

# Notes per a la definició d'un índex de «desordre» en pluviometria

Xavier MARTÍN VIDE\*

*Professor de la Universitat de Barcelona*

És ben coneguda la importància que presenta en l'anàlisi de les variables climàtiques l'estudi de la variabilitat o dispersió de les seves valors —al cap i a la fi en la definició de clima sol aparèixer l'expressió «conjunt fluctuant» de valors. Per això, el climatòleg, no solament obté i presenta en les seves investigacions i informes l'avaluació dels paràmetres estadístics de tendència central (mitjana, mediana, moda, etc.), sinó que, a més a més, es veu obligat a calcular el valor dels paràmetres estadístics de dispersió (desviació tipus, variància, coeficient de variació, etc.). D'aquesta manera, amb l'aportació d'aquests últims, caracteritza el clima respecte a la seva variabilitat o, expressat d'una altra manera, avalua la representativitat dels valors centrals en funció de la major o menor agrupació al voltant d'ells dels valors observats.

El paràmetre de dispersió relativa més utilitzat en Climatologia és el coeficient de variació o de variabilitat, definit pel cocient de la desviació tipus entre la mitjana, habitualment expressat en tants per cent. En el present treball hom introdueix un nou paràmetre o índex, que denominem *de desordre*, en la definició del qual no solament intervé, en certa mesura, la dispersió dels valors observats, sinó, a més, l'ordre temporal o la seqüència en què es produïren. D'aquesta manera l'índex de desordre pot contribuir a avaluar certes característiques climatològiques i a precisar les tendències possibles i els canvis climàtics.

---

\* Agraïments: A Maria Amor Méndez i Mirabent pel seu ajut tècnic. A la CIRIT que, en haver concedit una beca d'estada a l'estranger, va permetre l'autor la consulta dels arxius de dades dels Meteorological Office a Bracknell (Gran Bretanya). Igualment, a l'amable personal del centre meteorològic anglès.

# 1. El coeficient de variació i el desordre

El coeficient de variació d'una mostra de  $n$  valors  $P_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , definit com a

$$C.V. = \frac{S}{\bar{X}} \cdot 100,$$

essent  $s$  la desviació tipus dels  $n$  valors

$$\left( S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{X})^2}{n}} \right)$$

i  $\bar{X}$  la seva mitjana aritmètica

$$\bar{X} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \right),$$

no té en compte, doncs, l'ordre temporal de les dades. De manera que l'aparició de les mateixes dades en un ordre temporal distint no es tradueix per un valor diferent del coeficient. Així, per posar un exemple que faci referència a pluviometria, els coeficients de variació corresponents a les dues sèries següents de dades de precipitació anual són iguals:

sèrie A		sèrie B	
1r any .....	600 mm	1r any .....	300 mm
2n any .....	300 mm	2n any .....	400 mm
3r any .....	700 mm	3r any .....	700 mm
4t any .....	400 mm	4t any .....	650 mm
5è any .....	650 mm	5è any .....	600 mm

$$\begin{aligned} \bar{X} &= 530 \text{ mm} \\ S &= 153,6 \text{ mm} \\ C.V. &= 29,0 \% \end{aligned}$$

Observeu, de manera visual i intuïtiva, en els diagrames rectangulars de l'exemple (Figura 1), que la sèrie pluviomètrica A presenta un «desordre» major que la sèrie B. A la primera, a un valor per sobre de la mitjana li segueix un de baix, bastant inferior a la mateixa, i després un d'alt, etc. A la sèrie B, apareixen en primer lloc els valors baixos i després els alts, de manera que mostra, en aquest sentit, una certa ordenació temporal de les seves quantitats. Vegeu que les fletxes verticals fetes des de la base superior de cada rectangle fins al nivell de la mitjana, són, en ambdós casos, les mateixes; per la qual cosa el coeficient de variació, amb la mateixa mitjana, és idèntic. Tanmateix, la sèrie A presenta un desordre major perquè la suma dels «salts» o de les diferències entre cada dos anys consecutius (fletxes verticals), és més gran que a la sèrie B.

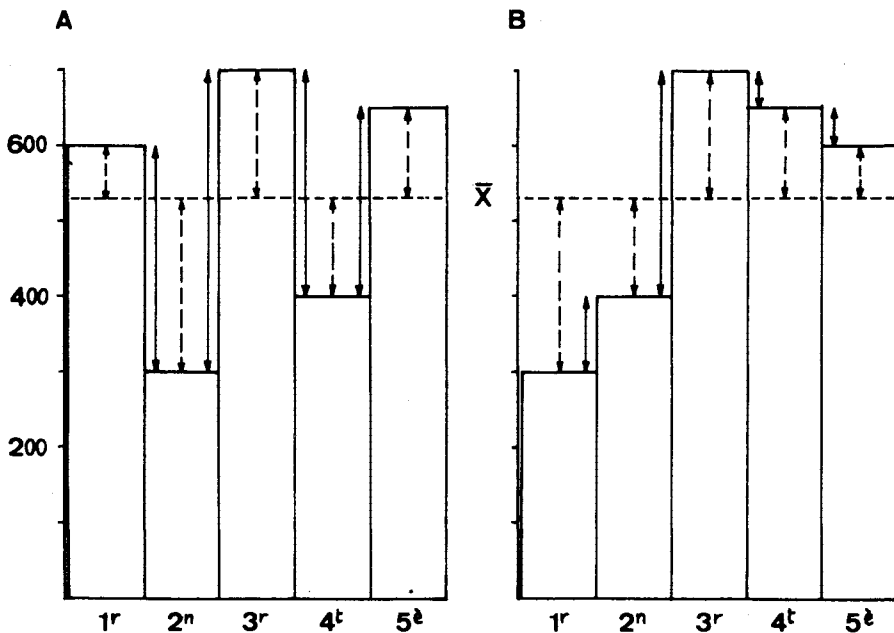


Figura 1: Diagrames rectangulars dels casos A i B (explicació en el text).

## 2. Una primera avaluació del desordre en una sèrie pluviomètrica

L'intent d'avaluar el desordre en una sèrie pluviomètrica pot portar a reprendre un concepte fonamental en Química, la definició operativa del qual com a funció termodinàmica fou denominada per Clausius *entropia*, terme derivat del grec *tropee* (transformació), i que a partir de mitjan segle XIX Maxwell i Boltzmann van relacionar amb l'estructura molecular de la matèria (GRAY i HAIGHT, 1969). La seva definició conceptual és la que segueix:

$$\Delta S = K \ln \frac{\text{desordre de l'estat 2}}{\text{desordre de l'estat 1}},$$

essent  $\Delta S$  la variació d'entropia durant el pas d'un sistema aïllat d'un estat 1 a un estat 2 i  $K$  una constant —la de Boltzmann. La mesura del desordre, relativament fàcil d'apreciar qualitativament, és possible mitjançant les lleis de la mecànica estadística. Amb aquests precedents es pot establir per a una sèrie pluviomètrica de  $n$  valors  $\{p_i\}$   $i = 1, \dots, n$ :

*Definició:* Sigui  $E = \sum_{i=1}^{n-1} \left| \ln \frac{p_i + 1}{p_i} \right|$ ,  $\forall p_i, p_{i+1} \neq 0$

(les barres verticals signifiquen, com és habitual, el valor absolut de la quantitat que emmarquen, que és un logaritme neperià). Per tal d'evitar la indeterminació matemàtica,

en el cas  $p_{i+1} = 0$  o bé  $p_{i+1} = ip$  (inapreciable) —pràcticament inexistent en sèries de precipitació anual, certament, però, freqüent en molts climes en sèries mensuals—, en el de  $p_i = 0$  o bé  $p_i = ip$ , o en ambdós casos alhora, pot fer-se  $p_{i+1} = 0,04$  mm o  $p_i = 0,04$  mm. D'aquesta manera desapareixen les indeterminacions i no s'altera ni en una dècima de mil·límetre els valors de les sèries. Tot i així, es poden prendre altres quantitats superiors a 0,04 mm per tal de pal·liar el pes excessiu en el valor d'E de l'aparició d'una quantitat nul·la o inapreciable.

*Teorema 1:*  $E = 0 \iff p_i = p_{i+1}, \forall_i$

demostració: quasi-trivial

$$E = 0 \iff \sum_{i=1}^{n-1} \left| \ln \frac{p_{i+1}}{p_i} \right| = 0 \iff \left| \ln \frac{p_{i+1}}{p_i} \right| = 0, \forall_i \iff \frac{p_{i+1}}{p_i} = 1, \forall_i \iff p_i = p_{i+1}, \forall_i$$

*Teorema 2:* En una sèrie amb mitjana,  $\bar{X}$ , no nul·la,  $E = 0 \iff C.V. = 0$

demostració:

$$E = 0 \iff p_i = p_{i+1}, \forall_i \text{ (pel teorema 1)} \iff p_i = \bar{X}, \forall_i \iff p_i - \bar{X} = 0, \forall_i \iff$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (p_i - \bar{X})^2}{n}} = 0 \iff C.V. = 0$$

Observeu que si el valor del coeficient de variació de dues sèries pluviomètriques distintes coincideixen, això no implica que el valor de l'índex E de les dues sèries sigui també igual.

$$\text{Formalitzat: } C.V. \{p_i\} = C.V. \{q_j\} \not\Rightarrow E \{p_i\} = E \{q_j\}.$$

Com a contraexemple podeu comprovar en els casos de les sèries A i B de l'epígraf 1 que E presenta valors diferents. En efecte, E per a la sèrie A dóna 2,59 i per a la B 1,00. Per tant, l'índex E acusa una major irregularitat o desordre a la sèrie A que a la B perquè hi influeix l'ordre temporal de les quantitats, mentre el coeficient de variació indicava la mateixa dispersió en ambdós casos, en ser iguals les quantitats de l'un i de l'altre.

Recíprocament, si el valor de l'índex E de dues sèries pluviomètriques coincideix, això tampoc no implica que el valor del coeficient de variació hagi de ser igual.

$$\text{Formalitzat: } E \{p_i\} = E \{q_j\} \not\Rightarrow C.V. \{p_i\} = C.V. \{q_j\}.$$

Com a demostració ens cal presentar un contraexemple. Així, una sèrie pluviomètrica és la constituïda pels valors 100, 200 i 160 mm, en aquest ordre, i una altra la de 80, 100 i 200 mm. El valor de l'índex E coincideix en 0,92, mentre el coeficient de variació és 26,8%, en el primer cas, i 41,4% en el segon. Per tant, la dispersió és més gran a la segona sèrie, resultat de la més àmplia separació dels seus valors de la mitjana corresponent. Això no obstant, l'índex E, en ser el mateix, demostra idèntica irregularitat o desordre; d'alguna manera sembla com si la major dispersió de la segona sèrie es compensés amb l'ordenació creixent de les seves quantitats.

### 3. L'índex de desordre D

L'índex E definit a l'apartat anterior, sempre major o igual a zero, depèn, òbviament, del nombre,  $n$ , de valors de la sèrie pluviomètrica considerada, de manera que en una mateixa sèrie a major  $n$  major valor d'E, si les noves quantitats no són iguals. Per la qual cosa, i atenent a comparar sèries pluviomètriques de longituds diferents convé relativitzar-lo, i així proposem l'índex de desordre següent:

**Definició de l'índex de desordre D:**

$$D = \frac{E}{n-1}, \text{ és a dir, } D = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \left| \ln \frac{p_{i+1}}{p_i} \right|,$$

que no és més que la mitjana dels sumands  $n - 1$  que componen l'índex E.

Palesament, l'índex de desordre D, sempre major o igual a zero, verifica, en lloc d'E, el teorema 1:  $D=0 \iff p_i = p_{i+1}, \forall i$ , i el teorema 2: en una sèrie amb mitjana no nul·la,  $D=0 \iff C.V.=0$ , així com les altres relacions expressades en l'apartat anterior per a l'índex E.

L'índex de desordre D permet de comparar dues sèries pluviomètriques de longitud distinta, siguin o no siguin d'un mateix punt d'observació, cas obligadament habitual en l'anàlisi pluviomètrica.

### 4. Algunes primeres aplicacions de l'índex de desordre D

Un primer servei de l'índex de desordre D ha consistit en aplicar-ho al cas de les sèries pluviomètriques formades per les quantitats mitjanes mensuals de precipitació de 58 observatoris espanyols peninsulars (I.N.M., 1982). Atès que es tracta de sèries constituïdes per mitjanes relatives als mesos de l'any, en el càlcul s'han emprat tretze dades, per tal de donar una idea de la seva representativitat cíclica. Així,  $p_1$  = precipitació mitjana de gener, ...,  $p_{12}$  = precipitació mitjana de desembre, i  $p_{13}$  = precipitació mitjana de gener. Els resultats s'han representat a la Figura 2.

Observeu que els valors mínims, inferiors a 0,2, es localitzen al litoral cantàbric, preferentment a la seva meitat oriental, així com, en prolongar-se vers l'interior, els trobem a Sòria. Contràriament, els màxims se centren en l'extrem sud-est peninsular que aconsegueix a Almeria el valor 1,19. En el primer cas, els valors baixos de l'índex de desordre al Cantàbric oriental reflecteixen una certa regularitat pluviomètrica mensual en l'any mitjà, amb quantitats certament més altes a la meitat freda de l'any, gens menyspreables, però, a la càlida, i, a més a més, amb increments o decreixements, en percentatges, poc acusats d'un mes a l'altre. En el cas de Sòria —el punt amb menys valor de l'índex D, 0,16— les quantitats són molt semblants en tots els mesos; els trets de continentalitat, amb precipitacions estivals relativament altes, en un règim general de modèstia pluviomètrica resten ben reflectits pel valor baix de l'índex de desordre.

Insistint en el fet de la continentalitat pluviomètrica, és perfectament distingible en el mapa de la Figura 2 una disposició general en forma de «V» de les isolínies (seguiu, per exemple, les corresponents avaluacions 0,3, 0,4 i 0,5). Així, les meitats meridionals de Galícia o de Catalunya mostren valors similars als de sectors de la Meseta inferior. L'eix

de la «V», a l'interior de la Península, pròxima a la Serralada Ibèrica, ens assenyalava una certa «dorsal» de continentalitat pluviomètrica. Vegeu, reforçant això, l'acusat gradient entre la vall del Guadalquivir i les terres de Toledo o de Cuenca. Tot i així, el feix d'isolínies més estret és el que s'estableix sobre el sud-est peninsular —regió climàtica que resta ben definida amb l'índex D—; les quantitats mitjanes properes a 0 mm els mesos de juliol i agost eleven de forma evident les seves valors en aqueixa àrea. L'ús de l'índex de desordre D en aquesta primera aplicació permet, doncs, detectar fets climàtics notables i completar l'avaluació i les característiques pluviomètriques subministrades pel coeficient de variació i per altres paràmetres per al mateix tipus de dades (VILLA, GUERRA i CORRÉS, 1985).

Una segona aplicació de l'índex de desordre D, hom diria que en una línia més ortodoxa pel que fa a la utilització de sèries pluviomètriques anuals, ha tractat d'aportar més dades quant al presumpte augment —comprovat en molts casos— de la variabilitat pluviomètrica al llarg del segle XX a la Península Ibèrica (MARTÍN VIDE, 1985; MORENO GARCÍA i MARTÍN VIDE, 1986). Aquesta aplicació s'ha concretat en els casos de les sèries pluviomètriques anuals de Gibraltar —l'observatori peninsular amb sèries més llargues—, de Múrcia —en l'àrid domini del sud-est— i de Manresa. En els dos primers casos, el valor del coeficient de variació per als períodes 1901-30, 1931-60 i 1961-83 i 84 ha mostrat un increment continuat de la dispersió de les quantitats en el present segle. Igualment, a Manresa el coeficient de variació va incrementar el seu valor en passar del període 1917-46 al de 1947-78. En aplicar l'índex de desordre D, els resultats obtinguts han estat els presentats en el quadre I.

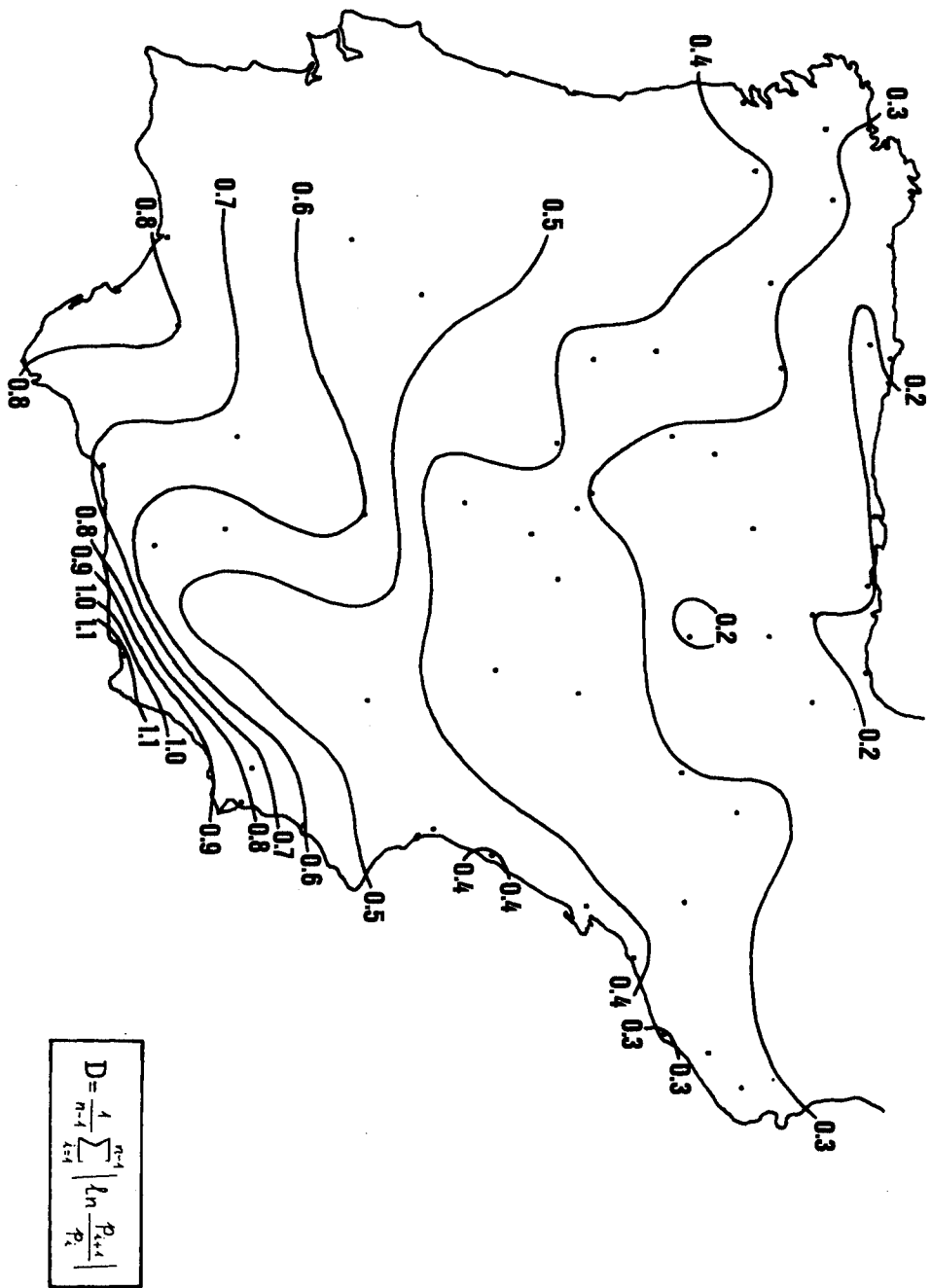
### Quadre 1

**Valors del coeficient de variació i de l'índex de desordre D per a les sèries pluviomètriques anuals dels períodes considerats a Gibraltar, Múrcia i Manresa.**

Gibraltar			Múrcia			Manresa		
	C.V.	D		C.V.	D		C.V.	D
1901-30	24,4%	0,28	1901-30	30,7%	0,35	1917-46	22,9%	0,26
1931-60	27,7%	0,36	1931-60	37,8%	0,42	1947-78	27,6%	0,33
1961-83	36,6%	0,34	1961-84	42,6%	0,48			

Per tant, en els casos de Múrcia i de Manresa la dispersió creixent es correspon amb un increment del desordre de la sèrie. Conseqüentment ha augmentat la disparitat o el contrast pluviomètric entre un any i el seu immediat anterior. En el cas de Gibraltar, però, l'últim període —tot i mostrar la dispersió més gran d'entre les tres considerades—, presenta un desordre menor que no pas el període 1931-60. Aquí es pot reflectir una certa ordenació decreixent de les quantitats, la qual cosa reforça la sospita —encara no significativa estadísticament (MORENO GARCÍA i MARTÍN VIDE, 1986)—, d'una tendència possible vers la disminució de la precipitació.

Figura 2: Isolínies de l'índex de desordre D per a les quantitats mitjanes mensuals de precipitació.



MARTÍN VÍDE, J. (IRMG)

## Referències bibliogràfiques

- GRAY, H.B. i HAIGHT, G.P. (1969): *Principios básicos de Química*, Barcelona, Reverté.
- I.N.M. (1982): *Guía resumida del Clima en España*, Madrid, Instituto Nacional de Meteorología.
- MARTÍN VIDE, X. (1985): «Més de setanta anys de pluges a Manresa». *Dovella*, 17, pp. 21-26, Manresa.
- MORENO GARCÍA, M.C. i MARTÍN VIDE, J. (1986): «Estudio preliminar sobre las tendencias de la precipitación anual en el sur de la Península Ibérica: el caso de Gibraltar». *El agua en Andalucía*, I, pp. 37-44, Dep. Hidrogeología, Univ. de Granada.
- VILLA, D.; GUERRA, J. i CORRES, R. (1985): *Análisis estadístico de la pluviometría en la Península Ibérica*, Madrid, Instituto Nacional de Meteorología.

Barcelona, agost de 1986