

EXAO1: Un equip d'experimentació assistida per ordinador

Adolf Cortel i Ortuño*

Institut de Batxillerat "El Cairat", Esparreguera.

Introducció

En els darrers anys ha tingut lloc un desenvolupament espectacular del suport informàtic en les tasques d'adquisició i tractament de dades, i en el control d'aparells. S'han desenvolupat interfícies potents i assequibles que han fet que aquestes eines es poguessin introduir ràpidament en el món industrial i científic. Gradualment, hem pogut veure com han aparegut equips didàctics d'adquisició i tractament de dades que, fora del nostre país, ja s'empren d'una forma rutinària com un nou aparell de mesura als laboratoris escolars.

A casa nostra, el Programa d'Informàtica Educativa ha donat un suport important al desenvolupament d'aquests sistemes, amb l'objectiu d'utilitzar-los en l'ensenyament de les Ciències a l'escola secundària. Entre els materials elaborats, l'EXAO1 agrupa un conjunt de materials que permeten la realització d'experiències, essencialment de Física, emprant un repertori relativament variat de sensors que s'incorporen com a nous elements de mesura a moltes experiències "tradicionals". La novetat radica en el tractament gràfic i matemàtic de les dades capturades. D'aquesta manera, essencialment no són necessaris altres materials de laboratori que aquells dels quals els centres ja disposen, i l'equip només inclou els sensors, les plaques d'adaptació dels senyals elèctrics dels sensors i d'interfície, els programes d'adquisició i tractament de les dades, petits materials com ara imants o suports especials pels sensors, i manuals dels programes i d'experiències.

Paral·lelament al mòdul EXAO1 s'han desenvolupat altres mòduls especialitzats, agrupats sota la denominació EXAO3, dirigits cap a l'estudi de corbes característiques I/V de components discrets, corbes característiques de transistors i, molt especialment, a l'anàlisi de circuits RLC de corrent altern i circuits RC alimentats amb un senyal quadrat. Per limitacions de l'espai, en aquest article, es discutiran únicament les característiques de l'EXAO1.

Hardware

Com en qualsevol sistema d'adquisició de dades, el cor

*Adolf Cortel i Ortuño (Olesa de Montserrat, 1953) és llicenciat en Química i catedràtic de Física i Química a l'I.B. "El Cairat". Ha col·laborat en el Centre de Ciències i en el Programa d'Informàtica Educativa del Departament d'Ensenyament.

del sistema és un conjunt relativament variat de sensors: micròfons com a sensors de so, fotodíodes i fotoresistències com a sensors d'intensitat lluminosa, sensors de temperatura, bobines (per a detectar moviments d'imants), un sensor piezoelèctric com a detector de xocs, sensors Hall per a detectar camps magnètics (o el pas d'objectes amb petits imants enganxats), sensors Hall muntats sobre imants que detecten la proximitat d'objectes ferromagnètics (pas de boles, etc.). Tots aquests sensors es connecten a una placa (EXAO1) que conté els circuits necessaris per a regular i amplificar els senyals. La placa encara disposa d'entrades auxiliars a les quals poden connectar-se altres sensors que el mòdul no porta incorporats (p.e. un potenciòmetre per a detectar rotacions o desplaçaments, la sortida analògica d'un aparell de mesura, com ara un pH-metre, etc.).

En principi, qualsevol aparell que pugui respondre amb una tensió elèctrica a alguna magnitud física o a la variació d'aquesta magnitud pot connectar-se a la placa, amb uns requeriments mínims pel que fa a la qualitat del senyal. Així, l'ordinador mesura i representa tensions en funció del temps, però els programes també permeten la representació de la tensió corresponent al senyal d'un sensor en funció de qualsevol altre o de la derivada respecte al temps.

La placa de sensors es connecta a una interfície interna comercial que conté els convertidors analògic-digital que fan que l'ordinador pugui llegir els senyals elèctrics dels sensors. El control d'aquesta interfície es realitza totalment per software. En qualsevol cas, des dels programes es poden seleccionar els sensors que es volen emprar (d'1 a 4, a triar dins del repertori), el nombre de mesures que es volen fer (de 1.200 a 20.000) i la velocitat d'adquisició de les dades (d'1 a 20.000 mesures/segon). Aquestes opcions permeten realitzar la immensa majoria d'experiències i, en qualsevol cas, encara es podrien expandir si fos necessari.

Programes

Tota la gestió de la interfície interna que rep els senyals que procedeixen de la placa externa i dels sensors, i també com el tractament de les dades, es realitzen mitjançant els programes: "Experimentació amb sensors", que és un programa d'ús general dirigit a experiències de Física però que es pot emprar fàcilment en experiències

de Ciències Naturals i Química, i el programa "Anàlisi del so", que és un programa menys tècnic per a facilitar-ne l'ús als professors de Música o Llengua.

Com ja s'ha dit, els programes permeten determinar quins sensors es volen emprar, el nombre de mesures a realitzar i la velocitat d'adquisició. Una altra opció relacionada amb l'adquisició de dades és la possibilitat de disparar l'adquisició d'una forma semblant a com es fa amb un oscil·loscopi: Es fixa un nivell (de tensió) a partir del qual s'agafaran les dades; mentre les dades que es llegeixen són inferiors a aquest valor no s'emmagatzemen, només es comencen a guardar a partir de la primera que supera el valor que s'ha fixat com a llistó. Aquesta opció és interessant en experiències ràpides de cinemàtica, on el mateix objecte que es mou activa l'adquisició de dades en apropar-se al primer sensor, i en experiències d'anàlisi del so.

Si hem fixat una adquisició ràpida, l'ordinador ja pateix prou per emmagatzemar les dades a la memòria i estar a punt per agafar la dada següent. Al contrari, si fem una adquisició lenta (menor o igual a 100 mesures/segon), tal com succeeix en l'estudi de moltes oscil·lacions, ritme respiratori, ritme cardíac, etc., el programa treballa amb una velocitat de procés prou gran com per a permetre l'emmagatzemament i la representació gràfica en temps real. En qualsevol cas, les dades mesurades acaben arrencades a la memòria de l'ordinador; això permet que quan s'han emmagatzemat pugui realitzar-se la fase de tractament. També és possible emmagatzemar les dades al disc i procedir al tractament en un ordinador que no disposi del hardware d'adquisició de dades. Aquesta possibilitat és especialment important a nivell didàctic, ja que facilita enormement que els alumnes treballin amb les dades a l'aula d'informàtica o a casa.

El programa disposa d'un conjunt de finestres en les quals es realitzen diferents tractaments. D'una banda sempre hi ha present una finestra amb la representació gràfica de totes les dades capturades pels sensors; aquesta finestra s'utilitza per a poder seleccionar aquella part de les dades que es vol estudiar. Quan s'ha seleccionat aquesta part, s'obre una nova finestra, ("Zoom de les mesures") que constitueix, en realitat, la finestra de treball en la qual es representen les tensions elèctriques corresponents als senyals dels diferents sensors en funció del temps, amb uns eixos calibrats. Un conjunt d'eines de mesura permet, amb l'ajuda del ratolí, mesurar la tensió en un punt, la diferència de potencial entre dos punts, un interval de temps, una freqüència, permet fixar un nivell de tensió i desplaçar-lo sobre les gràfiques i, com a eina especialment potent, permet obtenir una representació $Y(X)$, on X i Y són qualsevol tensió corresponent a un sensor emprat o la seva derivada respecte al temps. Així, la figura 1 mostra la resposta d'un sensor Hall muntat sobre un

imant quan s'hi acosta un diapasó vibrant; a la finestra inferior apareix la representació $V(t)$ de totes les dades; a la finestra superior, el 'zoom' d'una part d'aquestes dades; i a la finestra central, la seva derivada (noteu com en la derivada s'ha suprimit la "deriva" de la línia de base causada per la major proximitat del metall del diapasó. La derivada actua com un filtre que amplifica les freqüències altes d'un senyal). A la part inferior de la figura es mostra la representació del senyal del sensor en funció de la seva derivada respecte al temps.

Un altre conjunt d'opcions permet alterar la imatge de la pantalla, movent o suprimint trossos i afegint textos on convingui; d'aquesta manera és possible generar imatges amb una quantitat molt gran d'informació, per a ser emmagatzemades o impreses. És possible guardar en un arxiu al disc qualsevol tros de la imatge en pantalla, en format PCX, o bé guardar les dades mesurades en l'experiment, i també els paràmetres necessaris, per a poder recuperar l'arxiu i treballar-hi com si s'acabessin de fer les mesures. També és possible imprimir tota o part de la pantalla en impressores monocromes o en color (totes les figures d'aquest article s'han fet emprant únicament les eines del programa).

El programa permet un tractament matemàtic de les dades relativament potent, si es considera el nivell al qual va dirigit. Així, incorpora una calculadora-analitzador d'expressions que permet treballar amb variables o definir funcions d'una, dues o tres variables. El programa també permet l'aproximació de diferents tipus de funcions a un conjunt de dades: funció lineal, polinomi de segon grau, de tercer grau, exponencial i logarítmica. La funció aproximada pot ser del tipus $V(t)$ i els punts, una selecció de punts en pantalla. La tria es fa amb el ratolí definint prèviament el nombre de punts. També es trien els punts amb ratolí si es vol obtenir una funció aproximada a la representació $Y(X)$ que s'ha esmentat en un paràgraf anterior. Una altra possibilitat que el programa permet, quan es tracta de representacions de quantitats que s'han d'introduir separatament i que no corresponen a les coordenades (x,y) del ratolí dins d'una gràfica, és introduir el conjunt de punts a través d'una taula (els valors introduïts poden incloure operacions o funcions matemàtiques). Les altres eines matemàtiques del programa permeten mesurar la derivada (respecte al temps) en un punt d'una gràfica $V(t)$ corresponent al senyal d'un sensor o obtenir la gràfica de la derivada en un interval, i mesurar el valor de la integral definida $\int V dt$ en qualsevol interval; el programa mostra el valor de la integral i destaca l'àrea a la qual correspon. L'anàlisi de Fourier mereix un comentari especial, ja que té una incidència especial en l'estudi de fenòmens físics. Al nostre nivell n'hi ha prou de considerar que aquesta anàlisi és una manera de determinar les freqüències presents en un fenomen físic

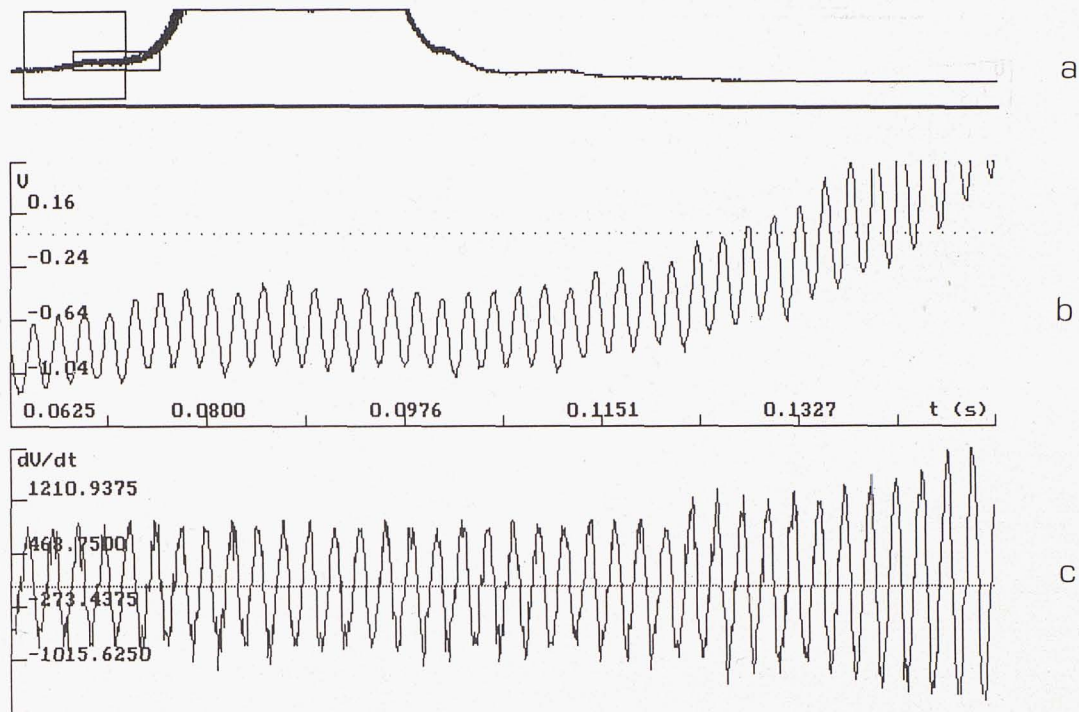


Figura 1: Resposta d'un sensor Hall muntat sobre un imant quan s'hi acosta un diapasó vibrant a 440 Hz. (a) Valors captats pels sensors, (b) 'zoom' de les mesures i (c) funció derivada.

que sabem com evoluciona en el temps; així podem considerar que és una forma de determinar quins "ritmes" o fenòmens periòdics hi ha en una experiència. El programa permet realitzar un 'zoom' de l'anàlisi de Fourier i mesurar freqüències sobre l'anàlisi o el seu 'zoom'.

És possible, en el menú principal del programa, recuperar imatges emmagatzemades en disc o bé recuperar arxius corresponents a experiències per a fer el tractament de les dades. En aquests arxius de dades es pot emmagatzemar un text breu d'informació indicant les condicions o materials amb els quals s'ha realitzat l'experiència. En qualsevol cas, permet l'emmagatzemament complet d'una experiència o el treball amb les dades obtingudes per altres experimentadors. També és possible canviar el format d'aquests arxius, transformant-los en arxius de text o arxius compactables amb fulls de càlcul.

Exemples d'experiències concretes

A continuació es resumeixen algunes experiències prou representatives del ventall de situacions que es poden estudiar amb el mòdul EXAO1. S'ha fet una tria considerant com s'arriba a simplificar el tractament de les dades, la remarcable diferència en la qualitat de la informació que es pot obtenir, la subtilesa dels fenòmens que es poden observar i la facilitat amb què s'obtenen alguns resultats en relació amb l'experimentació tradi-

cional. Un fet característic en totes les experiències és la possibilitat d'observar l'evolució dels fenòmens que s'estudien, no només els estadis inicial i final.

Moviment uniformement variat d'un carro que puja i baixa per una rampa

La figura 2 mostra la paràbola $x(t)$ corresponent al moviment de pujada i baixada d'un carro (amb tres imants enganxats, separats 37,1 mm), per una rampa (inclinada $7,5^\circ$). Des de baix, s'ha donat una empenta al carro que ha pujat i baixat activant quatre sensors Hall separats 10 cm. L'acceleració obtinguda a partir de l'ajust del polinomi de segon grau $x(t)$, tal com es mostra a la figura 2, ($-1,16 \text{ ms}^{-2}$) és comparable al valor teòric (sense considerar el fregament), de $-1,27 \text{ ms}^{-2}$. Es comprova molt fàcilment que l'acceleració no depèn apreciablement de la massa ni de la velocitat inicial, en una rampa amb una inclinació determinada.

També es pot mesurar l'acceleració, tal com mostra la figura 3, a partir de la pròpia definició: $a = dv/dt$, ja que és ben senzill determinar la velocitat en el pas per cada sensor, a partir de la separació dels imants del carro i dels temps corresponents, que es mesuren sobre les gràfiques directament amb el ratolí. Una altra possibilitat és emprar l'equació $a = (v^2 - v_0^2)/2d$. La possibilitat més interessant, al meu entendre, és la que mostra la figura 2, en la qual s'ha determinat el conjunt

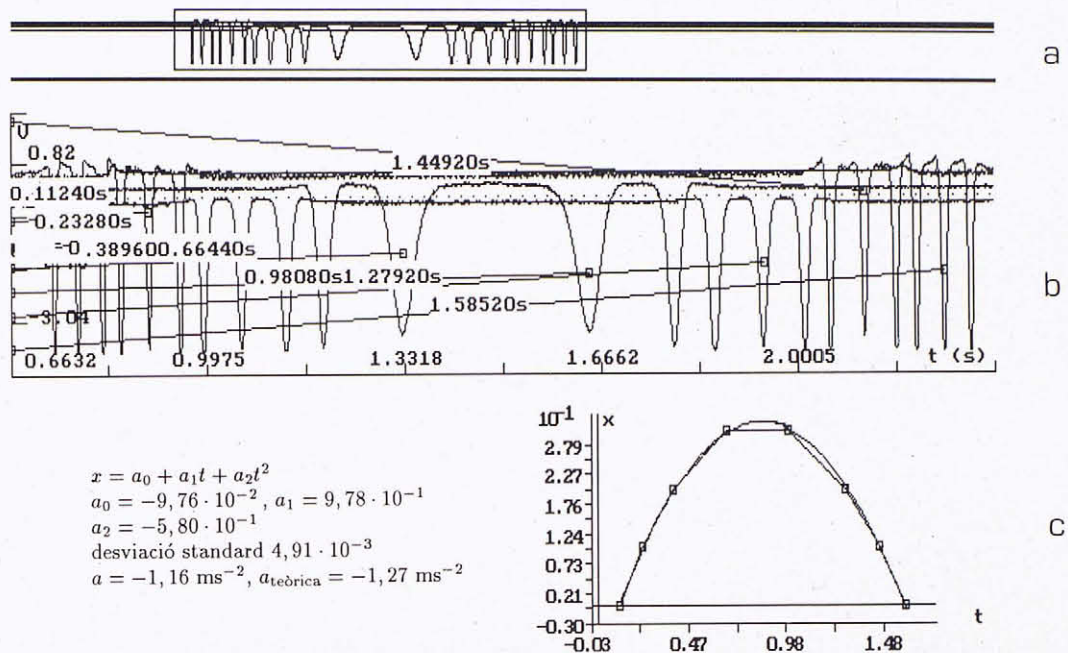


Figura 2: Moviment de pujada i baixada d'un carro per una rampa (a) Valors captats pels sensors, (b) 'zoom' de les mesures i (c) gràfica aproximada de $x(t)$.

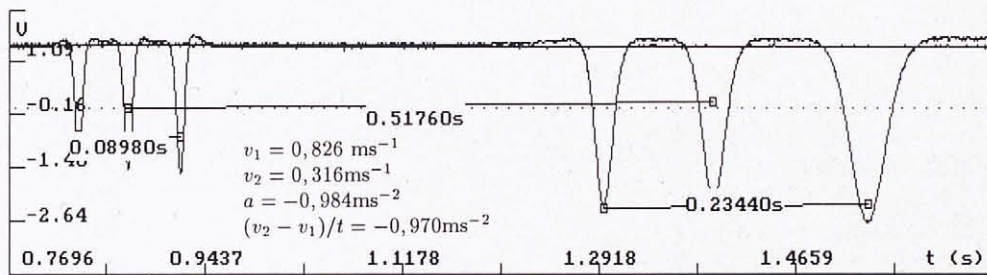


Figura 3: Mesura de l'acceleració a partir de la definició. 'Zoom' de les mesures fetes en la pujada d'un carro.

de punts (t, x) definit pel pas del carro davant de cada sensor. El programa permet la representació gràfica d'aquests conjunts de punts i determinar la recta o polinomi de segon grau que millor ajusta els punts. Per tant, la determinació de l'equació del moviment $x(t)$, i la mesura de l'acceleració, és immediata.

És senzill comprovar que, a causa del sentit de la força de fregament, si s'ajusta un polinomi de segon grau $x(t)$ al conjunt de punts (t, x) , per separat a la pujada i a la baixada, el valor absolut de l'acceleració a la pujada és més gran que a la baixada. D'una manera aproximada aquesta diferència ens permet determinar la força de fregament en l'experiència. Si es representa $v(t)$, també es pot comprovar que, molt aproximadament, l'equació $v(t)$ és la derivada de $x(t)$ (figura 4).

Tir horitzontal. Composició de moviments

En aquesta experiència es pot demostrar la independència entre els moviments horitzontal i vertical d'una bola que cau en un tir horitzontal, tot comprovant la validesa de les equacions del tir horitzontal i, com a alternativa, es pot determinar el valor de l'acceleració de la gravetat a partir de la correlació entre la velocitat de dispar i el desplaçament horitzontal.

Una bola rodola per un carril horitzontal, passa per davant de dos sensors Hall amb imant, un dels quals és just a la sortida del carril, i cau a terra, des d'una certa altura, on un sensor piezoelèctric detecta l'instant de la seva arribada (figura 5) i en un paper (sobre un segon paper carbó) queda "enregistrada" la posició de la bola quan arriba a terra i ens permet determinar el desplaçament horitzontal en el vol de la bola. Si t és el

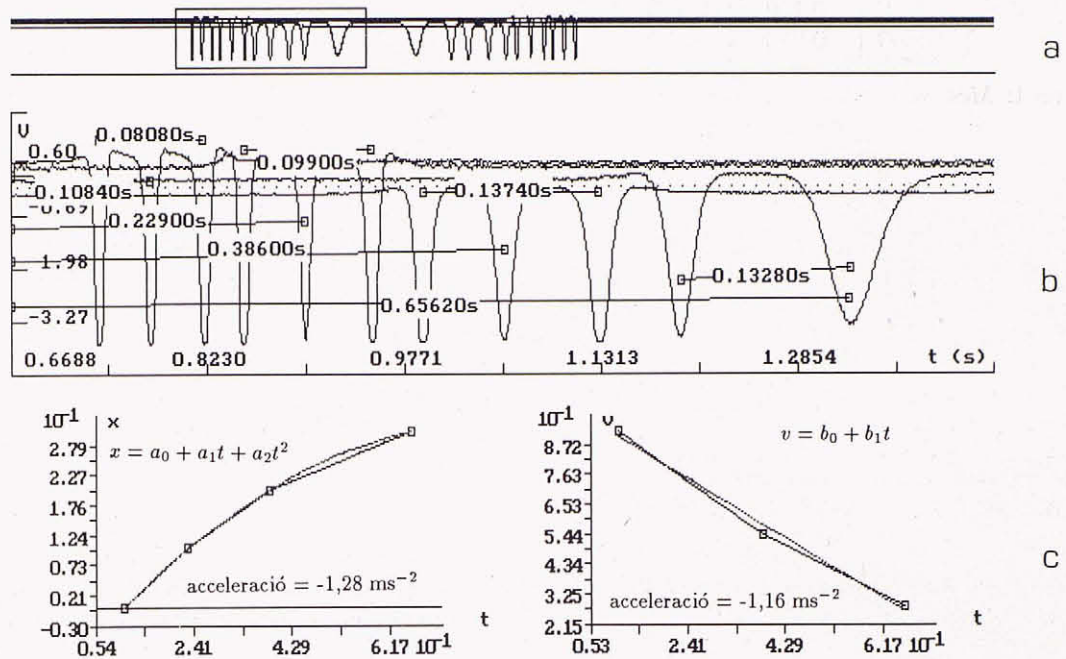


Figura 4: Gràfica de la velocitat del carro. (a) Mesures dels sensors, (b) 'zoom' de les mesures i (c) gràfiques de $x(t)$ i de $v(t)$.

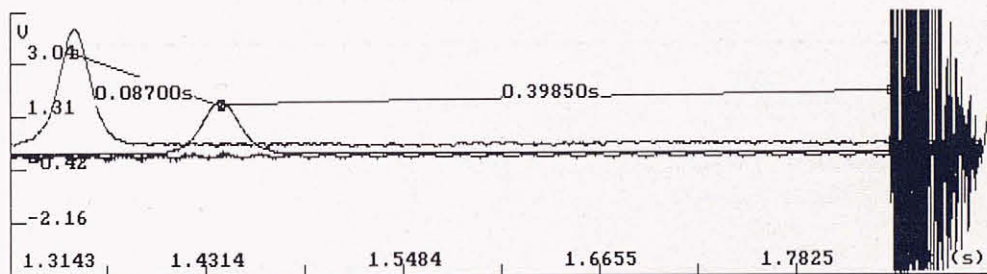


Figura 5: Composició de moviments.

temps que dura la caiguda de la bola, i v_0 la velocitat de sortida, el desplaçament horitzontal x de la bola compleix: $x = v_0t$ i l'altura h des d'on cau:

$$h = (1/2)gt^2.$$

La velocitat v_0 de la bola s'ha de calcular a partir de: $v_0 = d/t'$, on d és la separació entre els sensors Hall amb imant i t' l'interval de temps que triga la bola a passar entre ells. La figura 5 mostra com es mesuren l'interval de temps t' i el temps de vol t . L'interval t' ve definit pel pas de la bola davant dels dos sensors Hall amb imant i t per l'interval de temps entre la sortida de la bola del carril (pas pel segon sensor Hall amb imant) i la seva arribada a terra (resposta del sensor piezoelèctric al xoc de la bola a terra).

La comprovació de la independència dels moviments en les direccions x i y es pot fer repetint l'experiència amb diferents velocitats de sortida de la bola, observant que el temps de caiguda és molt aproximadament el mateix, tal com es mostra en la taula 1.

Si no coneixem el valor de g , es pot calcular a partir de h i t . Encara més, una altra possibilitat és recollir parelles de valors (v_0, x) en diferents experiències. Si considerem que de les equacions es dedueix la relació:

$$x = v_0\sqrt{2h/g},$$

podem buscar la funció lineal aproximada als punts i el pendent de la recta és $\sqrt{2h/g}$. La figura 6 mostra l'ajust de la recta i el valor de $g = 9,98 \text{ ms}^{-2}$ obtingut.

t_{sensors}	v	t_{vol}	x_{mesurat}	$x_{\text{teòric}}$	g
0,0870	0,575	0,3985	0,227	0,229	9,96
0,1284	0,389	0,3956	0,150	0,153	10,10
0,0720	0,694	0,4003	0,277	0,276	9,87

Taula 1: Mesures en unitats SI. $h = 0,791$.

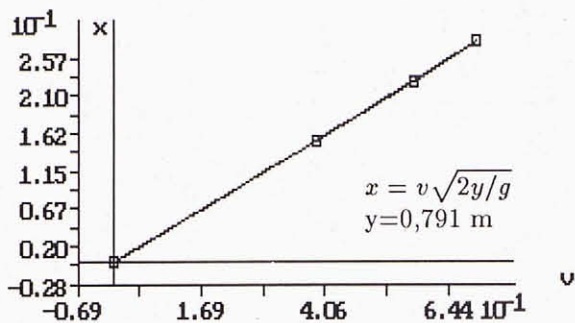


Figura 6: Ajust del desplaçament, x , i la velocitat, v , horitzontals en un tir horitzontal.

Acceleració de la gravetat. Caiguda lliure

La figura 7 s'ha realitzat deixant caure una bola d'acer per davant de tres sensors Hall amb imant espaiats verticalment 20 cm. Fins abans d'arribar al primer sensor, la bola ha caigut per dins d'un tub de plàstic que li ha servit de guia. Si es determinen els dos intervals de temps t_1 i t_2 corresponents al pas de la bola entre el primer i segon sensor, i entre el segon i tercer, i també la separació d entre els sensors, l'acceleració de la gravetat es pot calcular a partir de la fórmula (fàcilment demostrable): $g = 2d(t_1 - t_2)/t_1 t_2 (t_1 + t_2)$. També és possible aproximar un polinomi de segon grau als tres punts (t, x) definits pel pas de la bola davant dels tres sensors. En qualsevol cas, encara que el valor de g no sigui el correcte, el resultat és prou aproximat. (Aquesta experiència és de les poques on s'ha d'emprar la màxima velocitat d'adquisició de dades (20.000 mesures/s).

Màquina d'Atwood. Comprovació de les lleis de Newton

En l'experiència es confirmen les prediccions que resulten de l'aplicació de les lleis de Newton a un sistema

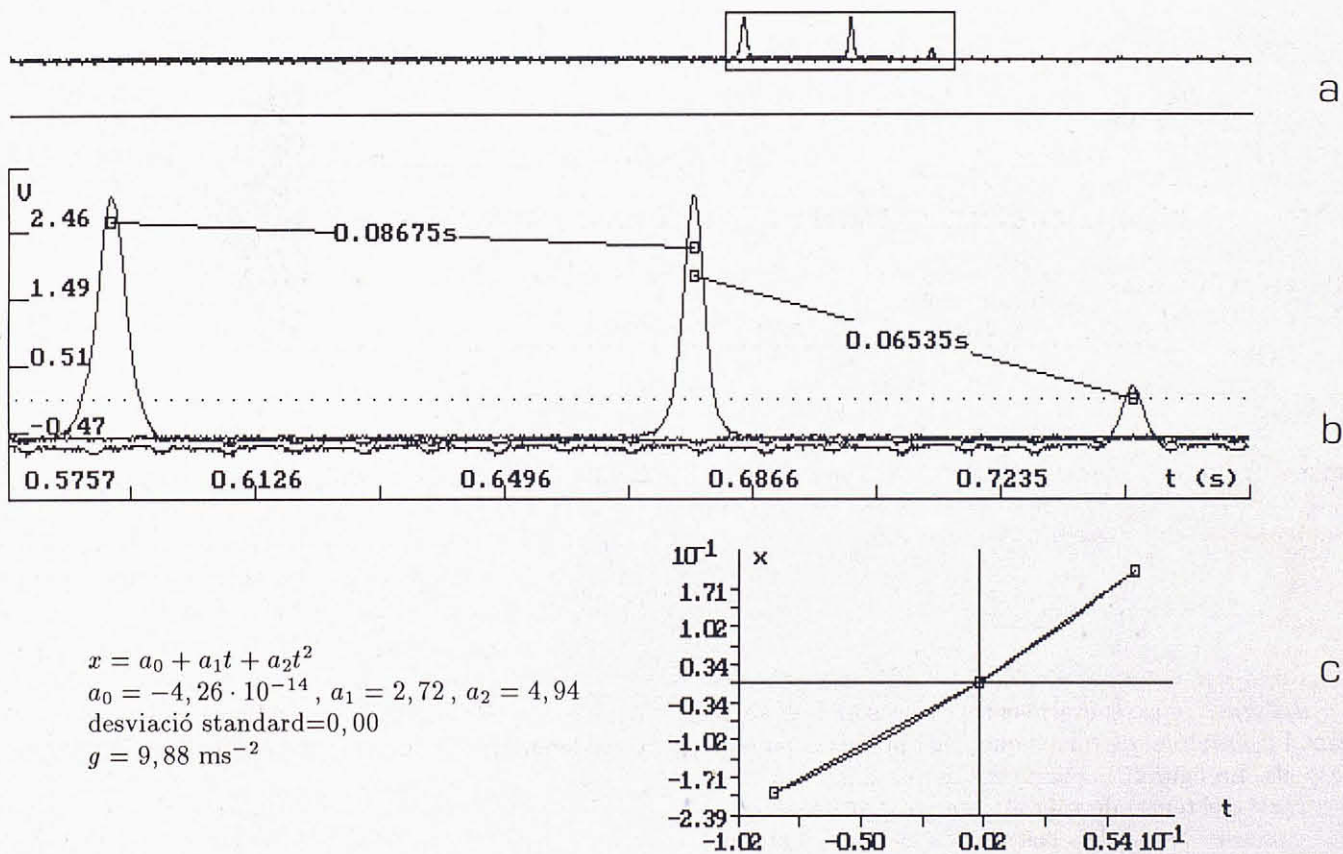


Figura 7: Caiguda lliure d'una bola d'acer. (a) Mesures dels sensors, (b) 'zoom' de les mesures i (c) determinació de g per ajust a una paràbola.

format per dues masses, M i m , i una politja, que suposem de massa despreciable i sense fregament. Aprofitant un petit forat a la politja, un fotodíode detecta cada volta, i permet representar gràficament l'angle en funció del temps. A partir de l'ajust d'un polinomi de segon grau a aquesta representació es determina el valor de l'acceleració angular i , coneixent el radi de la politja (30 mm, en l'experiència que es mostra a la figura 8), es calcula l'acceleració del moviment de les dues masses. Si es repeteix l'experiència amb masses diferents, tal com es mostra a la taula de resultats:

M	m	$(M - m)/(M + m)$	α
0,082	0,082	0	-2,78
0,094	0,082	0,0682	19,5
0,1058	0,082	0,1267	37,4
0,1176	0,082	0,1783	53,8

és possible representar gràficament l'acceleració angular en funció de $(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$ tot ajustant una recta

a la representació. En la figura 9, el pendent de la recta és 316; com que

$$\alpha = \frac{(M - m)g}{(M + m)r},$$

el pendent és g/r , i considerant que el radi de la politja és 30 mm, el valor de g resulta $9,5 \text{ ms}^{-2}$.

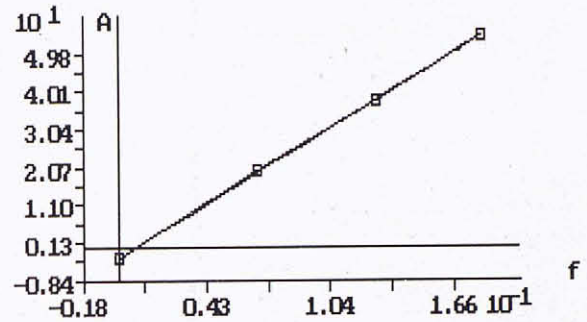
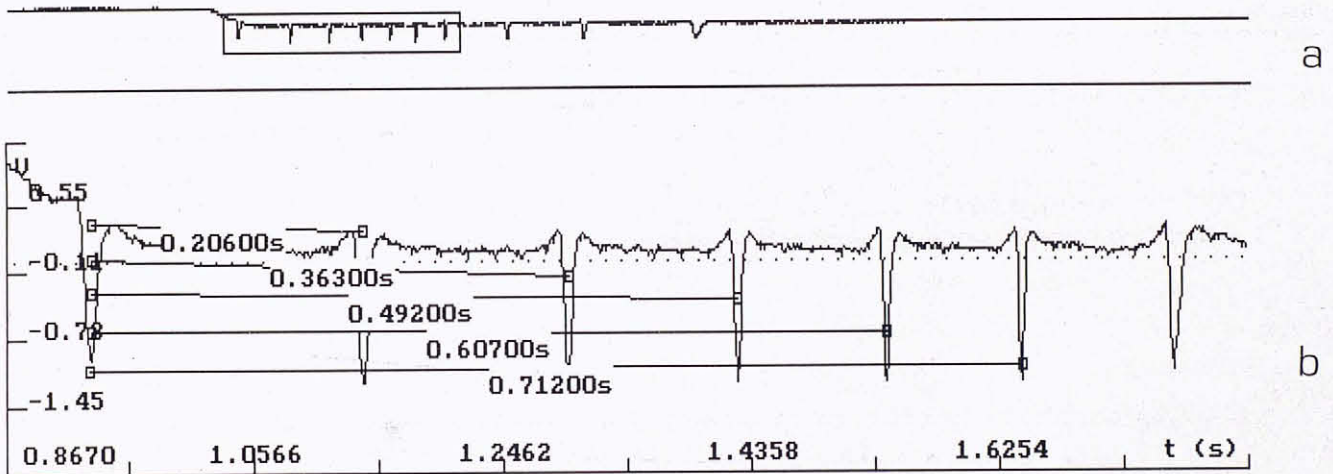


Figura 9: Determinació de g/r . A és l'acceleració angular i $f = (M - m)/(M + m)$



$$r = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

$$a_0 = -8,36 \cdot 10^{-3}, a_1 = 2,50 \cdot 10^1, a_2 = 2,69 \cdot 10^1$$

$$\text{desviació standard} = 4,70 \cdot 10^{-2}$$

$$\alpha = 53,8 \text{ rad s}^{-2}$$

Figura 8: (a) Mesura del desplaçament angular de la politja d'una màquina d'Atwood, (b) 'zoom' de les mesures i (c) determinació de l'acceleració angular α

Tubs sonors. Mesura de la velocitat del so. Harmònics parells i senars

Bufant en un tub obert o tancat es produeix un so que és captat amb un micròfon i analitzat posteriorment. En el tub obert apareixen harmònics amb freqüències múltiples de la fonamental. A partir d'aquesta freqüència i de la longitud d'ona, utilitzant la relació:

$$\text{velocitat propagació} = \text{longitud d'ona} \times \text{freqüència},$$

es calcula la velocitat del so. En el tub tancat, al contrari, la freqüència dels pics de l'espectre només es pot interpretar considerant que corresponen als harmònics senars d'una sèrie. Aquest fet es pot explicar teòricament amb facilitat, i també que, en el tub tancat, la freqüència fonamental és la meitat de la del tub obert.

En la figura 10 es mostra el so corresponent a un tub obert de 387 mm de llargada i 22 mm de diàmetre, i també l'anàlisi, on apareix la sèrie de tots els harmònics a partir del fonamental. Podem determinar la velocitat del so considerant que la longitud d'ona ha de ser el doble de la llargada (0,774 m), coneguda la freqüència fonamental, 420 Hz (que també es pot mesurar en la recta de regressió: freqüència/número de l'harmònic). Resulta un valor de la velocitat del so

$$\begin{aligned} \text{velocitat de propagació} &= \text{longitud d'ona} \times \text{freqüència} \\ &= 325 \text{ ms}^{-1}. \end{aligned}$$

La figura 11 mostra els harmònics que es produeixen quan es bufa el mateix tub, ara tancat per l'altre extrem. En la sèrie els harmònics estan separats uns 450 Hz, amb el primer pic de l'espectre a 625 Hz. El problema es resol si considerem que el so fonamental és a 222 Hz (no apareix a l'espectre) i que el que s'observa és la sèrie d'harmònics senars (3,5,7, etc.). Noteu que aquesta freqüència fonamental és la meitat de la que s'obtenia en el cas del tub obert.

Esmorteïment. Coeficient de restitució

La mesura del coeficient de restitució d'una pilota o una bola que reboten en xocs successius contra terra es pot fer determinant els intervals de temps que corresponen als rebots. Un sensor piezoelèctric a terra o sobre la taula capta els xocs. La representació de l'interval de temps al quadrat corresponent al temps de vol de la bola entre dos xocs, en funció del número del xoc, permet d'obtenir una gràfica de tipus exponencial a partir de la qual es pot calcular el coeficient de restitució (figura 12).

Si t és el temps que triga a pujar i baixar una pilota que rebot, $t/2$ és el temps de la caiguda, el qual està relacionat amb l'altura h assolida, per l'equació

$$h = \frac{1}{2}g(t/2)^2$$

En qualsevol cas, h és proporcional a t^2 i no a t . Si obtenim la funció exponencial $t^2(n)$, on n és el nombre de rebots que la bola ha fet, a partir dels punts de la gràfica tal com es mostra a la figura 12, la funció és de

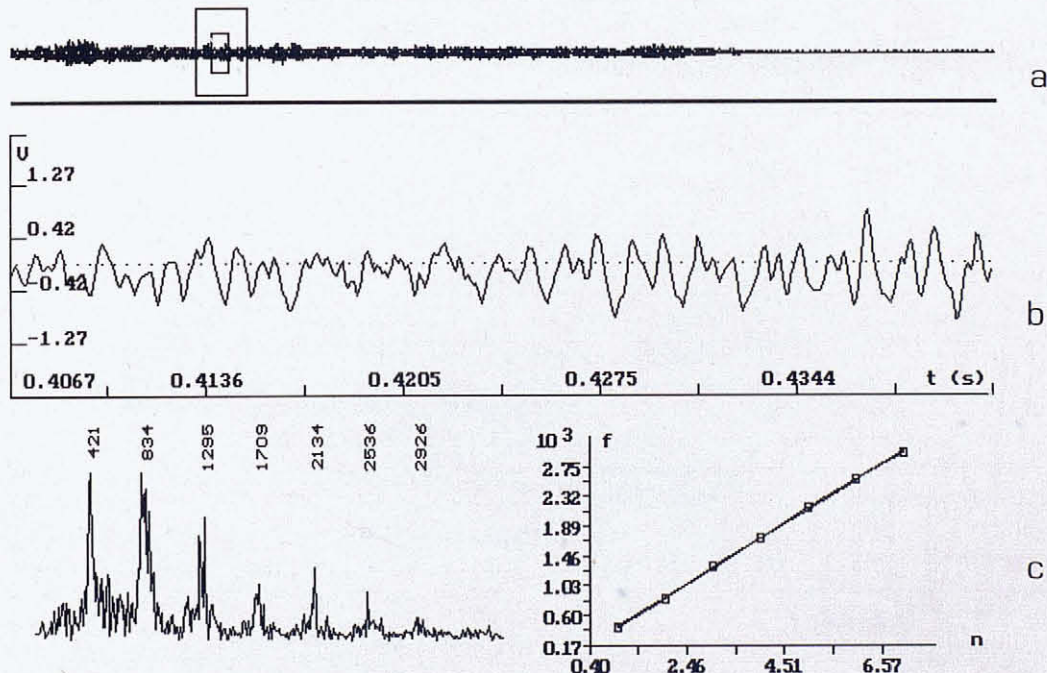


Figura 10: Mesura de la velocitat del so bufant en un tub obert. (a) Valors captats pels sensors, (b) 'zoom' de les mesures, (c) espectre de Fourier i (d) regressió lineal per a la freqüència en funció del número de l'harmònic.

la forma: $t^2 = a_0 + a_1 \exp(a_2 n)$ on a_0 és molt petit i a_2 és negatiu (ja que si n tendeix a infinit t^2 tendeix a 0), així, podem simplificar la funció $t^2(n)$:

$$t^2 = a_1 \exp(a_2 n)$$

Si considerem que el coeficient de restitució (f) indica el percentatge d'energia que el cos perd a cada rebot, tindrem

$$f = 100 \frac{Ep(n+1)}{Ep(n)}$$

on $Ep(n)$ indica l'energia potencial en el punt més alt, corresponent al rebot n . Com que $Ep(n) = mgh(n)$ i $h(n)$ és proporcional a $t^2(n)$, tindrem que

$$f = 100 \frac{t^2(n+1)}{t^2(n)}$$

Substituint t^2 corresponent als xocs $n+1$ i n , el quocient se simplifica a $f = 100 \exp(a_2)$. D'aquesta forma el coeficient a_2 de la funció exponencial aproximada ens determina el valor del coeficient de restitució. Així, en els rebots d'una pilota de goma sobre una taula el resultat és (figura 12):

n	t	t^2
1	0,3462	0,1198
2	0,3100	0,0961
3	0,2696	0,0727
4	0,2496	0,0623
8	0,1610	0,0259
9	0,1370	0,0187
12	0,1046	0,0109

L'exponencial $t^2(n)$ és:

$$t^2 = -0,00092 + 0,149 \exp(-0,219n)$$

Es pot ignorar el terme independent, calculant el coeficient de restitució,

$$f = 100 \exp(a_2) = 100 \exp(-0,219) = 80,3\%$$

Harmònics en el so dels instruments musicals

Les figures 13, 14 i 15 mostren l'anàlisi del so de diferents instruments. La primera figura correspon al so produït per la primera corda a l'aire (La) d'un violí, polsada sense arquet, mentre que la segona figura correspon a la mateixa nota, en aquest cas produïda amb l'arquet. Noteu com: a) els harmònics són múltiples molt aproximats de 440 Hz, b) amb l'arquet la proporció d'harmònics alts és més gran que sense arquet, c) amb l'arquet, la proporció dels diferents harmònics es manté aproximadament igual; al contrari, quan la corda es polsa i s'esmoreeix el so, uns harmònics s'esmoreeixen més aviat (en la figura 13 s'observa com el tercer harmònic es manté millor que el segon i que el cinquè).

La figura 15 mostra el so produït per una campana (en realitat, es tracta de la tapa d'acer d'una cassola, amb forma parabòlica) en el qual, encara que hi ha harmònics, no tenen freqüències múltiples de la fonamental. Les tres freqüències bàsiques que formen el so (245, 768 i 1487 Hz) no segueixen cap relació de nombres enters. Noteu com la freqüència més baixa va degenerant gradualment en una mena de soroll.

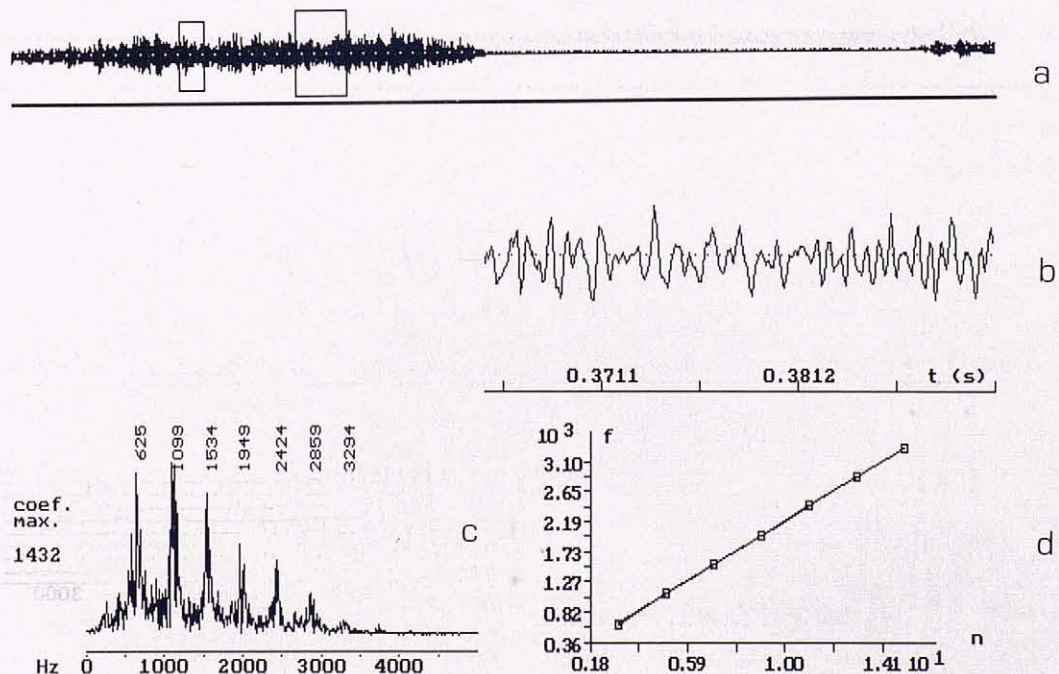


Figura 11: Mesura de la velocitat del so bufant en un tub tancat. (a) Valors captats pels sensors, (b) 'zoom' de les mesures, (c) espectre de Fourier i (d) regressió lineal per a la freqüència en funció del número de l'harmònic.

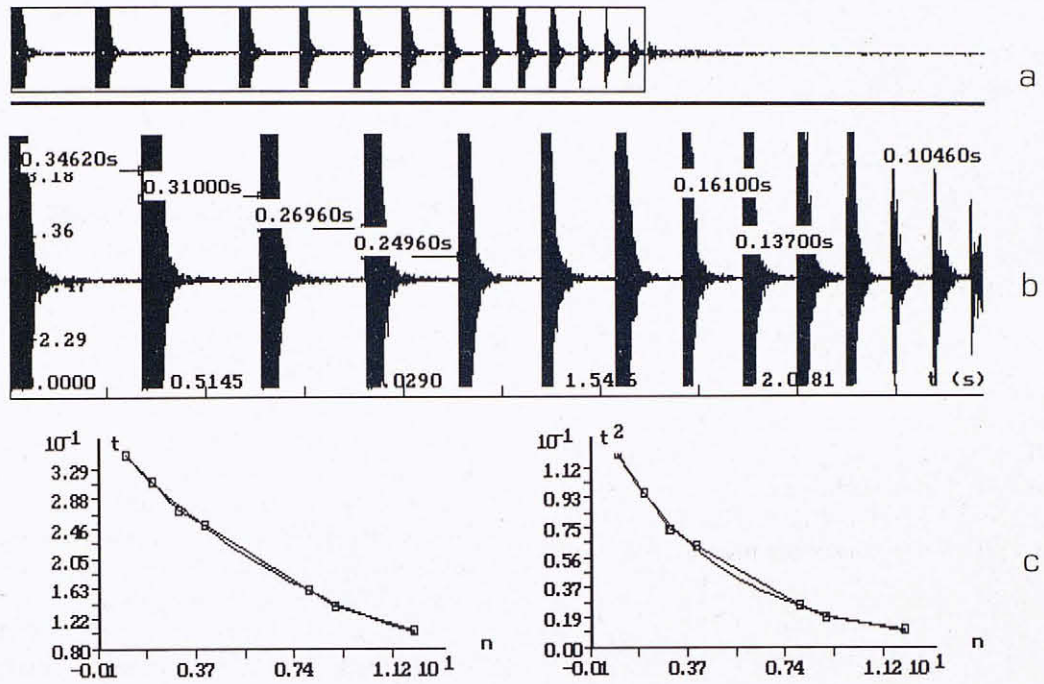


Figura 12: Mesura del coeficient de restitució d'una pilota botant sobre terra. (a) Mesures dels sensors, (b) 'zoom' de les mesures i (c) regressió lineal del quadrat del temps de vol en funció del nombre de xocs.

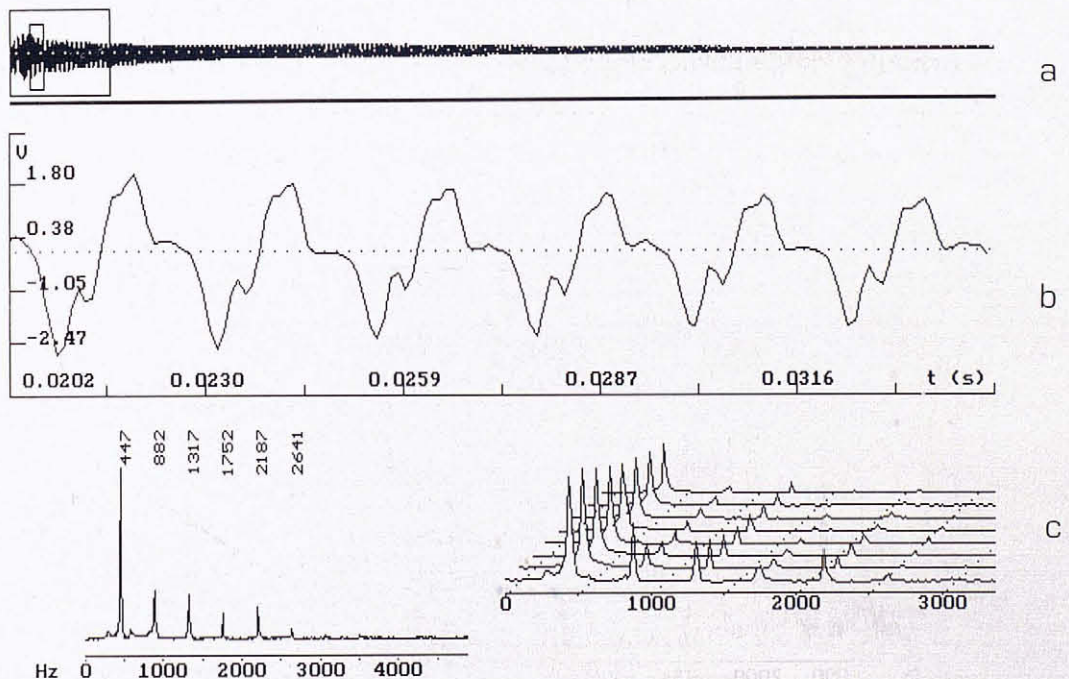


Figura 13: Anàlisi del so produït polsant la primera corda d'un violí sense arquet. (a) Valors captats pel micròfon, (b) 'zoom' de les mesures i (c) anàlisi de Fourier

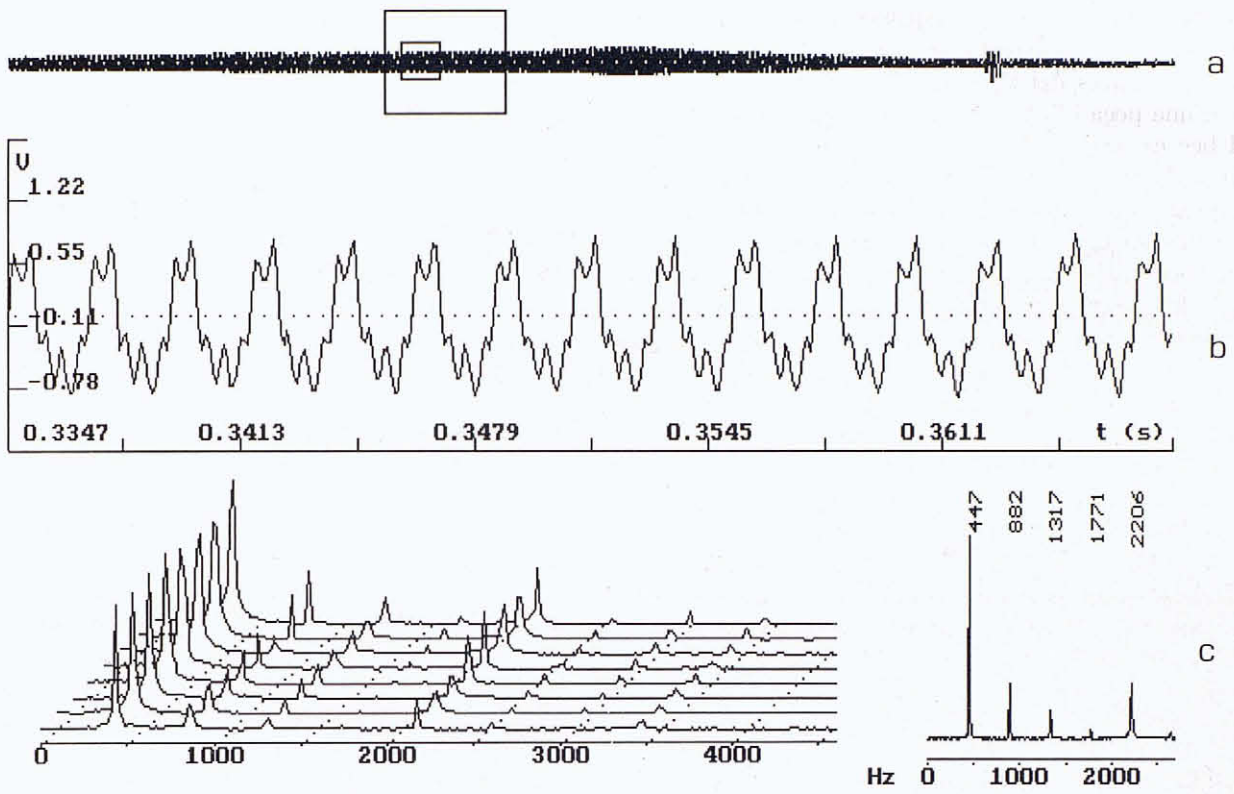


Figura 14: Anàlisi del so produït per l'arquet amb la mateixa corda.

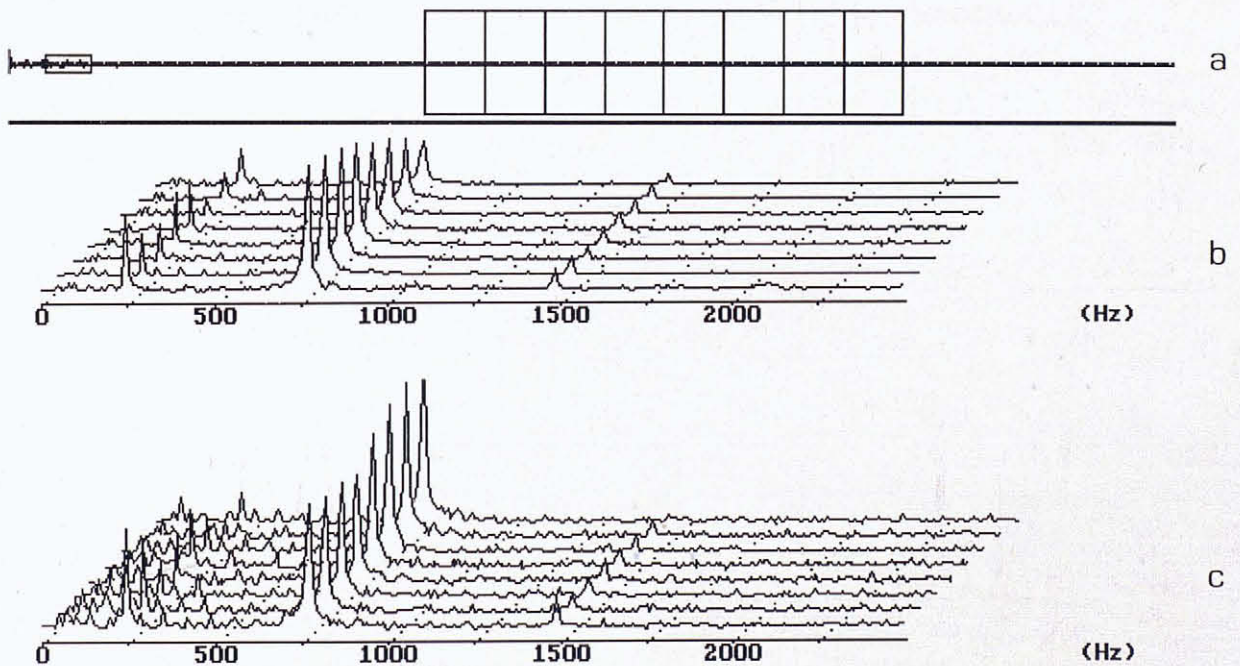


Figura 15: Anàlisi del so produït per una campana i la seva evolució. (a) Valors captats, (b) 'zoom' i (c) anàlisi de Fourier

Interferència del so. Batecs

Tot i que hi ha diferents maneres de produir batecs (p. e., dos diapasons lleugerament desajustats) s'ha comprovat que un mètode molt eficient i senzill consisteix a emprar dues flautes dolces del tipus escolar, l'una pot ser de plàstic d'una peça i l'altra de fusta o plàstic, de manera que el bec es pugui moure una mica dins del tub per ajustar la freqüència. Els batecs s'obtenen en bufar simultàniament per les dues flautes lleugerament desajustades. Com que una variació en la pressió de l'aire fa que hi hagi lleugeres variacions a la freqüència de la nota, potser la freqüència de batec no es mantindrà estrictament constant, però això no afecta per res l'experiència.

El so de cada flauta es pot analitzar (anàlisi de Fourier) separatament, determinant així les freqüències individuals. Quan es fan sonar simultàniament es produeixen batecs, tal com es mostra a la figura 16. Si es mesura la freqüència de batec es comprova que correspon a la diferència entre les freqüències individuals que s'havien mesurat. I encara més: si es fa l'anàlisi de Fourier dels batecs es comprova que apareixen les dues freqüències (860 i 885 Hz), la diferència de les quals és la de batec (24 Hz).

Estudi de la veu

L'estudi de la veu, similar en molts aspectes a l'estudi

dels instruments musicals, permet observar o confirmar uns quants aspectes interessants de la parla. L'envolvent del so ens indica la distribució de l'energia al llarg d'una paraula o una frase. Noteu a la figura 17 com el diferent èmfasi afecta la representació $I(t)$ en les paraules "Adéu!" i "Adéu". Que la "i" és una vocal feble és evident en la figura 18 on es mostra la representació $I(t)$ de les vocals "a e i o u". La figura 19 mostra l'anàlisi de Fourier (representació $I(f)$) d'aquestes vocals. En les dues figures es pot correlacionar bé la presència dels diferents harmònics i la forma del senyal $I(t)$. Es pot comprovar molt fàcilment que les persones amb veu "brillant" tenen una gamma d'harmònics molt més extensa que la de la resta de mortals. En qualsevol cas, el fet que les vocals s'originin en la vibració de les cordes vocals fa que estiguin formades per sèries d'harmònics. Això també succeeix en les consonants nasals, com ara la "m" i la "n", però la intensitat del so és més feble. Les consonants fricatives (f, s, z, etc.) no tenen harmònics ja que s'originen en les turbulències provocades pel corrent d'aire i el seu so és feble i relativament llarg. Les consonants vibrants, com ara la "r", mostren vibracions que es caracteritzen molt fàcilment en la representació $I(t)$, com es pot veure a la figura 20. Les oclusives (p, t, etc.) es generen en alliberar-se petites pressions d'aire; tampoc hi trobarem harmònics i el seu so serà curt i poc intens.

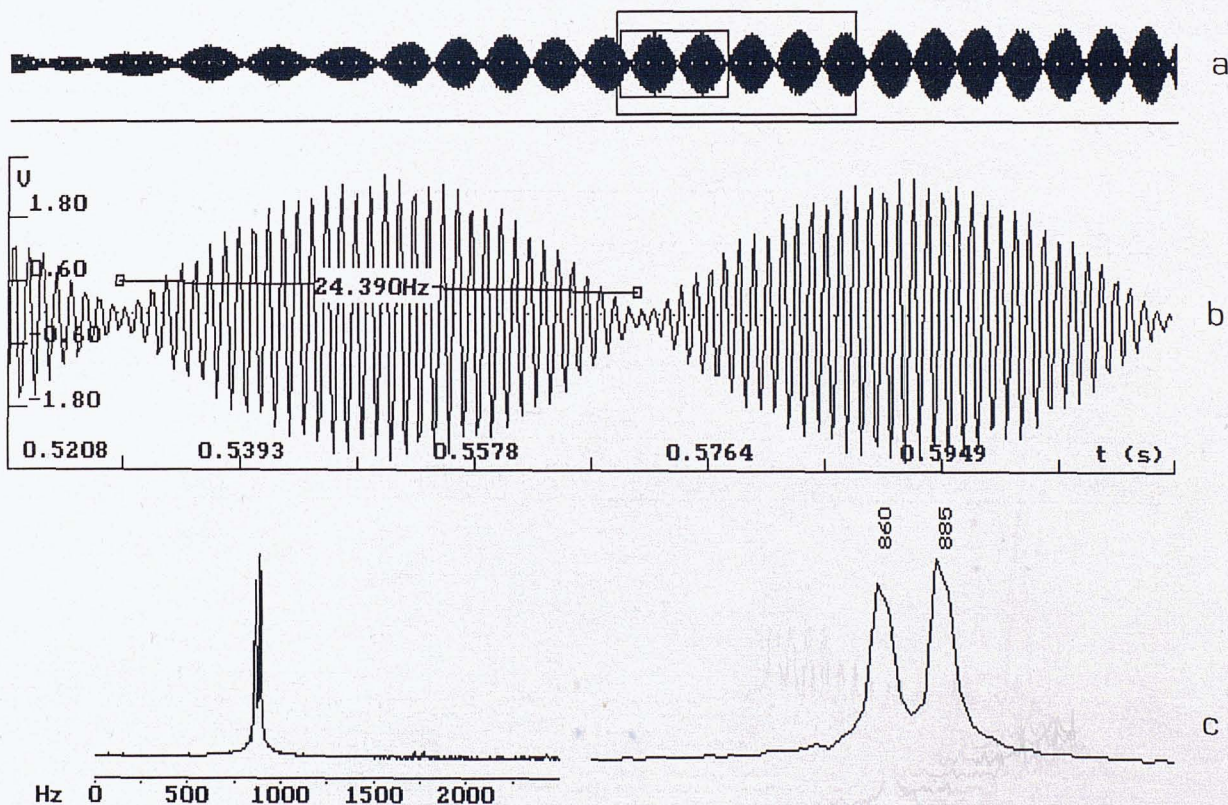


Figura 16: Anàlisi de Fourier del batec que es produeix en sonar dues flautes simultàniament. (a) Valors captats pel micròfon, (b) 'zoom' i (c) anàlisi de Fourier

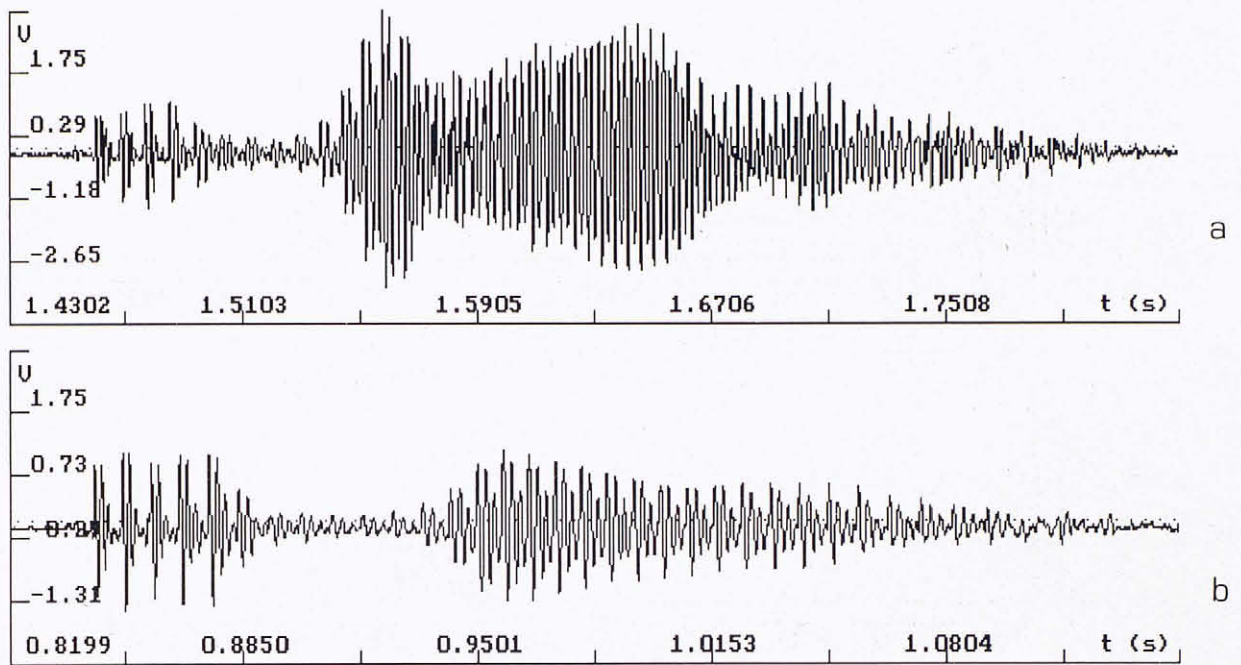


Figura 17: Anàlisi de la intensitat de la veu. (a) "Adéu!" i (b) "Adéu"

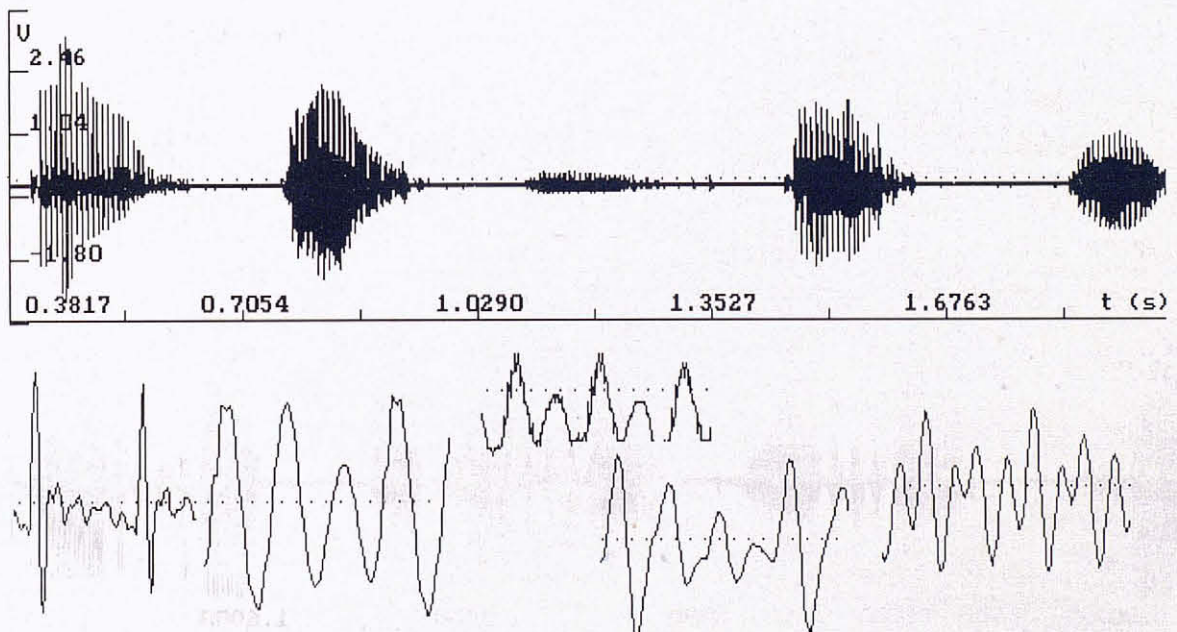


Figura 18: Representació $I(t)$ de les vocals "a, e, i, o, u"

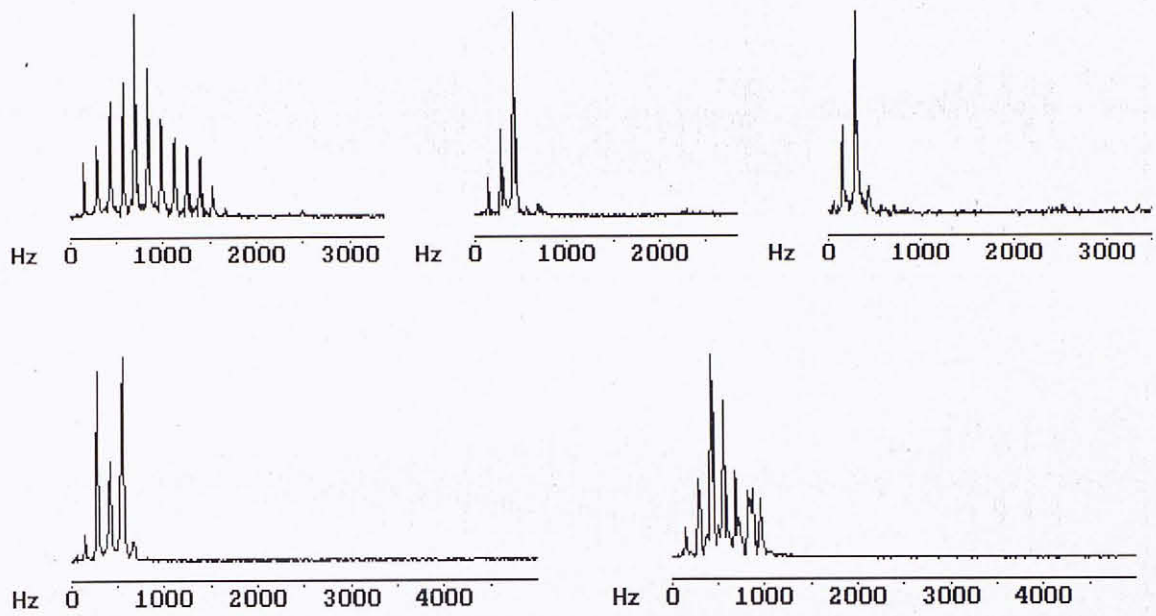


Figura 19: Espectre $I(f)$ de les vocals "a, e, i, o, u"

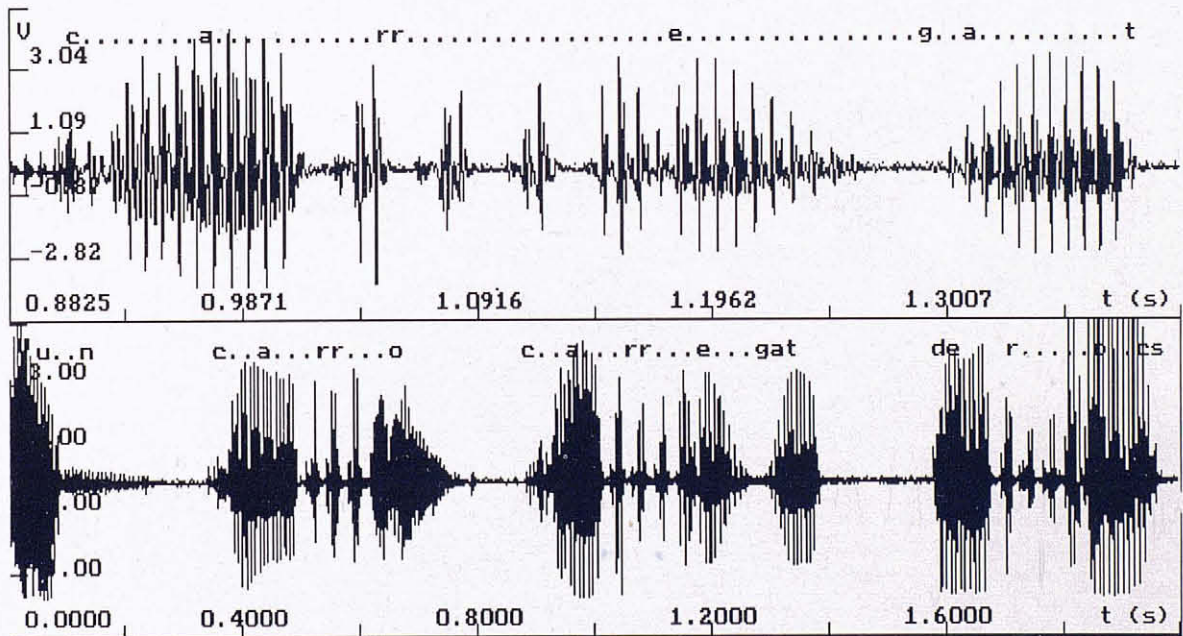


Figura 20: Representació $I(t)$ de la paraula "carregat"

Mesura del ritme respiratori

La mesura del ritme respiratori es pot realitzar amb un petit sensor de temperatura col·locat just davant del nas, tal com es mostra a la figura 21. És fonamental que el sensor tingui una capacitat calorífica realment petita a fi que la seva resposta sigui ràpida. La regularitat del ritme respiratori es detecta amb l'anàlisi de Fourier. Amb el mateix sistema es pot comprovar l'escalfament i refredament en les compressions i expansions adiabàtiques d'un gas.

Agraïments

La realització del mòdul EXAO1, tant pel que fa als aspectes de tipus hardware com al software, ha estat possible gràcies a la llicència d'estudis que el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, va concedir a l'autor al llarg del curs 1990-91. Així mateix, el Programa d'Informàtica Educativa (PIE) ha cedit materials que han facilitat considerablement la feina. L'autor vol agrair i deixar constància d'aquest suport.

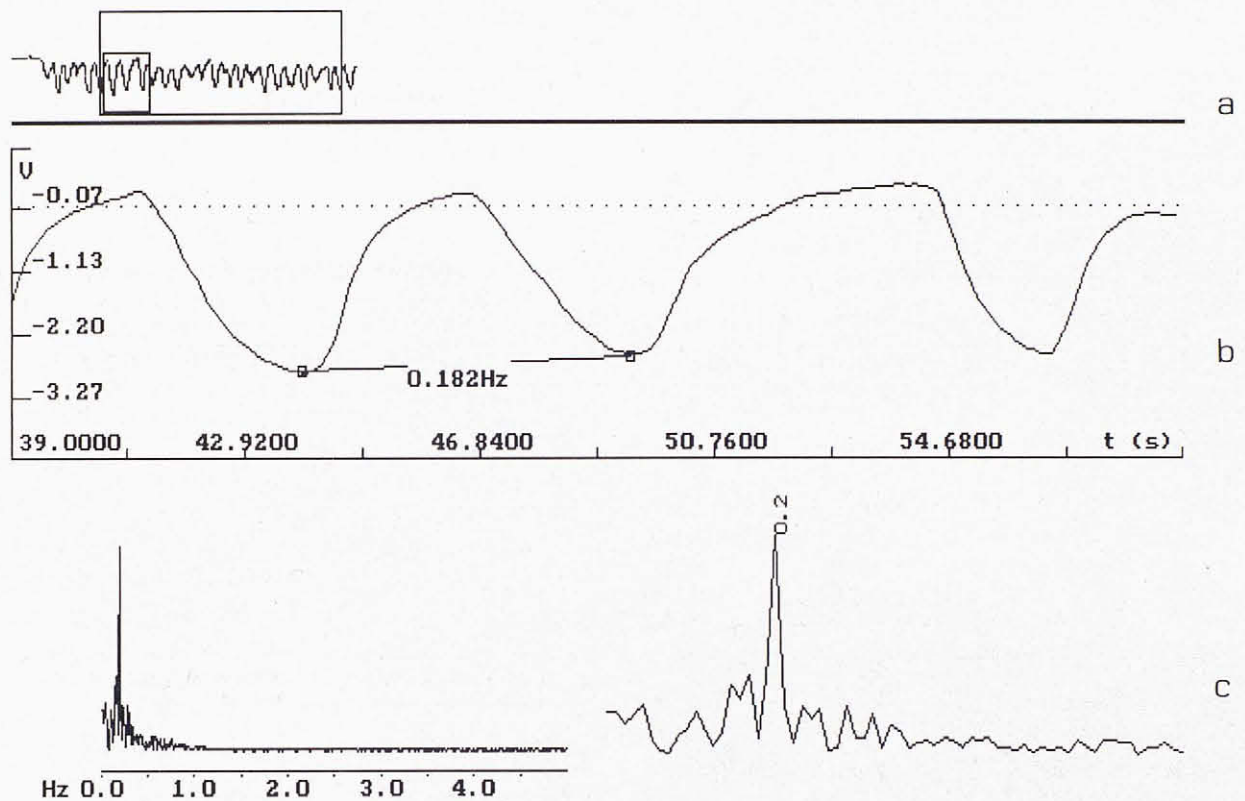


Figura 21: Mesura del ritme respiratori. (a) Valors captats per un sensor de temperatura, (b) 'zoom' i (c) anàlisi de Fourier