el punt mitjà del segment $\overline{AB}$ (que serà també el punt d'intersecció de $\overline{VO}$ i $\overline{AB}$). En el triangle rectangle ACV, tindrem:

$$d(VC) = \frac{d(AC)}{\tan \frac{\alpha}{2}},$$

on $d(VC)$ i $d(AC)$ designen les distàncies de V a C i de A a C, respectivament. I en el triangle rectangle ACO tindrem:

$$d(CO) = r \cos\psi \ , \ d(AC) = r \sin\psi,$$

on r és el radi de la Terra. Així doncs,

$$d(VO) = d(VC) + d(CO) = r\left(\frac{\sin\psi}{\tan\frac{\alpha}{2}} + \cos\psi\right). \tag{1}$$

D'aquesta manera tenim la distància $d(VO)$ entre Venus i la Terra en el moment de la conjunció. Remarquem que en la fórmula (1) la distància angular ψ entre A i P i entre B i P l'hem escollida nosaltres per situar els observadors A i B sobre la Terra, i l'única cosa que han mesurat aquests observadors és l'angle α.

A partir d'aquest valor de $d(VO)$ calculat trigonomètricament, podem obtenir el valor de la unitat astronòmica (radi de l'òrbita de la Terra) per la tercera llei de Kepler. En efecte, els períodes de Venus i la Terra (que coneixem per observacions astronòmiques directes que no involucren distàncies) són respectivament de 224,7008 i 365,2564 dies, i la tercera llei de Kepler diu

$$\frac{365{,}2564^2}{u^3} = \frac{224{,}7008^2}{(u-d)^3}, \tag{2}$$

on u és el valor de la unitat astronòmica que busquem i d és la distància $d(VO)$ entre Venus i la Terra en el moment de la conjunció calculada mitjançant la fórmula (1). El valor de u s'obté aleshores resolent l'equació (2), de tercer grau en u.

Si, a mode d'exercici, voleu aplicar aquest mètode amb valors numèrics versemblants, podríeu usar les dades següents: radi de la Terra = $r = 6.371$ km; distància angular entre Q i $B = \psi = 60^0$; angle α mesurat pels observadors = $0{,}0152753^0$. Amb aquestes dades us sortirà un valor u de la unitat astronòmica proper a la realitat.

Comentari. El mètode que acabem d'explicar per mesurar el valor de la unitat astronòmica té un petit inconvenient. Com que Venus és un planeta interior, quan la Terra i Venus estan en conjunció, Venus no es veu perquè, com que cau gairebé en la mateixa direcció del Sol, la claror d'aquest impedeix veure el planeta. El mètode descrit seria aplicable a Mart, que és un planeta exterior i, per tant, quan està en conjunció amb la Terra cau en direcció oposada al Sol. Però com que Mart està més lluny, l'error que es faria aplicant el mètode a Mart seria molt més gran. Tornem a la conjunció entre Venus i la Terra perquè és molt més interessant. Els plans de les òrbites d'ambdós planetes són molt pròxims l'un de l'altre, però no coincideixen exactament. Per aquesta raó, quan estan en conjunció Venus no passa exactament per davant del Sol. Però a vegades sí que Venus passa per davant del disc solar. Quan això s'esdevé, es parla de «trànsit de Venus» per davant del Sol. Els trànsits de Venus no són gaire freqüents. En aquests trànsits, Venus és observable i es pot aplicar a la perfecció el mètode que hem descrit. Això és el que van fer els astrònoms en el trànsit que es va produir el 4 de desembre de 1639, i van obtenir un valor bastant aproximat de la unitat astronòmica, valor que van anar refinant en trànsits posteriors, sobretot en els de 1874 i 1882.

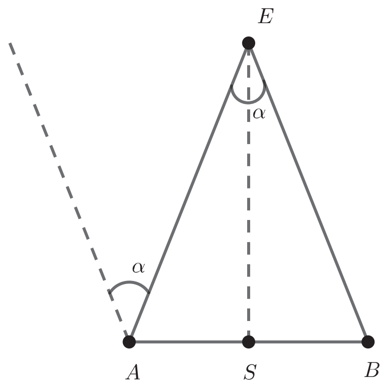

Figura 3

4. Distàncies a estrelles, mètode de la paral·laxi

El procediment que acabem d'explicar per mesurar la distància de Venus a la Terra quan ambdós estan en conjunció no serveix per mesurar la distància a cap estrella perquè l'angle α entre les direccions en què dos observadors terrestres *A* i *B* veurien l'estrella seria completament inapreciable (obtindrien $\alpha = 0$). Però ara que coneixem el valor de la unitat astronòmica (distància de la Terra al Sol) estem en condicions de modificar una mica el mètode anterior per aplicar-lo al mesurament de distàncies a estrelles.

Malgrat que els estels tenen els seus moviments propis respecte al nostre Sol, estan tan lluny que nosaltres no apreciem aquests moviments sinó en el transcurs de molts anys. Les diferències entre les posicions en què nosaltres veiem una estrella en un curt període de temps es deuen més al nostre moviment de translació entorn del Sol que no al moviment propi de l'estrella.

Sigui *E* una estrella de la qual volem mesurar la distància a nosaltres i designem per *S* el Sol. D'acord amb el que acabem de dir, suposarem fixes les posicions de *S* i de *E*, però no la de la Terra (que gira entorn del Sol). Suposem de moment que la recta $\overline{SE}$ que uneix el Sol i l'estrella no és perpendicular al pla de l'òrbita terrestre entorn del Sol (anomenat pla de l'eclíptica). Seria una vertadera casualitat que ho fos! Sigui *p* el pla que passa per *S* i és perpendicular a la recta $\overline{SE}$, i sigui p' el pla de l'eclíptica. Sigui *r* la recta intersecció d'aquests dos plans; *r*, per construcció, passa pel Sol i està continguda en el pla de l'eclíptica. Siguin *A* i *B* les dues interseccions de *r* amb l'òrbita de la Terra (que suposem circular). El mètode que estem descrivint consisteix a observar la posició de l'estrella *E* a la volta celeste quan la Terra passa per *A* i quan al cap de mig any passa per *B* (els punts *A* i *B* són diametralment oposats dintre de l'òrbita). Si l'estrella en qüestió no és massa allunyada, observarem que la seva posició ha canviat una mica. Sigui α (vegeu la figura 3) la diferència angular entre les dues posicions (les observades quan la Terra passa per *A* i per *B*). Aquest angle α coincideix amb l'angle amb què un observador situat a l'estrella *E* veuria el diàmetre $\overline{AB}$ de l'òrbita terrestre.

El triangle *ASE* és rectangle per construcció i el costat *AS* val una unitat astronòmica (recordeu que, en virtut de la secció anterior, en coneixem el valor). Per tant, tindrem:

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{d(AE)}\ ,\ \tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{d(SE)}\,.$$

D'on

$$d(AE) = \frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\ ,\ d(SE) = \frac{1}{\tan\frac{\alpha}{2}}. \tag{3}$$

Teòricament, $d(AE)$ és la distància de l'estrella a la Terra i $d(SE)$, la de l'estrella al Sol. Com que α és extraordinàriament petit, ambdues distàncies coincideixen a la pràctica. L'angle $\alpha/2$ amb què un observador situat a l'estrella veuria el radi de l'òrbita terrestre s'anomena «paral·laxi» de l'estrella i el mètode que acabem de descriure es coneix amb el nom de mètode de la paral·laxi, i és el que va usar Bessel l'any 1838.

La distància obtinguda per les fórmules (3) és expressada en unitats astronòmiques (per construcció). Si la volem en anys llum, hem de tenir en compte que un any llum equival aproximadament a 63.241 unitats astronòmiques.

En el cas que la recta $\overline{SE}$ que uneix el Sol i l'estrella fos perpendicular al pla de l'eclíptica (cas que hem exclòs), podríem aplicar exactament el procediment anterior, en què A és un punt qualsevol de l'òrbita terrestre i B, el diametralment oposat.

Ja hem dit en la secció 2 que per molt perfectes que siguin els instruments utilitzats per mesurar la paral·laxi d'una estrella, aquest mètode no és utilitzable per a grans distàncies (superiors als mil anys llum). I també hem dit que l'any 1912 Henrietta Leavitt va descobrir un nou mètode que va permetre atènyer distàncies de milions d'anys llum. Abans d'explicar aquest mètode que va revolucionar l'astronomia i que va permetre que coneguéssim que l'univers s'expandeix i que té un principi (el Big Bang) que es va esdevenir fa aproximadament tretze mil milions d'anys, haurem, però, d'introduir alguns conceptes que necessitarem.

5. Lluminositat i brillantor dels estels

S'anomena lluminositat d'un estel l'energia que emet per unitat de temps. S'anomena brillantor d'un estel l'energia que nosaltres rebem d'ell per unitat de superfície i unitat de temps. La brillantor d'un estel la podem determinar sempre experimentalment analitzant la intensitat de llum que, procedent d'ell, arriba al nostre telescopi. En canvi, la lluminositat no la podem conèixer si no coneixem la distància a què està l'estel.

Designem per L la lluminositat d'un determinat estel, per b la seva brillantor i per d la distància que el separa de nosaltres. Veurem fàcilment que aquestes tres magnituds estan relacionades per la fórmula següent:

$$L = 4\pi d^2 b. \tag{4}$$

En efecte, sigui L l'energia que l'estrella emet entre els instants de temps t_0 i $t_0 + \varepsilon$ (on ε és una certa unitat de temps petita, per exemple, un segon). Aquesta energia es propaga radialment en totes direccions a la velocitat de la llum, que designarem per c, i arriba a tots els punts de l'esfera de radi d i centre l'estrella (esfera sobre la qual estem nosaltres). L'energia L que l'estrella ha emès entre els instants t_0 i $t_0 + \varepsilon$ travessarà aquesta esfera de radi d entre els instants t_1 i $t_1 + \varepsilon$, on $t_1 = t_0 + d/c$. I, naturalment, aquesta energia serà igual a l'energia b que ha travessat l'esfera per unitat de superfície, multiplicada per la superfície de l'esfera, que és $4\pi d^2$. Això demostra (4).

Per copsar la importància de la relació (4) resoldrem el problema següent.

L'estrella més brillant del firmament, observable des de l'hemisferi nord, és Sírius. La brillantor de Sírius mesurada amb un telescopi (amb fotòmetre incorporat) és $b = 7{,}5978703 \times 10^{-11} b_{Sol}$, on b_{Sol} és la brillantor del Sol. Sabent que Sírius és a 8,7 anys llum de nosaltres, calculeu la seva lluminositat en funció de la lluminositat del Sol.

Agafem com a unitat de longitud la unitat astronòmica i com a unitat de lluminositat, la lluminositat del Sol. Apliquem la fórmula (4) al Sol:

$$1 = 4\pi\, b_{Sol}.$$

Per tant, $b_{Sol} = 1/4\pi$. Designem per b la brillantor de Sírius. Tindrem

$$b = 7{,}5978703 \times 10^{-11} b_{Sol} = \frac{7{,}5978703 \times 10^{-11}}{4\pi}.$$

Apliquem ara la fórmula (4) a Sírius. Primer de tot hem d'expressar la seva distància en unitats astronòmiques. Com que un any llum equival a 63.241 unitats astronòmiques, 8,7 anys llum equivalen a 550.196,7 unitats astronòmiques. Designem per L la lluminositat de Sírius que busquem. Tindrem

$$L = 4\pi \times (550196{,}7)^2 \times \frac{7{,}5978703 \times 10^{-11}}{4\pi} \approx 23.$$

Per tant, Sírius és una estrella vint-i-tres vegades més lluminosa que el Sol.

6. Dades biogràfiques d'Henrietta Leavitt

Henrietta Leavitt va néixer el 4 de juliol de 1868 a Lancaster, Massachussetts. Va estudiar en un *college* dependent de la Universitat de Harvard que s'anomenava Society for the Collegiate Instruction of Women i allà va obtenir un *bachelor's degree*. Va assistir a cursos d'astronomia al Harvard College Observatory per graduar-se en astronomia, però mai no va acabar aquests estudis. Allà la van contractar com a *dona calculadora*.

Expliquem que en aquella època la feina mecànica de computació que ara fan els ordinadors la feien unes dones molt mal pagades, que no tenien el més mínim reconeixement científic. Però el treball que li van encomanar a Henrietta no consistia a fer càlculs, sino a mesurar la brillantor dels estels que es fotografiaven en aquell observatori.

Tot i que les dones calculadores no podien aspirar a cap honor, ni científic ni de reconeixement social, l'any 1908 Henrietta va aconseguir publicar part del seu treball als *Annals of the Harvard College Observatory*. El seu article consistia en les dades de 1.777 estrelles situades en dues galàxies molt petites anomenades Gran Núvol de Magallanes i Petit Núvol de Magallanes, que són galàxies satèl·lits de la nostra, la Via Làctia.

Els anys següents va anar revisant les dades d'aquelles 1.777 estrelles i, fixant-se només en 25 d'elles situades en el Petit Núvol de Magallanes, va fer el descobriment més important que s'havia fet en astronomia des de l'època de Kepler. Aquest descobriment, que aleshores no semblava tan absolutament transcendental com després ha resultat ser, va ser publicat l'any 1912 en la circular interna número 173 del Harvard College Observatory. Com que Henrietta Leavitt tenia una categoria laboral molt baixa dintre d'aquella institució, el treball no el va signar ella, sinó el seu cap, que es deia Edward Pickering. De totes maneres, aquest investigador va tenir la delicadesa d'escriure a l'article la frase següent: «The following statement regarding the periods of 25 variable stars in the Small Magellanic Cloud has been prepared by Miss Leavitt».

Henrietta va morir el 12 de desembre de 1921 de càncer a Cambridge, Massachusetts. L'any 1925, quatre anys després de la seva mort, el matemàtic suec Mittag-Leffler, que no s'havia assabentat del decés, va escriure-li una carta en la qual li manifestava la seva intenció de proposar-la per al Premi Nobel de Física. Massa tard!

7. El descobriment d'Henrietta Leavitt

Tal com acabem de dir, Henrietta Leavitt estudiava les fotografies astronòmiques que es feien a l'Observatori de Harvard i va participar molt activament en la confecció d'un catàleg de 1.777 estrelles variables situades als dos Núvols de Magallanes. Ara sabem (en aquella època no ho podien saber) que el Gran Núvol de Magallanes és una galàxia que es troba a 163.000 anys llum de nosaltres i el Petit Núvol de Magallanes, a 200.000, aproximadament. Entre totes les estrelles variables que va ajudar a catalogar, Henrietta es va fixar en unes quantes d'un tipus específic que s'anomenen variables Cefeides.

Aquest tipus d'estrelles, conegudes des del segle XVIII, es caracteritzen pel fet que la seva lluminositat varia de manera molt regular en un període curt de temps (de pocs dies). Reben aquest nom perquè la primera estrella d'aquest tipus que es va conèixer va ser l'estrella δ de la constel·lació de Cepheus. La variació de lluminositat d'aquesta estrella va ser descoberta per John Goodricke el 1784. La variació de δ *Cephei* té un període molt exacte: 5 dies, 8 hores i 48 minuts. Això vol dir que la lluminositat de l'estrella ateny un màxim, després minva a poc a poc fins a atènyer un mínim, de cop i volta augmenta per tornar a atènyer el màxim, després torna a minvar, i així successivament. Doncs bé, entre màxim i màxim transcorren exactament 5 dies, 8 hores i 48 minuts.

Malgrat que el percentatge d'estrelles d'aquest tipus (en relació amb totes les altres estrelles) és baix, com que d'estrelles n'hi ha tantíssimes, de variables cefeides també n'hi ha moltes a l'Univers.

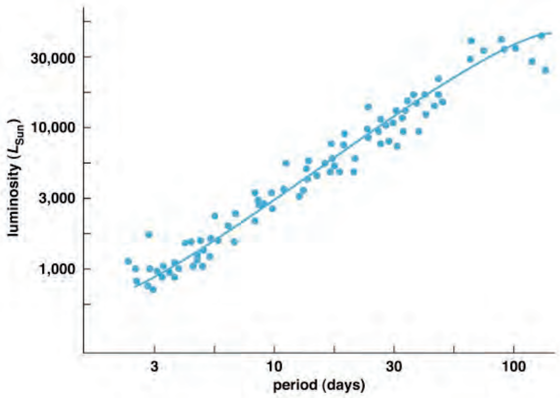

Figura 4

Ara estem en condicions d'explicar què va fer Henrietta Leavitt. Va dibuixar dos eixos perpendiculars. Sobre l'eix de les *x* hi va col·locar el període de les variables cefeides i sobre l'eix de les *y*, la lluminositat. D'aquesta manera, cada estrella variable cefeida que havia observat la va representar com un punt d'aquesta gràfica, el punt que tenia com a primera coordenada el període i com a segona coordenada la lluminositat d'aquella estrella. I va obtenir una gràfica com la de la figura 4, en la qual la lluminositat està mesurada agafant com a unitat la lluminositat del Sol. I va veure que el núvol de punts que així obtenia estava sobre una corba. Per tant, va descobrir la llei següent:

Llei de Leavitt. La lluminositat de les variables cefeides és una funció del seu període (funció donada per la gràfica de la figura 4, determinada de manera experimental).

En explicar això hem fet una mica de trampa per tal de fer més comprensible el relat. Direm ara quina trampa hem fet. Henrietta Leavitt va estudiar variables cefeides del Petit Núvol de Magallanes, que és una galàxia petita que ara sabem (aleshores no ho sabien) que es troba a 200.000 anys llum de nosaltres. Una distància completament impossible de mesurar per mètodes trigonomètrics. Així doncs, si ella no coneixia la distància d'aquelles estrelles, no en podia conèixer la lluminositat (d'acord amb el que hem explicat a la secció 5) i, per tant, no les podia representar, tal com hem explicat, en la gràfica de la figura 4. Però ella, amb una gran intuïció, va considerar que, com que totes les estrelles que havia observat pertanyien a una mateixa galàxia, totes estaven més o menys a la mateixa distància de nosaltres (la distància a la qual està la galàxia). En aquestes condicions les seves lluminositats eren proporcionals a les brillantors observades. Però ella no coneixia la constant de proporcionalitat. L'única cosa que podia fer, doncs, era dibuixar la gràfica de la figura 4 sense precisar les unitats emprades per la lluminositat a l'eix d'ordenades, unitats que depenen de la constant de proporcionalitat. De totes maneres, això li va permetre enunciar la seva llei. Per calibrar exactament l'eix d'ordenades s'ha de fer una gràfica independent utilitzant només variables cefeides de les quals es conegui la distància a nosaltres per mètodes trigonomètrics.

Respecte a la gràfica de la figura 4, convé que fem encara l'aclariment següent:

Aclariment sobre la gràfica de la figura 4. Les dues escales (tant la de l'eix d'abscisses com la de l'eix d'ordenades) són logarítmiques. La longitud entre dues marques consecutives és de 0,25. Els valors de les marques de l'eix de les x són: $10^{0,5} \approx 3$, $10^{0,75} \approx 5{,}6$, $10^1 = 10$, $10^{1,25} \approx 18$, $10^{1,5} \approx 32$, $10^{1,75} \approx 56$, $10^2 = 100$. Les marques de l'eix de les y són: $10^{2,75} \approx 562$, $10^3 = 1.000$, $10^{3,25} \approx 1.778$, $10^{3,5} \approx 3.162$, $10^4 = 10.000$, $10^{4,25} \approx 17.783$, $10^{4,5} \approx 31.623$.

S'usen escales logarítmiques tant en els períodes (eix d'abscisses) com en les lluminositats (eix d'ordenades) perquè la gràfica surti lineal.

La llei de Leavitt ens permet calcular de manera molt precisa la distància a nosaltres de qualsevol estrella variable cefeida de la manera següent: 1) Observem el seu període mirant-la pel telescopi. 2) Mitjançant la gràfica de la figura 4 (llei de Leavitt) obtenim la seva lluminositat. 3) Mitjançant l'anàlisi de la llum que rebem d'ella a través del telescopi determinem la seva brillantor. 4) Com que aleshores ja coneixem tant la seva lluminositat com la brillantor, pel procediment explicat a la secció 5 determinem la distància.

Així doncs, per aquest procediment podem conèixer la distància de qualsevol variable cefeida, encara que estigui molt lluny. Observeu, però, que per aplicar el procediment a una variable cefeida llunyana s'han d'utilitzar totes les baules de la cadena històrica. No ens en podem saltar cap. En efecte: 1) Per determinar l'escala de la gràfica de la figura 4 cal aplicar el procediment a variables cefeides de les quals es coneix la distància, i això només ho podem aconseguir pel mètode de la paral·laxi. 2) Per aplicar el mètode de la paral·laxi a qualsevol estrella cal conèixer amb exactitud el radi de l'òrbita terrestre entorn del Sol, i per a això cal emprar la tercera llei de Kepler.

Ara ens podem preguntar per què és tan important el mètode de Leavitt si d'estrelles variables cefeides n'hi ha relativament poques. De què ens serveix poder conèixer amb exactitud la distància que ens separa d'elles? Doncs ens serveix per conèixer la distància de galàxies llunyanes. En efecte, una galàxia consta de milers de milions d'estrelles i entre elles segur que podrem localitzar algunes variables cefeides. Doncs bé, si en localitzem una (només una!) dintre d'una galàxia llunyana, pel procediment de Leavitt podrem mesurar la distància que ens separa d'ella i, per tant, la distància aproximada a la qual es troba la galàxia. Això és el que va fer Edwin Hubble (1889-1953) a la dècada dels anys vint del segle passat i va determinar d'aquesta manera la distància a què es troben un grapat de galàxies. Això va permetre constatar que l'Univers es dilata i que va tenir un principi (el Big Bang).

Ara bé, com més llunyana sigui la galàxia que observem, més difícil resultarà localitzar dintre d'ella una variable cefeida i mesurar-li el seu període i la seva brillantor. Per tant, el mètode de Leavitt no és aplicable a galàxies extraordinàriament llunyanes.

En relació amb la gràfica de la figura 4 i l'aclariment que hem fet, un possible problema que es podria proposar a estudiants de batxillerat seria el següent: trobeu una fórmula matemàtica que expressi la lluminositat L en funció del període de les variables cefeides i que aproximadament tingui per gràfica la de la figura 4.

8. Supernoves

Cap al final del segle XX es va descobrir que les supernoves de tipus *Ia* es poden usar per mesurar distàncies a galàxies molt llunyanes per un mètode molt similar al de les variables cefeides. Les supernoves de tipus *Ia* no són gaire freqüents a l'Univers i sorgeixen ocasionalment en els sistemes binaris d'estrelles quan una d'elles és una nana blanca de poca massa, al final de la seva vida, i explota per col·lapse gravitatori i produeix una llum molt intensa. La seva lluminositat passa per un màxim i després va disminuint, i en el termini d'uns mesos es fa imperceptible. Resulta, però, que existeix una gràfica que relaciona els dies transcorreguts des de l'explosió inicial amb la lluminositat de l'estrella. Les supernoves de tipus *Ia* es poden usar, doncs, per mesurar distàncies, igual com es fa amb les variables cefeides, però amb l'avantatge que són extraordinàriament més lluminoses que aquestes. Això permet localitzar supernoves d'aquest tipus en galàxies molt llunyanes i calcular-ne la distància. El Premi Nobel de Física de 2011, tal com hem dit abans, va ser atorgat a Saul Perlmutter, Brian Schmidt i Adam Ries, directors de dos equips de recerca diferents (el de Perlmutter d'una banda, i el de Schmidt i Ries de l'altra) que van observar supernoves en galàxies molt llunyanes i van aportar evidències sobre el fet que l'Univers s'expandeix acceleradament.