

## Varietats

**La temperatura de l'espai interestel·lar**<sup>1</sup> El buit no té temperatura. Així, un cos col·locat en el buit interestel·lar, suposat absolut, i que no pot rebre cap calor exterior, hauria de perdre per radiació, tota la seva calor interior; és a dir, que la seva temperatura cauria fins al seu limit inferior possible, teòricament el zero absolut, o siguin  $-273^{\circ}$ . Però l'espai còsmic no és absolutament buit; és poblat per astres que radien calor. Per tant, un cos col·locat en un punt de l'espai interestel·lar real perdria i guanyaria calor, per radiació mútua, procedent d'ell mateix i dels astres, fins que un equilibri tèrmic s'establís en aquest mecanisme; la temperatura del cos dependria, aleshores, de la seva situació en relació als cossos còsmics.

Suposem que es tracta d'un cos negre, és a dir, d'un cos que absorbeix completament totes les radiacions, qualsevulla que siguin les llargàries de llurs ones. De les lleis de la radiació resulta que un petit cos negre col·locat prop de la superfície d'una estrella, per exemple del nostre Sol, posseeix una temperatura igual a 84 % de la temperatura d'aquest astre. La temperatura efectiva de la superfície solar és de 5.740 graus; per tant, un petit cos negre col·locat al límit de l'atmosfera solar, tindria una temperatura de  $4.830^{\circ}$ , mentre que situat a un milió de milles de distància d'aquesta superfície, estaria a  $2.250^{\circ}$  solament. A distàncies més grans, la temperatura d'aquest cos negre baixaria encara més: a la distància de la Terra, fins a  $277^{\circ}$  absoluts, o sigui  $4^{\circ}$  C.; a la distància de Júpiter, a  $-152^{\circ}$ C; i a la distància de Plutó, fins a  $-230^{\circ}$ . A una centèsima de la distància que podria separar aquest cos negre de l'estrella més pròxima, la seva temperatura assoliria els 5.3 graus sobre zero absolut, o sigui  $-276,7^{\circ}$ C, on l'hidrogen esdevé ja sòlid, malgrat que l'heli permaneixi encara líquid.

La calor total que nosaltres rebem del cel estrellat equival a la que ens donaria el Sol si es trobés col·locat a una distància de la Terra 8.000 vegades més gran que la distància actual. Amb aquest calor, el nostre cos negre tindria una temperatura de 3.1 graus solament sobre el zero absolut. Aquest càlcul podria donar-nos una idea de "la temperatura de l'espai interestel·lar". Més enfora de la via Làctea hi han, encara, nebuloses: la seva intensitat de radiació és molt petita. De les mesures efectuades per l'astrònom americà HUBBLE sobre el nombre i la brillantor de les nebuloses, resulta que la intensitat de llur radiació equival a un milèssim aproximadament de la del cel estrellat; i la temperatura corresponent d'un cos negre no seria sinó de  $0,6^{\circ}$  sobre del zero absolut. Les masses de matèria dispersades, si n'existeixen en l'espai internebulós han d'ésser molt fredes.

El Prof. Henry NORRIS RUSSELL, director de l'Observatori de la Universitat de

---

*Le Mois*, 1 de juny al 1 de juliol de 1932.

Princeton (Estats Units), que ha dedicat un estudi a la qüestió de la temperatura de l'espai, mostra que el problema es presenta de tota una altra manera si el "termòmetre" col·locat en l'espai interestel·lar no és un "cos negre". La provisió de calor emesa per les estrelles és portada per ones curtes, semblants a les de la llum visible; en canvi, la radiació emesa pels cossos a les temperatures terrestres ordinàries, és portada per ones vint vegades més llargues; i si la temperatura no és de molts graus superior al zero absolut, la feble radiació consisteix en ones molt més llargues, de l'ordre d'un mil·límetre. Els poders d'absorció i d'emissió de substàncies diverses difereixen molt i varien amb la llargària d'ona. Per exemple, un cos negre s'eleva a la mateixa temperatura tant si es troba col·locat arran d'una estrella blanca o d'una estrella roja; però un cos format d'una roca tenyida de color roig o groc (a causa de la seva tinença en òxid de ferro) absorbeix en totalitat les radiacions violetes i ultravioletes i molt menys la radiació roja que la reflecteix en la seva major part; si és col·locat ran d'una estrella roja, no absorbirà sinó una dèbil part de la seva radiació i serà, per consegüent, més fred que el cos negre col·locat en les mateixes condicions. Diferències semblants existeixen igualment, en ço que es refereix als poders d'absorció i d'emissió per ones llargues. Dos cossos que tinguin els mateixos poders d'absorció per les ones curtes emeses pel Sol i les estrelles, però poders d'emissió desiguals per les ones llargues, no tindran pas la mateixa temperatura. I, per exemple, dos planetes diferents situats a la mateixa distància del Sol, no tindran pas necessàriament la mateixa temperatura.

Tal és el cas de la Terra i de la Lluna. La Terra gira ràpidament al voltant del seu eix, de manera que durant la nit, no es refreda gaire; també radia calor sobre tota la seva superfície. En canvi, com que la rotació de la Lluna és molt lenta, la nit hi és molt freda, la superfície nocturna no radia gairebé res en l'espai i la calor que aquest astre rep del Sol és gairebé totalment dissipada per l'hemisferi en el qual és de dia, i, sobretot, per la part que dona de cara directament al Sol. En aquesta regió, la temperatura sobrepuja el punt d'ebullició de l'aigua. Aquesta diferència és, encara, accentuada per la circumstància de que la superfície de la Lluna, desproveïda d'atmosfera, pot difícilment magatzemar el calor. Segons les observacions del Dr. PETIT i del Dr. NICHOLSON, la temperatura de l'hemisferi de la Lluna, directament assolat, seria de  $65^{\circ}$  a  $118^{\circ}\text{C}$ , i la de l'hemisferi no il·luminat seria de  $153^{\circ}\text{C}$  sota zero.

En el propi espai interestel·lar hi han àtoms i molècules de gasos que absorbeixen les fines línies de calci i de sodi en els espectres de les estrelles calentes i més allunyades. Ço que és curiós, és que el gas interestel·lar és calent i no pas fred; la temperatura d'un gas és mesurada per l'energia mitjana del moviment dels àtoms o de les molècules; i, segons els càlculs d'EDDINGTON, aquests moviments són tan ràpids que corresponen a la temperatura de  $10.000^{\circ}$  aproximadament. No gens menys, un cos negre immers en aquests gasos hauria de restar fred, a causa de l'enrarament de l'ambient, les molècules del qual no el tocarien pas sovint, encara que l'energia que li fóra comunicada seria ínfima.

Tal és la paradoxa en virtut de la qual un cos a l'estat calòric del zero absolut, submergit en un gas a  $10.000^{\circ}$ , és escalfat de menys d'un grau mentre el gas resta suficientment rarificat.

### ***L'estudi modern de les funcions***

Amb motiu de la mort de René BAIRE, el Sr. Paul MONTEL ha publicat un interessant article-resum de la teoria moderna de les funcions de variables reals. A continuació en donem un resum.

Amb motiu de la mort de René BAIRE, el Sr. Paul MONTEL ha publicat un interessant article-resum de la teoria moderna de les funcions de variables reals. A continuació en donem un resum.

El dia 4 de juliol darrer morí René BAIRE. El seu nom, junt amb el d'Emile BOREL i Henri LEBESGUE, va íntimament lligat amb un dels avenços més importants de la ciència matemàtica de principis del nostre segle.

El concepte de funció és elemental dintre de l'àlgebra, en la qual es repeteixen sovint els exemples dels lligams que poden unir una quantitat variable a una altra—la funció—els valors de la qual depenen dels d'aquella.

Quan sumem polinomis en nombre finit, els resultats són sempre polinomis; però si aquests polinomis sumands són en nombre infinit, s'arriba a una primera classe de funcions—contínues o discontinues—el caràcter específic de les quals fou descobert per René BAIRE. Afegint funcions de la primera classe i repetint a l'infinit aquestes addicions, s'obtenen les funcions de segona classe; i així, indefinidament. D'aquesta manera es forma un quadre de funcions corresponents a classes la categoria de les quals és un nombre enter tan alt com es vol. Es pot, encara, continuar la construcció, superar la infinitat dels números enters i crear noves classes, el número d'ordre de les quals correspon a una sèrie que presenta el caràcter d'infinitud anomenat transfinit.

Superposant les funcions més elementals, nosaltres obtenim funcions discontinues cada vegada més complicades. Aquesta construcció no exhaurix la col·lecció de totes les funcions possibles, però permet de relligar orgànicament totes les que pot abastar i, a l'ensens, determinar-ne els caràcters distintius. Aquesta fou l'obra de René BAIRE i dels qui l'han seguit en aquesta direcció.

Acabem de veure aparèixer infinits de diferents espècies; llur estudi es presenta continuament en l'examen de les propietats de les funcions. Limitem-nos a les col·leccions infinites de punts situats sobre d'un segment de recta. Hom pot imaginar-s'ho de diverses maneres: prendre, p. e., tots els punts la distància dels quals a un extrem del segment és un nombre decimal; o tots aquells qui corresponen a un troc d'aquest segment. Es pot, encara, operar com segueix: Fem un trauc en el segment; amb això tindrem dos altres segments, un a dreta i l'altre a esquerra de l'obertura; en cada un d'ells fem un altre tall sense contacte amb el primer; tindrem, així, quatre segments nous en cada un dels quals farem un nou tall, i així a continuació, indefinidament. Els punts que no són interiors a cap dels talls són en nombre infinit i en queden tants com n'hi havia al principi. Com distingir tals conjunts de punts? per llur mesura, com es fa per a les regles de longituds diferents. És natural de mesurar per la longitud d'un segment el conjunt dels punts que aquest segment conté; de mesurar el conjunt dels punts continguts en els talls per la suma de les longituds dels intervals separats; de mesurar el conjunt dels punts restants per la diferència entre la longitud del segment inicial i la dimensió del conjunt dels punts separats. Tal procediment no condueix a cap contradicció lògica; és a la base de la noció de mesura que el Sr. Emile BOREL ha introduït i que juga un rol fonamental.

Com efectuarem sobre aquestes funcions discontinues les operacions usuals? Per exemple, coneixent un diagrama és d'utilitat calcular el seu pendent en cada punt.

pendent que s'anomena derivada: si el diagrama representa un moviment, aquest pendent és la velocitat. L'operació inversa, la integració, té per objecte calcular el camí recorregut quan es coneix la velocitat, l'àrea d'un disc, el contorn del qual és conegut. Considerem de nou el diagrama i tractem de calcular l'àrea limitada per la banda superior per la corba, a dreta i esquerra per dues bases verticals; a baix per una horitzontal. El procediment habitual consisteix a tallar la superfície en làmines rectangulars del mateix gruix, de caires verticals, limitades per dues ratlles, sobre l'horitzontal i sobre un punt de la corba. Si l'espessor és feble, la suma de les àrees d'aquestes làmines dona una valor molt pròxima d'aquella que es busca. Això és veritat per als diagrames simples, però, per a una corba discontinua, les sumes així obtingudes podran diferir notablement les unes de les altres i no tenir cap aproximació quan l'espessor disminueix. Aleshores, en lloc de fixar el gruix de les làmines, prenguem llurs alçades que farem variar gradualment. Reunim les àrees de totes les làmines de la mateixa alçada i afegim tots els nombres obtinguts per a les diferents alçades. Aquesta vegada el total s'aproximarà a l'àrea cercada, si les alçades són molt veïnes. Aquest és el principi d'integració de LEBESQUE. El seu autor mateix l'ha presentat en la forma següent: Es vol evaluar una suma de plata representada per un paquet de cupons de diferents espècies; hom pot afegir successivament els valors dels cupons que se separen un després de l'altre, fins a exhauriment. Hom pot, així mateix, reunir en plec tots els cupons de mil francs, tots els de cent francs, etc.; comptar el valor de cada plec i fer el total d'aquests valors. Imagineu que els cupons es confonen amb les làmines precedents; el segon procediment condueix a la integral de LEBESQUE.

Hem indicat breument tres idees fonamentals que són a la base de l'estudi de les funcions. Algú es preguntarà si és a tot això que es redueixen les descobertes dels matemàtics, a evaluar la longitud d'un bastó trencat afegint les dels fragments, a comptar amb ordre un paquet de cupons. Però cal dir que la descoberta resideix en la intuïció que aquestes idees simples tenien una virtut profunda, la qual conservaven en passar del finit a l'infinit.

Una altra inquietud pot nèixer en l'esperit del lector: l'estudi d'aquestes funcions és necessari al progrés de les ciències de la natura? No es tractaria pas d'un joc estèril? No cal ni pensar-ho. Adhuc si les funcions discontinues no s'introduïssin naturalment en un gran nombre de qüestions, àdhuc si calgués tenir-les per anormals, llur estudi seria, encara fecund. Per un examen atent de les malalties es revelen els caràcters dels òrgans sans: en matemàtiques, l'estudi de les singularitats de les funcions ha conduït a reconèixer els caràcters de regularitat, de moltes d'elles. Perquè la mecànica celeste s'ocupa del xoc dels astres, si aquestes contingències no es produeixen?, preguntà un dia un astrònom.—Precisament contestà el Sr. PAINLEVÉ, és aquest estudi que en demostra la impossibilitat.