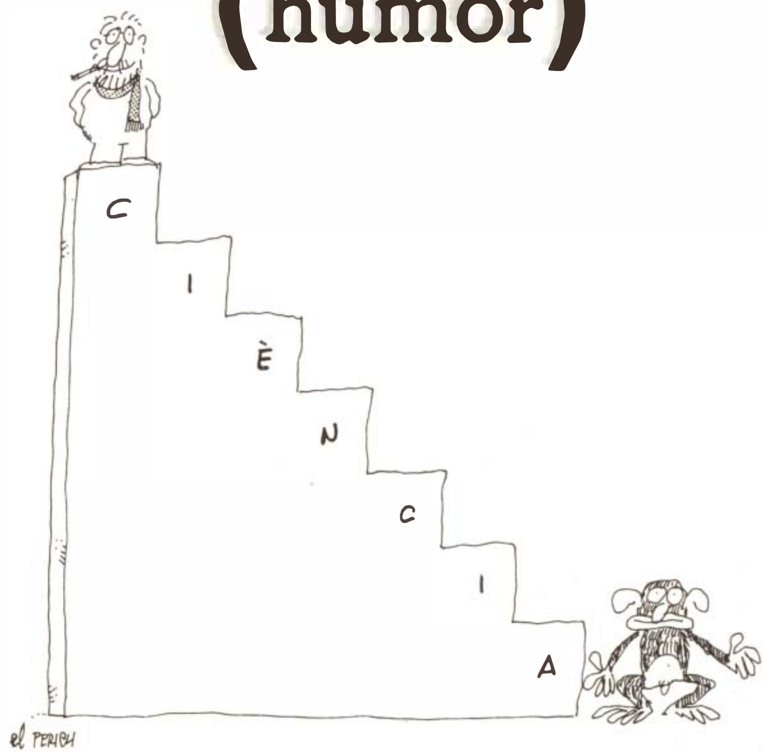
Es tracta d'una tasca pràcticament ad honorem, *sens dubte impulsada per "amor a la ciència". Creiem que aquesta situació és paradoxal, gairebé dramàtica: en el moment històric de més gran expansió de la ciència i la tècnica, oficialment no es destina pràcticament cap recurs per promoure'n el millorament de l'ense-yança. S'accentua la gravetat d'aquesta qüestió en conèixer els grans pressuposts que, a d'altres països, són destinats a finançar projectes similars.*

–Quant a la nostra incidència, tenim intercanvis permanents amb altres grups semblants, com el Grup de Física i Química de la Universitat Literària de València. A més, any rera any som presents als cursos d'estiu organitzats pel Col·legi de Llicenciats i, malgrat que no hàgim fet una tasca de difusió gaire extensa, ja hem implantat alguns cursos de treball segons el nostre mètode a Barcelona, Màlaga, Bilbao, etc., i enguany estem a punt de fer-ho a Ciutat de Mallorca, en un curs experimental que es dictarà en català. A d'altres llocs d'Espanya, com a Màlaga, alguns grups de docents han fet seves les nostres propostes i treballen a classe amb el nostre material.

De tota manera, el nostre projecte encara és incipient i prou lluny de tenir la incidència i la projecció que pretenem que tingui.

(E. A.)

(humor)



(jocs i entreteniments matemàtics)

ELS POLIÒMINOS

per Manuel Risueño

Aquest article és el primer d'una sèrie de materials sobre l'aspecte recreatiu de les matemàtiques que apareixeran en aquesta secció fixa de (ciència). El seu autor, Manuel Risueño, publicà aquest treball en el primer número de la revista científica "Ciencia Nueva" que aparegué a Buenos Aires l'any 1970. Les persecucions polítiques d'aquests darrers anys a la República Argentina han impedit la continuïtat d'aquesta excel·lent revista –la primera en el seu gènere en llengua castellana–, a la qual retem homenatge des d'aquestes pàgines.

Dedicarem aquest primer article sobre els múltiples aspectes de les matemàtiques recreatives, en què mirarem de barrejar geometria i àlgebra, amb una recreació principalment geomètria i una certa participació de l'anàlisi combinatòria, als "poliòminos".

Els poliòminos foren inventats per Solomon W. Golomb, investigador matemàtic del California Institute of Technology, l'any 1954. D'aleshores ençà, llur popularitat no ha parat d'augmentar, i és el cas que sovint els veiem esmentats a les revistes de matemàtiques recreatives, i també a les que podem considerar "més serioses" (com ara l'"American Mathematical Monthly"). Golomb mateix s'ha trobat en la situació ben curiosa que aquest producte dels moments de lleure li ha donat més fama que les investigacions serioses, i fins i tot ha hagut de publicar-ne un llibre (*Polyminos,* Charles Scribner's Sons, New York, 1965).

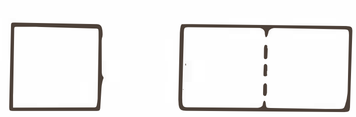


Fig. 1

Fig. 2

El nom poliòmino és producte d'una d'aquestes etimologies deliberadament falses que agraden tant als nord-americans. Atès que una fitxa de dòmino és un rectangle format per "dos" quadrats, per analogia parlen de tròminos, tetròminos, etc., per a les figures formades per tres, quatre, etc., quadrats que tenen si més no un costat en comú. El nom col·lectiu de poliòminos comprèn totes aquestes figures, les formin el nombre de quadrats que vulgueu.

És clar que només hi pot haver un monòmino, o figura formada per un sol quadrat; amb la limitació que ja hem dit, que cadascun dels quadrats que integrin cada figura ha de tenir si més no un costat en comú amb un

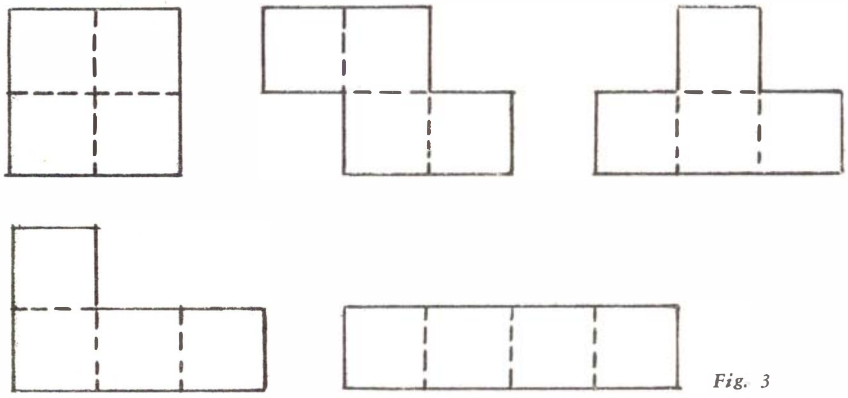


Fig. 3

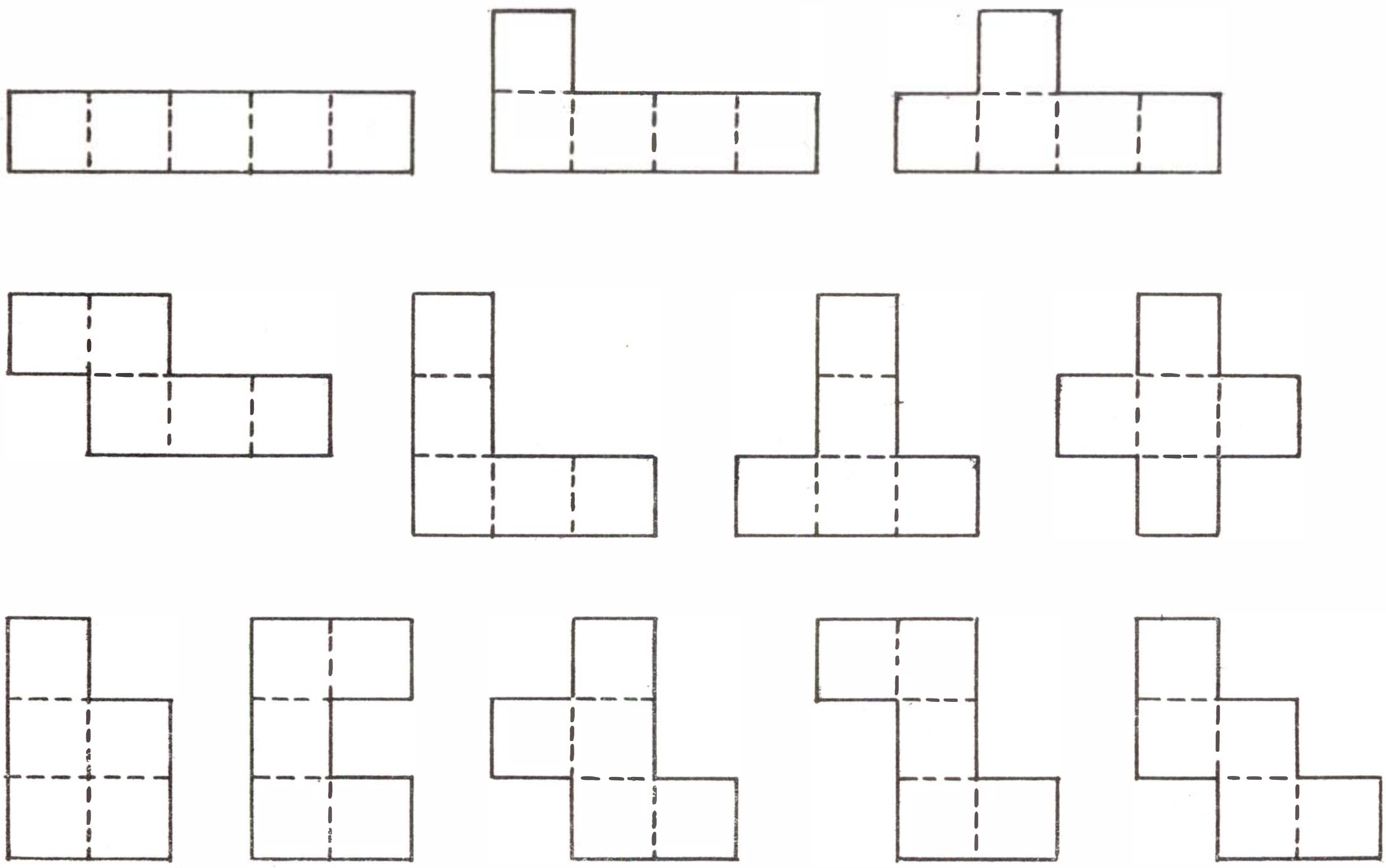


Fig. 4

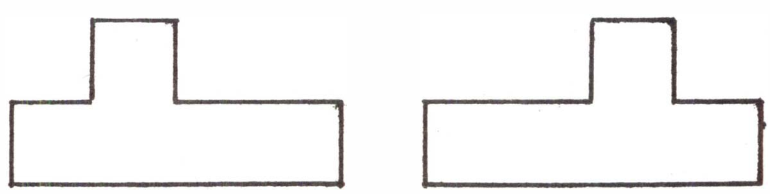


Fig. 5

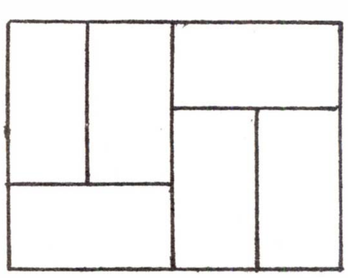


Fig. 6

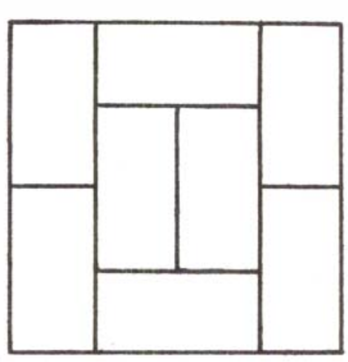


Fig. 7

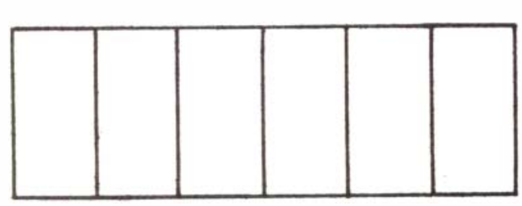


Fig. 8

altre quadrat, també és evident que només hi pot haver un dòmino, amb la forma que tots ja coneixem (vegeu la fig. 1). Però, quan passem als tròminos, ja en trobem dos de diferents, el recte i l'angulós (fig. 2); els tetròminos ja són cinc (fig. 3), i els pentòminos, dotze (fig. 4), si no distingíem entre dues figures que no podem sobreposar directament però que són iguals que un objecte i la seva imatge al mirall (fig. 5). D'aquestes parelles de figures, se'n diu "enantiomòrfics". Quan hom posa en un problema peces d'aquesta forma, que suposem de cartó o d'algun altre material, la necessitat de distingir entre les parelles enantiomòrfiques o no va directament relacionada amb el fet que les dues cares d'una peça siguin iguals o no, d'acord, és clar, amb les condicions del problema; és a dir, si ens deixen girar la peça o no.

Si consideràvem diferents les parelles enantiomòrfiques, el nombre de tetròminos arribaria a set, i el de pentòminos, a divuit. Un primer problema, no resolt, és determinar una fórmula matemàtica que indiqui, per a cada valor de "n" (el nombre de quadrats components), el nombre total de poliòminos diferents en qualsevol de les dues hipòtesis següents: que considerem una sola les dues figures d'una parella enantiomòrfica (és a dir, que podem girar les peces) o que les considerem diferents. Un problema més simple, que deixem per als lectors i la solució del qual donarem al número vinent, és determinar el nombre d'hexòminos considerant totes dues hipòtesis.

Més endavant ja tindrem ocasió d'insistir sobre aquestes interessants figures; avui ens limitarem a la més simple: els dòminos. Pot semblar que un element tan senzill no dóna peu a gairebé res, però hi ha si més no dos tipus de problemes interessants en què només intervenen dòminos, és a dir, rectangles la llargada dels quals és el doble de l'amplada.

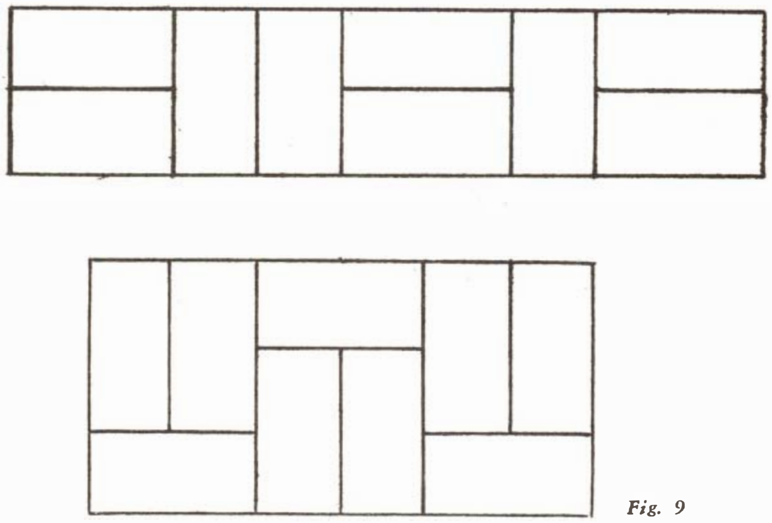


Fig. 9

Parets sòlides

Robert I. Jewett, un estudiant de matemàtiques a la Universitat d'Oregon, és l'autor d'aquest primer tipus de problema, basat en el fet que la forma d'un maó és pràcticament igual que la d'una fitxa de dòmino. El problema de Jewett consisteix a determinar si es pot formar un rectangle amb dòminos de tal manera que no hi hagi cap línia recta, vertical o horitzontal, que uneixi dos costats oposats del rectangle. La figura 6, per exemple, té una línia vertical al centre que va de la vora superior a la inferior. En una paret de maons, aquesta línia fóra considerada una falla, que en reduiria la solidesa. El problema de Jewett consistia a determinar quin era el rectangle més petit lliure d'aquestes falles, és a dir, la més petita paret sòlida. La resposta és un rectangle de cinc unitats d'ample per sis de llarg. En un proper número en donarem dues solucions diferents, i també per al rectangle de 6 x 8, i un mètode pel qual podem passar d'una paret sòlida de qualsevol dimensió a una de superior en dues unitats, amb la qual cosa podem tenir una solució per a qualsevol paret de mesures superiors a les indicades. És evident que no hi ha cap solució per als rectangles les dues bandes dels quals siguin formades per un nombre senar de costats, perquè el contingut total en fóra un nombre senar de quadrats (el producte de dos nombres senars sempre és un altre senar) i no podria contenir un nombre exacte de dòminos o de rectangles formats per un nombre parell de quadrats (dos).

El lector amatent ja es deu preguntar per què no hem esmentat la paret de 6 x 6 unitats; el motiu n'és que no és possible fer-la sòlida, i la prova n'és molt interessant. Si imaginem una paret sòlida de 6 x 6, veiem que ha de contenir divuit dòminos (la meitat de l'àrea total de trenta-sis unitats) i deu línies interiors (cinc de verticals i cinc d'horitzontals) en què coincidiran les unions dels dòminos. Si la paret és sòlida, cadascuna d'aquestes deu línies ha de tallar almenys un dòmino, perquè d'altra manera aniria de banda a banda. Però és fàcil de demostrar que per força el nombre de dòminos tallats ha de ser parell. Efectivament, cadascuna de les dues porcions en què aquestes línies divideixen el quadrat de 6 x 6 ha de contenir un nombre parell de quadrats unitaris (6, 12, 18, 24 o 30). Els dòminos que ocupen del tot una d'aquestes parts també ocupen un nombre parell de caselles, perquè cada dòmino ocupa dues caselles; en conseqüència, també el nombre de caselles ocupades pels dòminos tallats per la línia que considerem ha de ser parell, i, atès que cada dòmino tallat així tindria un quadrat a cada banda, el nombre de dòminos també ha de ser parell. Ara bé, el quadrat de 6 x 6 té deu línies interiors i cadascuna pel cap baix hauria de tallar dos dòminos, de tal manera que no menys de vint dòminos foren tallats per les deu línies interiors. Com que, als quadrats de 6 x 6, només hi caben divuit dòminos, resulta evident que cap no en pot sortir lliure de falles.

Aquest mateix raonament aplicat al rectangle de 6 x 8 demostra que les dotze línies interiors han de tallar cadascuna precisament dos dòminos, o sigui en conjunt, els vint-i-quatre dòminos que farien el rectangle. Que això que afirmem és veritat, ho podrem veure a la solució que publicarem al número vinent.

Tatami

L'altra aplicació, inspirada en un problema de Kobon Fujimura, d'Osaka, Japó, publicat al núm. 1 del "Journal of Recreational Mathematics", arrenca del fet que al Japó hom sol cobrir les habitacions amb una mena d'estores de palla trenada anomenades "tatami". Aquestes estores sempre fan el doble de llarg que d'ample, o sigui que tenen la forma de dòmino. Les habitacions sempre són rectangulars, i les mesures en són múltiples exactes de l'amplada d'un tatami. Endemés, una tradició ancestral prohibeix de col·locar els tatami de tal manera que els angles de quatre d'ells puguin coincidir en un mateix punt.

Si preníem com a unitat de mesura l'amplada d'un tatami, és fàcil de veure que en una habitació de 4 x 4 els vuit tatamis que caldria per a cobrir-la només es poden col·locar d'una sola manera (vegeu la fig. 7).

A partir d'aquí podem fer generals dos problemes: ¿És possible de cobrir tota l'habitació amb tatami si com a mínim una de les bandes comprèn un nombre parell d'unitats? De quantes maneres diferents?

Si agrupàvem totes les habitacions que tenen igual la dimensió menor, és fàcil de veure que totes les habitacions amb dues unitats d'ample tenen un nombre de solucions diferents proporcionalment gran, encara que basat en només dues disposicions bàsiques, segons que ho indiquem a la figura 8. Inversament, els rectangles la dimensió menor dels quals és de tres unitats (recordem que l'altra dimensió necessàriament serà un nombre parell) tenen una sola solució, que obtindrem fàcilment repetint un rectangle bàsic de 2 x 3, com ho indiquem a la figura 9. També és fàcil de determinar el nombre de solucions diferents quan l'amplada mínima és de quatre unitats; però el problema es comença a complicar quan l'amplada mínima és de cinc unitats, per la qual cosa en deixarem la resposta per al número vinent, així com la dels rectangles la dimensió mínima dels quals sigui superior a cinc.

Abans d'acabar només direm que a partir d'una dimensió mínima de set unitats ja es comencen a presentar uns casos que sembla que no tenen solució. Així, per exemple, no conec cap solució per als rectangles de 7 x 10, 8 x 11, 8 x 12, etc. Sembla que a partir de set hi ha tota una sèrie de rectangles sense solució en què la dimensió major és aproximadament un cop i mig la dimensió menor. Si la dimensió mínima encara és més gran, hi ha d'altres casos de proporcions diferents que em sembla que són insolubles. Això passa, per exemple, amb els rectangles de 9 x 22.

Diguem finalment que tots dos problemes relacionats amb dòminos no tenen res a veure l'un amb l'altre. Les solucions del segon són plenes de "falles", és a dir, de línies que travessen la figura d'una banda a l'altra; per contra, a totes les parets "sòlides" que conec, hi ha un cert nombre de punts en què coincideixen quatre dòminos. ¿Cap lector podria demostrar que necessàriament això ha de ser d'aquesta manera?

(M.R.)

FÉLIX RODRÍGUEZ DE LA FUENTE; IN MEMORIAM

per l'Equip El Mussol

(el mussol)

Quan el Mussol va saber que t'havies mort ens vam posar molt tristos. I vam recordar amb certa mala consciència que pensàvem que exageraves en parlar del perill que corries. Com durant la filmació del salvament d'anacondes a l'Amèrica del Sud. I a més el Mussol tenia pensat criticar (siguem honests: carregar-se'ls) els teus programes televisius.

Hagués estat bastant fàcil. Només calia trobar un error i amplificar-lo fins al punt d'ignorar tota la resta. D'altra banda, resulta molt fàcil criticar un home públic. Tothom comet errors, però els seus surten als diaris. I sempre hi ha algú interessat a exigir a la gent més perfecció de la que ell mateix s'obliga a tenir.

És fàcil dir que un altre, amb els teus recursos, ho hauria fet millor. Enveja? Sí. De primera qualitat. Eres de les poques persones que, almenys aparentment, s'ho han passat realment bé amb el que han fet. Difícil de perdonar en la nostra societat!

I no diguem de la teva imprudència temerària a l'hora d'opinar sobre les nuclears. Tenies massa fe en alguns científics. Ningú no és perfecte.

Eres amic dels animals. Així, sense cometes. Amic públic dels llops, els dolents dels contes especialitzats a cruspir-se nenes i velletes. Que ve el llop! Quina por! I éreu amics.

Segurament per això, en les escenes de cacera sempre insisties que la vida era dura i, a vegades, cruel; que per a menjar cal matar, sobretot si es té estómac de carnívor. I quan la peça aconseguia fugir, recordaves que el caçador es quedaria amb gana i que per a ell l'escena no hauria acabat. Que la mort no té, en el regne animal, l'aspecte horrible que té en l'humà. Els homes procuren oblidar-ho i compren carn ja morta. Però no per això la roda de la mort deixa de girar. Ara t'ha afagat a tu.

T'acusaven (el Mussol també ho hagués fet) d'oferir una visió romàntica de la natura, d'explicar l'evolució com un acte voluntari per part dels animals, de ser més divulgador que científic. I oblidaven (el Mussol també ho havia oblidat) que la ciència és una fulla d'afaitar que talla, separa, divideix i trenca. I que no la pots aplicar als teus amics, perquè fa mal. No es pot ser objectiu, i amb el que t'agrada, menys. Si t'agrada una flor no pots trencar-la per comptar-ne els estams, els sèpals i els pètals, classificar-la i posar-li un nom en llatí, perquè, acabada l'operació, ja no hi ha flor.

Divulgador de la ciència? Més aviat propagandista de la natura. Algun ecòleg conegut et va comparar amb un guarda de zoològic, ja que en la seva erudita opinió considerava que exageraves en qualificar de desastre ecològic el fet que només quedessin cinc óssos a Astúries. La ciència no té sentiments. Tu en tenies, i és una pena que no quedin óssos.

També et varen retreure que fessis "calers", com si ells no en fessin (dissortadament molts menys). Ja no recomanaràs més llaunes de menjar per a gats. Per cert, l'Angelina es nega a menjar-ne de qualsevol altra marca (prefereix fins i tot passar gana).

De fet t'acusen d'haver actuat a la teva manera. De no ser i de no actuar com nosaltres volíem/pensàvem.

Ara un naturalista et compara amb Darwin. Home, viatges sí que n'has fet. Però mai no vares pretendre donar una teoria o fundar una escola o ser rigorós, científic i seriós. A nosaltres sempre ens va semblar que només pretenies que la gent aprengués a conèixer i a estimar els animals, la natura. I això ho vares aconseguir.

La roda et va agafar amb una càmera a la mà, en un indret tan perdut com Alaska, enmig de la neu. El teu esperit deu haver quedat en una plana solitària on potser els llops udolaran per la pèrdua d'un amic. Que ells t'omplin la nit.