# CONGRES INTERNACIONAL DE LA FONERIA *

**Barcelona, abril 1928**

## *ASSAIG TEORIC SOBRE LA RELACIO ENTRE LES RESISTENCIAS A LA FLEXIO I A LA TRACCIO DE LES PROVETES DE FERRO COLAT*

per Josep SERRAT I BONASTRE

L'assaig dels ferro-colats per mitjà de provetes cilíndriques sotmeses a tracció, fet d'igual manera que la que s'empra per als acers, és una prova que s'exigeix, encara, en molts plecs de condicions; per exemple: el plec adoptat per les grans companyies de ferrocarrils franceses prescriu aquest assaig, demés d'un altre per xoc d'una massa determinada que cau per l'acció de la gravetat.

En canvi, l'Associació alemanya per a assaigs de materials, prescriu solament assaigs de flexió sobre provetes de formes i dimensions determinades, i, darrerament, s'ha estès, també, molt l'assaig per *tall,* que té l'avantatge de poder-se fer sobre provetes molt petites, tretes del cos d'una peça fosa.

La varietat de resultats a què aquests assaigs condueixen, dificulta molt la comparació dels materials emprats en distints països i desorienta el constructor que no ha fet un estudi quelcom profund de llur diversa significació i de la influència que sobre d'ells tenen les propietats de les foneries més emprades en cada localitat. Així, per exemple, mentre que el plec de condicions francès prescriu per als ferro-colats de classe inferior una càrrega de ruptura a la tracció 13 Kg/mmq combinada amb una resistència al xoc molt baixa (cop d'una massa de 12 Kg que cau des de 25 cm sobre un barra quadrada de 40 mil·límetres de costat, els punts d'apoi de la qual són separats 160 mm), els ferro-colats corrents emprats per a la construcció mecànica en aquesta contrada, acostumen a donar, per a la mateixa càrrega de ruptura, una resistència al xoc dues vegades més gran; en canvi, els ferro-colats de cilindres per als quals es demana una càrrega de ruptura mínima de 18 kg/mmq i una resistència al xoc molt major que per als altres (la mateixa massa caient sobre el mateix tipus de barra, però començant a 35 cm i progressant de 5 en 5 cm fins passar de 45 cm) satisfan amb prou feines aquesta última prova, si no es prenen precaucions especials en la preparació de les barreges.

La suposada existència de fòsfor en abundància en la qualitat infe-

* Vegi's CIENCIA, vol. III, núm. 24, pàg. 255.

rior del plec francès, element que acostumen a tenir en petita proporció els nostres ferro-colats, explica aquesta anomalia; però l'esmentat exemple és una prova de la desorientació que presideix aquesta classe d'assaigs.

Convé, no obstant, observar, que la relació entre els assaigs de tracció i els de xoc és molt diferent en altres materials, i és, precisament, el que distingeix els acers semidurs i durs corrents de determinats acers d'al·ligació que tenen gran resistència viva, la qual cosa marca la conveniència de reduir al menys a dos els assaigs de recepció de la foneria: un d'estàtic i un altre de dinàmic. La dificultat principal està en la divergència dels resultats que els assaigs donen segons la forma en què es realitzen. Per reduir-los a un denominador comú cal escatir la relació que hi ha entre ells. D'aquest punt de vista és molt interessant la Memòria presentada en el Congrés Internacional de la Foneria de 1927 pel Prof. doctor F. PISEK, de l'Escola Politècnica de Brnö (Txeco-Slovàquia), en la qual consten els resultats absoluts i comparats de nombroses mostres de ferro-colats sotmeses a proves de tracció, de duresa Brinell, de talla i de flexió, amb la particularitat que aquests darrers han estat fets amb provetes de diversos tipus.

Els resultats obtinguts en aquests assaigs presenten entre ells grans divergències; però, de totes maneres, semblen indicar la persistència d'una relació quelcom constant entre els resultats dels assaigs per tracció i els de tall, així com entre aquells i els de flexió, sobretot quan s'empren els procediments alemany i americà. En canvi, aquests resultats difereixen molt de les dades que dóna BACH en la seva obra "Elasticität und Festigkeit", amb tot i tenir en compte la major resistència que el mateix BACH atribueix a la secció circular i que comproven els càlculs que anem a exposar.

Davant la diversitat de resultats i en atenció al gran avantatge que suposaria el poder disposar d'una relació el més aproximada possible entre els assaigs esmentats, que permetés prescindir, com a norma corrent, dels assaigs de tracció que estan molt exposats a errors, hem cregut que seria convenient combinar els assaigs experimentals amb els estudis teòrics que aclareixen molt el comportament de la foneria, que és molt diferent de l'acer forjat i altres cossos que obeeixen la llei d'HOOKE, sobre la qual es basen les fórmules de flexió corrents.

L'assaig teòric que tindrem l'honor de sotmetre al Congrés no és més que un tímid avenç del que podria fer-se per trobar una relació racional entre la resistència de la foneria a la flexió, partint de les seves condicions de ruptura per tracció i per compressió, tenint en compte, no solament la valor final de cada assaig o, en altres paraules, les respectives càrregues de ruptura, sinó, demés, la llei de deformació del mateix material en ambdós assaigs, en funció de la càrrega a què es troba sotmès.

Si disposéssim d'un temps, que per desgràcia no hem tingut, hauríem començat per trobar nosaltres mateixos les corbes representatives d'aquestes deformacions, aplicant els assaigs pràcticament a una qualitat de ferro-colat determinada i, una vegada obtingudes aquestes corbes, les hauríem tingut en compte per als càlculs següents; no ho hem pogut fer, però, i això ha fet que prenguéssim com a punt de partença per a les deformacions per tracció, una de les corbes obtingudes pel Prof. PISEK i aplicades en l'esmentada memòria.

Per a les deformacions per compressió hem dubtat, particularment, per no disposar de més corbes d'aquest gènere que les publicades a molt reduïda escala pel Prof. UNWIN, en la seva obra "The testing of materials of construction" i altres similars de l'obra del Prof. JOHNSON, "Materials of construction". De l'examen de totes aquestes corbes, comparades amb les de deformació per tracció dels materials, sembla deduir-se que la corba de deformació per compressió d'un material donat té gran semblança, almenys fins arribar a una meitat de la càrrega d'aixafament definitiu (que és el període que ens interessa) amb la corba de deformació per tracció, encara que la primera resulta amplificada respecte de la darrera—prenent les coordenades a iguals escales—en una relació igual a la que existeix entre la càrrega final de ruptura per compressió i la de ruptura per tracció.

D'acord amb aquest principi que ens guardarem molt bé d'establir com una llei, però que ens ha donat una orientació per desenrotllar el nostre estudi, hem traçat les corbes de deformació de la fig. 1, en la qual la porció de tracció *Ob* no és més que una còpia a una altra escala de la corba 1 del diagrama 3 de la Memòria del Prof. PISEK. Com sigui que aquesta corba solament arriba a les tres quartes parts de la càrrega de ruptura, ja que els miralls de Martens emprats podien haver-se avariat si s'hagués arribat a la ruptura, hem traçat per continuïtat la porció *ba* fins a l'esmentada càrrega de ruptura que suposem igual a 15 kg/mmq [1].

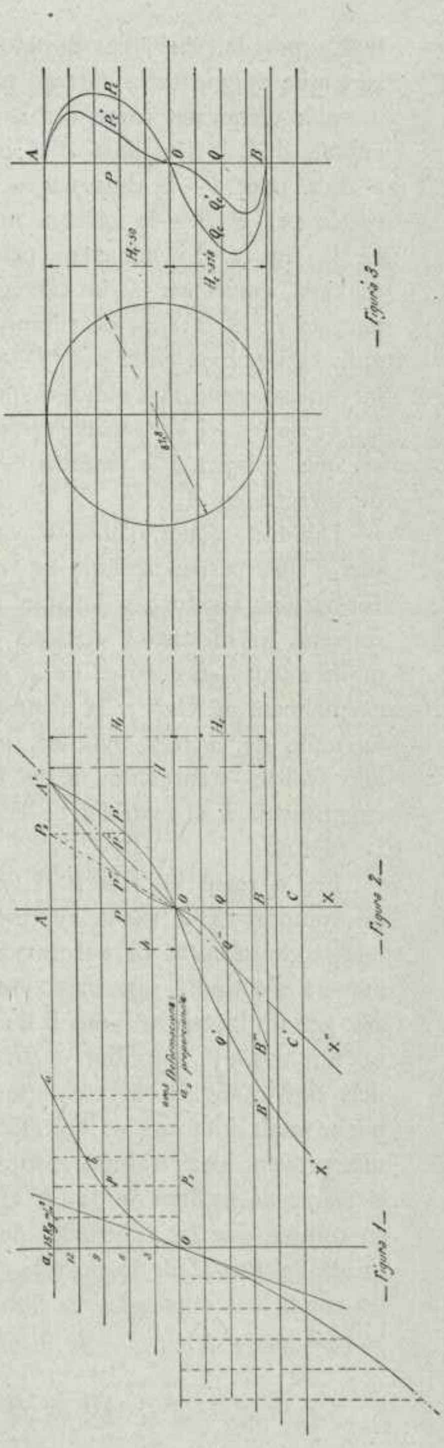
Amplificant després aquesta corba en la regió oposada a l'origen en la proporció d'1 :5—relació corrent entre les càrregues de ruptura per tracció i compressió dels ferro-colats—ens ha donat la corba de compressió, la forma de la qual coincideix força bé, en la regió que pot apreciar-se, amb la que dóna per a un ferro-colat semblant el Prof. JOHNSON en la seva esmentada obra (fig. 3, pàg. 8).

Partint d'aquestes lleis de deformació més o menys reals, passem a

[1] Per aquest diagrama, la càrrega trobada pel Prof. PISEK fou de 15'10 Kg/mmq però adoptàrem 15 per a major senzillesa, allargant la corba de deformació fins aquesta ordenada.

veure les condicions de treball d'una proveta de secció rectangular sotmesa a flexió. Adoptarem la hipòtesi de la flexió plana, que és la més lògica en aquesta mena de deformacions, donada la petita curvatura que pren la proveta abans de trencar-se i suposarem, per tant, que la secció de ruptura *A X* (figura 2) passa a ocupar una posició *A' X''*, essent *O* el seu punt neutre. Si el ferro-colat seguís la mateixa llei de deformació que l'acer forjat, almenys succeiria que fins a passar del límit de proporcionalitat del material, els seus allargaments serien proporcionals a les deformacions i, per tant, en un punt qualsevol *P* de *A X*, situat a una altura *h* sobre *O* la deformació vindria expressada, a determinada escala, per *P P''* de la mateixa manera que *A A'* representaria a la mateixa escala, la càrrega que suportaria el material en *A*. Aquesta mateixa relació existiria més avall del punt *O*, en la regió en què el material suporta compressió, i, per tant, la regió comprimida de la proveta acabaria en el punt *C*, simètric d'*A* respecte *O*, ja que, segons la teoria de la flexió plana, les àrees dels triangles *OAA'* i *OCC'*,—les quals àrees representen en aquest cas la suma de forces interiors de tracció i de compressió, respectivament, que la flexió determina—han d'ésser iguals, per tal que, projectat llur conjunt sobre l'horitzontal, donin una resultant zero, la mateixa que dóna la projecció de les forces externes qu seol·liciten el material

Però des del moment que en el ferro-colat no existeix la proporciona-



— Figura 3 —

— Figura 2 —

— Figura 1 —

litat suposada, sinó que les deformacions proporcionals van creixent a mesura que augmenta la càrrega unitària, tal com es desprèn de la figura 1 la valor d'aquestes càrregues ja no vindrà donada per les distàncies horitzontals d'$A$ $X$ a la linia $A'$ $C'$, sinó que, per trobar-les, caldrà cercar per a cada punt $P$—la deformació proporcional del qual està representada a escala per $P$ $P''$—la càrrega unitària corresponent deduïda de les corbes de la fig. 1. Si admetem, per exemple, que l'abscissa $a$ $a_1$ o deformació màxima, correspon a la càrrega màxima en el punt $A$ de la fig. 2 i que aquesta és la càrrega de ruptura per tracció del material considerat, o siguin 15 kg/mmq en el punt $P$ situat a una distància d'$O$ igual a 2/5 d'$OA$, la càrrega unitària s'obtindrà prenent en la fig. 1 una abscissa $Op_2$ igual a 2/5 de $a$ $a_1$ i l'ordenada corresponent $p$ $p_2$ ens donarà la càrrega unitària que es busca a la mateixa escala en què $a$ $a_2$ representa els 15 kg/mmq de càrrega en $A$.

Dividint, doncs, l'abscissa $Oa_2$ en cinc parts iguals i dreçant a cada una d'elles perpendiculars, les ordenades corresponents de la corba de deformacions i esforços donaran les càrregues unitàries en cinc parts de la proveta, les distàncies verticals de les quals al punt neutre $O$ representen quintes parts successives de la distància $O$ $A$. Prenent ara aquestes valors normalment a $OA$ a la mateixa escala en què $AA'$ representa els 15 kg/mmq de càrrega màxima, la corba $A'P'O$—lloc geomètric dels punts així trobats—representa la llei de distribució dels esforços de tracció que experimentarà el material de la proveta des d'$O$ fins $A$, en el moment de la ruptura.

En la regió inferior a $O$, el material de la proveta suporta esforços de compressió, la corba representativa dels quals es traçarà, també, valent-se de la corba de deformacions per compressió de la fig. 1; d'aquesta manera s'obtindrà una línia, de moment indefinida, $OB'X'$. Determinat ara, per un tanteig, el punt $B$ d'aquesta corba, l'abscissa $B'B$ de la qual limita un triangle curvilini $OBB'Q'$ d'àrea igual a l'$OAA'P'$, les àrees dels dos triangles representaran, respectivament, les sumes de les forces horitzontals interiors de tracció i compressió que la flexió determinarà en una proveta ideal d'altura $A$ $B$, el punt neutre de la qual estigui en $O$. En el traçat de la fig. resulta $AB = 86'3$ mm per a $AO = 50$ mm, i tenint en compte que les ordenades de la fig. 2, poden representar a qualsevulla escala l'altura $H$ de la proveta, resultarà d'ací que per a un ferro-colat de les condicions suposades, la fibra neutra es trobaria a una distància $Ht$ de la part superior:

$$Ht = H \times \frac{50}{86'3} = 0'58\ H$$

Així, per exemple, en una proveta de 30 mm d'altura tindrem:

$$Ht = 0'58 \times 30 = 17'4$$

altura de la regió que suporta la tracció;

$$Hc = 0'42 \times 30 = 12'6,$$

serà l'altura de la regió comprimida.

Per altra part, la mateixa teoria de la flexió ens diu que la suma dels moments de les forces interiors de tracció i compressió respecte de la fibra neutra, ha d'equilibrar el moment que les forces exteriors determinen en la secció considerada, nomenat senzillament *moment de flexió*. Aquests moments vénen representats, a l'escala de la fig. 2, pels moments estàtics de les àrees dels triangles $OAA'P'$ i $OBB'Q'$ respecte de l'horitzontal que passa per $O$. Per determinar aquests moments, hem emprat el mètode gràfic que representa el Prof. Morley en la seva obra "Strength of Materials" (Resistència de Materials, pàg. 148 de la traducció espanyola). Aquest mètode consisteix a traçar una corba reduïda del contorn de l'àrea en qüestió, aixecant per a cada punt, tal com $P'$, una vertical $P'P_2$ fins a trobar la linia $A\ A'$ i unir després $P_2$ amb el centre de moments $O$, trobat per intersecció d'$O\ P_2$ amb l'horitzontal $P'\ P$, el punt $P'''$. El lloc geomètric de tots els punts, tals com $P'''$, trobats d'aquesta manera dóna un nou contorn, l'àrea interior del qual multiplicada per l'altura $O\,.A$ és el moment estàtic que es busca. Els contorns corresponents, en aquest cas, als triangles curvilinis $OAA'P'$ i $OBB'Q'$ són, en aquest cas, $OAA'P'''$ i $OBB'''Q'''$, les àrees dels quals valen, respectivament, 940 i 720 mmq, de manera que multiplicades per l'altura $OA = 50$ mm [2], la suma de moments estàtics valdrà:

$$(970 \times 720) \times 50 = 84'500 \text{ mmc}$$

Admetent, ara, que la proveta considerada té 86'3 mm d'altura, i sabent que la longitud $A\ A' = 50$ mm equival a una càrrega unitària de 15 kg/mmq, la valor del moment estàtic calculat serà:

$$\frac{84.450 \times 15}{50} = 25.350 \text{ kgs per mm d'amplària,}$$

ja que havent prescindit d'aquesta, això és igual a prendre com a ample la unitat.

Una proveta d'igual altura considerada com se sol fer correntment, és

[2] Observi's que per reduir la corba de compressió s'ha emprat aquesta mateixa altura, encara que no correspongui al límit horitzontal inferior de l'àrea, amb el fi de multiplicar les dues reduides per un mateix factor.

a dir, en què la relació entre deformacions i esforços segueix la llei de proporcionalitat d'HOOKE, tindria una moment resistent, per a un treball en la fibra més carregada igual a 15 kg/mmq, igual a

$$15 \times \frac{86'32}{6} = 18.619 \text{ kg mm}$$

de manera que la relació entre el moment resistent real i el fictici equivalent a la relació entre allò que s'anomena resistència a la flexió i a la tracció, serà, teòricament,

$$\frac{25.330}{18.619} = 1'36$$

valor força més petita que la d'1'7 que adopta BACH per a les provetes treballades, però aproximada a la d'1'44 que el mateix autor dóna per a provetes en brut.

Per tal de fer més comprenedor el nostre càlcul, apliquem-lo a una proveta de secció quadrada de 30 mil·límetres de costat, tal com indica BACH en la seva esmentada obra.

Per reduir a aquestes dimensions de proveta els càlculs anteriors, basta suposar que l'altura 86'3 mm obtinguda per a la proveta en el càlcul, a base d'una zona sotmesa a tracció de 50 mm, representa, a una escala arbitrària, 30 mm. No variant l'escala d'abscisses, el moment resistent d'aquesta proveta per mm d'ample s'obtindrà multiplicant el moment anterior pel quadrat de la relació 30:86'3 i, per tant, la seva valor serà:

$$25.350 \times \left(\frac{86'3}{30}\right)^2 = 3,065 \text{ kg/mm}$$

i per a l'amplada de 30 mm que té la proveta

$$3.065 \times 30 = 91.950 \text{ kg/mm},$$

moment resistent real de la proveta en el moment del trencament, quan les fibres més estirades treballen a 15 kg/mmq.

Si suposem que aquesta barreta està carregada en el centre i recolzada sobre suports separats un metre, podem escriure

$$M_r = 91.950 = \frac{P \times 1000}{4}$$

d'on

$$P = \frac{4 \times 91950}{1000} = 367 \text{ kgs.}$$

Així, doncs, la proveta es trencarà quan la càrrega sigui 367 kg.

Fent el càlcul com de costum per les fórmules de flexió ordinàries, tindrem com abans:

$$M = 367 \times \frac{1000}{4} = 91.950 \text{ kgs/mmq}$$

i prenent com a mòdul de secció:

$$\frac{I}{V} = \frac{30^3}{6} = 4.500 \text{ mmq},$$

obtindrem per la fórmula

$$K = \frac{M}{\frac{I}{V}}$$

un coeficient de treball fictici, que és l'anomenat coeficient de treball per flexió, la valor del qual serà:

$$K = \frac{91950}{4500} = 20'4 \text{ kg/mmq.}$$

Aquesta valor dividida per quinze, que hem suposat era la càrrega de ruptura per tracció directa del material, donarà 20'4:16 = 1'36 que és la mateixa relació obtinguda més amunt.

Encara que aquesta relació és inferior a la d'1'7, generalment adoptada, assenyala una orientació vers l'aclariment del que passa en aquests assaigs, probablement més complexa, encara, del que hem suposat. Per comprovar millor aquesta orientació, l'autor aplica el mateix càlcul a una barra cilíndrica; a través del seu raonament arriba a la valor 1.43 per a la relació entre la resistència real i la fictícia, superior a l'obtinguda per a la secció rectangular.

Per aplicar aquest estudi a les provetes normals alemanyes de 30 mm de diàmetre, multiplicarem el moment resistent trobat pel cub de la relació 30:87'8 (ja que en aquest cas s'ha tingut en compte l'ample variable de la proveta) de manera que el moment resistent de la proveta normal valdrà

$$1455.000 \times \left(\frac{30}{87'8}\right)^3 = 58.000 \text{ kgs/mm}$$

que per a la llum normal a què s'assagen aquestes provetes, $l = 600$ mm. correspon a una càrrega:

$$P = \frac{58000 \times 4}{600} = 387 \text{ kgs.}$$

Calculat en la forma ordinària, l'anomenat coeficient de treball del material per flexió, seria:

$$\frac{Mf}{\frac{I}{V}} = \frac{58000}{\frac{30^3}{10}} = \frac{58000}{2700} = 21'5$$

i, per tant, la seva relació amb la suposada càrrega de tracció valdria:

$$\frac{21'5}{15} = 1'43$$

Veiem, doncs, que encara que aquests resultats són inferiors al que dóna la realitat, acusen la significació veritable de l'aparent augment de resistència i ofereixen un camí per donar a aquesta relació un caràcter el més racional possible. La diferència entre el càlcul i l'experimentació pot ésser deguda a què en l'últim període de flexió, això és, quan s'apropa la ruptura, la hipòtesi de la flexió plana, o sigui que una secció plana continua essent-ho després de corbada la peça, no es realitza exactament. Pot dependre, també, de la manera poc prim-mirada amb què hem traçat les corbes d'esforços i deformacions per tracció i per compressió. Però, així i tot, queda ben establert que la càrrega fictícia de ruptura de les provetes de flexió depèn, a la vegada, dels efectes que la tracció i la compressió produeixen en el ferro-colat assajat.

## Apendix a la Memoria

Presentada ja aquesta Memòria, hem volgut comprovar experimentalment la relació entre la resistència a la tracció i a la flexió de provetes foses amb materials de les classes més corrents emprades en "La Maquinista Terrestre i Marítima".

Els materials assajats han estat: Primer: ferro-colat corrent per a peces que no han de resistir grans esforços; segon: ferro-colat de cilindres.

Les provetes de tracció eren senzillament barres cilíndriques tornejades de 25 mm de diàmetre; les de compressió, cubs de 20 mm de costat, i per a la flexió s'han fet dues classes de provetes: *A*, barres quadrades de 30 mm de costat en brut i un metre de longitud entre apois, i *B*, barres cilíndriques de 30 mm de diàmetre, igualment en brut, i 600 mm entre apois (tipus normal alemany).

Els resultats obtinguts són esmentats en el quadro que segueix:

| Classe del material | Càrregues de ruptura directes | | Càrregues de ruptura per flexió | | Relació entre flexió i tracció | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Tracció Kg / mmq | Compressió Kg / mmq | Provetes quadrades Kg / mmq | Provetes cilíndriques Kg / mmq | Provetes quadrades | Provetes cilíndriques |
| Ferro-colat ordinari | 12,46 | 51 | 20.3 | 27,6 | 1 63 | 2,21 |
| Ferro-colat de cilindres | 23,60 | 90,5 | 40,5 | 47,8 | 1,71 | 2,02 |
| Promitjos | | | | | 1,76 | 2,12 |

És curiós d'observar que la relació entre els coeficients de ruptura per flexió i tracció, emprant provetes quadrades, es diferencia poc de la valor 1,7 recomanada per BACH. En canvi, la relació entre els esmentats coeficients, per al cas de barretes cilíndriques, és bastant superior i molt diferent en els dos tipus de materials La fórmula que dóna BACH en la seva esmentada obra per aquesta relació és:

$$\frac{\textit{Càrrega de ruptura per tracció}}{\textit{Càrrega de ruptura per flexió}} = u \sqrt{\frac{e}{z^0}}$$

en la que $u$ és un coeficient pràctic; $e$ la meitat de l'altura de la secció, i $z^0$ la distància del c. d. g. de mitja secció al diàmetre que la divideix. Prenent $u = 1{,}2$ per a una secció rectangular, tal com aconsella el mateix autor, es té, aproximadament, la valor 1'7, que ens ha confirmat l'experimentació pròpia; i prenent per a la secció circular $u = 1'33$, resulta, aproximadament, 2, valor inferior al promig de les que hem obtingut, les quals, altrament de diferenciar-se força mútuament, són molt inferiors al promig obtingut pel Prof. Dr. PISEK en els seus assaigs.

Encara que no pretenem treure conclusions definitives, tot sembla indicar que l'adopció de provetes quadrades de 30 mm de costat recolzades a un metre de longitud, dóna una relació més constant amb la tracció que qualsevulla altre tipus, i que, per tant, fóra més pràctic reduir l'assaig estàtic dels ferro-colats al de flexió amb provetes quadrades, acompanyat d'un assaig de xoc.