

Propagació de la llum en medis tèrbols

Jaime Gómez Rivas*

Introducció

La llum es propaga en línia recta amb intensitat constant fins que troba un obstacle. Quan això succeeix poden ocórrer dues situacions: la llum és absorbida (la intensitat deixa de ser constant) o és dispersada (la direcció de propagació canvia). Quan la llum troba més d'un obstacle en la seva propagació a través d'un medi, en aquest medi es produeix dispersió múltiple de la llum. Si el medi perd la transparència a causa de la dispersió múltiple, diem que el medi és tèrbol.

Tinc la intenció d'introduir en aquest article alguns conceptes bàsics de la dispersió múltiple de la llum i de la propagació de la llum en medis tèrbols. He intentat mantenir un nivell elemental perquè la lectura sigui amena. S'ha posat un interès especial en els conceptes bàsics de *retrodispersió coherent* i de *localització d'Anderson*. La localització d'Anderson per a la llum ha estat observada només recentment, fet que ha obert el camp a nous estudis.

La dispersió múltiple de la llum és un fenomen que trobem freqüentment en la nostra vida quotidiana. La llum que ens arriba del Sol un dia nuvolós és afectada per la dispersió múltiple quan travessa els núvols. La llet, la neu, la sorra d'una platja i el teixit humà són també medis tèrbols. En general, quan en un objecte la dispersió és eficient per a tots els colors o longituds d'ona en la part visible l'objecte és blanc; mentre que si l'absorció és eficient per a tots els colors, l'objecte és negre.

Durant anys, els experiments en medis tèrbols van ser eludits. Les complicacions introduïdes per la dispersió múltiple van aconsellar als investigadors estudiar sistemes més senzills. No és gens estrany que fossin els astrofísics els que fessin els primers passos en l'estudi de la dispersió múltiple de la llum. Els astrofísics no poden permetre's variar les condicions dels seus "experiments". S'han de limitar a observar la llum que arriba als telescopis. La llum produïda a les estrelles és dispersada en el nucli i en l'atmosfera estel·lar. Per comprendre les línies d'emissió i absorció d'una atmosfera estel·lar cal incloure els efectes de la dispersió múltiple. També la llum que ens arriba d'estrelles o galàxies llunyanes ha

travessat núvols de pols interestel·lar on es produeix la dispersió múltiple.

A causa de les diverses similituds que hi ha entre el transport d'electrons en materials no cristallins o amb grans concentracions d'impureses i el de la llum en medis tèrbols, s'ha revifat l'interès per l'estudi de la propagació de la llum en aquests medis.

En la secció següent s'introdueix breument la dispersió simple. Les altres seccions estan dedicades a la dispersió múltiple i a la propagació de la llum en medis tèrbols. En la secció sobre dispersió múltiple es justifica l'ús de l'equació de difusió en la descripció de la propagació de la llum, i, per tant, es menysprea la interferència d'ones. En les darreres seccions es plantegen dues situacions en què la interferència ha de ser inclosa: la retrodispersió coherent i la localització d'Anderson.

Dispersió simple

L'estudi de la dispersió múltiple de la llum exigeix un coneixement previ de la dispersió simple. La dispersió per un sol obstacle o dispersió simple és per si mateixa un problema complicat que molt sovint no es pot resoldre. El camp electromagnètic incident, o llum, polaritza l'obstacle. Aquesta polarització genera un nou camp electromagnètic en l'obstacle, i al voltant de l'obstacle, que influeix a la seva polarització, etc. El camp electromagnètic resultant o la llum dispersada per l'obstacle és, per tant, el resultat d'un complex procés recursiu. No obstant això, per a obstacles que són molt més grans o molt més petits que la longitud d'ona de la llum, λ , el resultat és relativament senzill. Podem dividir el problema de la dispersió simple en tres règims diferents: si la llum troba en la seva propagació un obstacle de dimensions molt més grans que λ , tenim allò que es coneix com el límit de l'òptica geomètrica; si l'obstacle és molt més petit que λ , ens trobem en el límit de Rayleigh; i en el cas intermedi, tenim el règim de dispersió de Mie.

En el límit de l'òptica geomètrica la dispersió és descrita per les lleis de Snel per a la reflexió i la refracció, i pels coeficients de Fresnel per a les amplituds de l'ona dispersada.

Si un feix de llum incideix sobre un obstacle, la quantitat de llum remoguda del feix a causa de la dispersió ve donada per la quantitat de llum que incideix sobre una àrea igual a la secció eficaç de dispersió de l'obstacle, σ . En el límit de l'òptica geomètrica, la secció eficaç de dispersió és igual a $2S$, on S és la secció geomètrica

*Jaime Gómez Rivas (Madrid, 1971) és llicenciat en Física per la Universidad Complutense de Madrid (1994) i actualment és becar del programa Madame Curie de la Unió Europea al Departament de Spectroscopie van der Verdichte Materie de la Universiteit van Amsterdam.

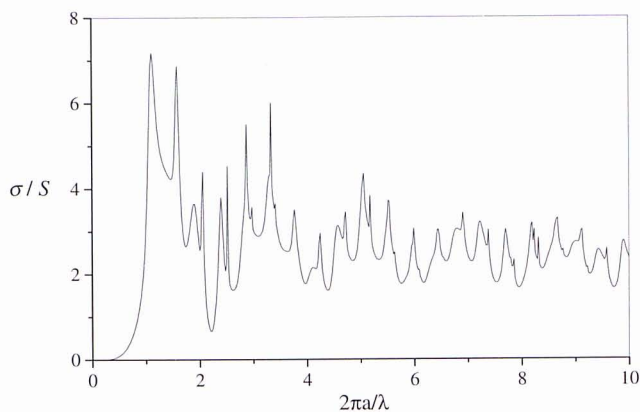


Figura 1: Factor d'eficiència de dispersió d'una esfera amb índex de refracció $n = 2,7$ i de radi a en funció de $2\pi a/\lambda$, on λ és la longitud d'ona de la llum incident en l'esfera

de l'obstacle o la seva àrea projectada en el pla perpendicular a la direcció de propagació del feix incident. A primera vista sembla erroni que en un objecte de grans dimensions respecte a λ , σ no sigui igual a S . L'origen d'aquesta discrepància es troba en les vores de la secció geomètrica, on l'aproximació de l'òptica geomètrica no és vàlida. Així doncs, tenim, a més de la llum interceptada per S , una contribució extra a la dispersió que prové de les vores de S . El factor d'eficiència de dispersió, Q , és definit com el quocient entre la secció eficaç de dispersió i la secció geomètrica de l'obstacle, $Q = \sigma/S$.

En el límit de Rayleigh només el dipol induït per la llum incident sobre l'obstacle (o en aquest cas més aviat la partícula) contribueix a la dispersió. En aquest límit la secció eficaç de dispersió és proporcional a $1/\lambda^4$. Aquesta intensa dependència de σ en relació amb la longitud d'ona és la responsable del color del cel en una posta de sol: σ és major per a longituds d'ona curtes. És a dir, la dispersió és més eficient per al blau que per al vermell. Si mirem en la direcció del sol, el cel apareix vermellós perquè la llum que ens arriba no ha estat dispersada en la seva propagació a través de l'atmosfera terrestre. En altres direccions veiem la llum dispersada, i, com que la dispersió és més eficient per al blau, el cel adquireix un aspecte blavós.

En el règim de dispersió de Mie el problema de la dispersió és bastant més complicat. Només existeix una solució exacta per a obstacles amb geometria esfèrica. Va ser Mie qui, el 1908, va presentar la solució al problema de la dispersió per aquests obstacles, que des de llavors són coneguts com a *dispersors de Mie*. Un dispersor de Mie pot ser descrit com un conjunt d'elements de volum, dV , de dimensions molt més petites que λ . La dispersió és, per tant, el resultat d'un conjunt de dispersors de Rayleigh que actuen simultàniament. A causa

de consideracions purament geomètriques, s'ha de tenir en compte la interferència d'ones dispersades en diferents dV . En la figura 1 apareix representat el factor d'eficiència de dispersió d'una esfera amb índex de refracció, n , igual a $2,7$ en funció de $2\pi a/\lambda$, en què a és el radi de l'esfera. La solució de Mie és una complicada suma de funcions de Bessel i potencials de Hertz. Aquest comportament tan complex pot apreciar-se en el gran nombre de ressonàncies que presenta Q .

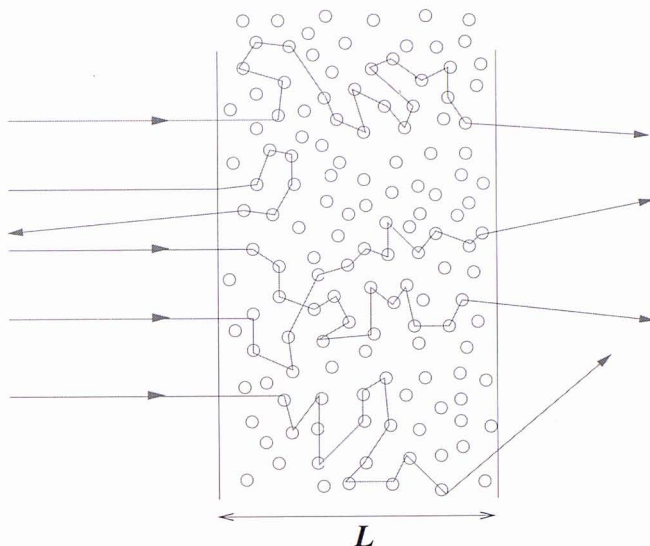


Figura 2: Algunes de les possibles trajectòries que segueix la llum quan es propaga en un medi tèrbol

Dispersió múltiple i difusió de la llum

Un concepte fonamental en la descripció de la dispersió múltiple de la llum és el recorregut lliure mitjà, l . El recorregut lliure mitjà és la longitud característica que descriu el procés de dispersió i és definit com la distància mitjana que recorre la llum entre dues dispersions consecutives. En un medi tèrbol, el recorregut lliure mitjà pot ser expressat, en una primera aproximació, en termes de la secció eficaç de dispersió:

$$l \simeq \frac{1}{\rho\sigma} \quad (1)$$

on ρ és la densitat d'obstacles o dispersors en el medi. Quan la llum es propaga en semblant mitjà, seguint trajectòries aleatòries, es diu que la llum realitza un passeg aleatori amb passos de longitud l si la dispersió és isòtropa. Que la dispersió sigui isòtropa significa que la llum perd la informació sobre la seva direcció de procedència després de cada dispersió. Si il·luminem amb una ona plana (per exemple, amb un làser) una mostra

¹L'índex de refracció en la part visible de TiO_2 és 2.7. TiO_2 és un material dielèctric que, a causa del seu elevat índex de refracció, ha estat molt utilitzat en experiments de dispersió múltiple de la llum.

que conté petites partícules (per exemple, de TiO_2), la llum es propaga seguint diferents trajectòries, tal com es mostra en la figura 2. Quan estudiem la propagació d'una ona entre dos punts (figura 3), s'han de tenir en compte totes les possibles trajectòries. Per simplificar, en la figura 3 només es mostren dues d'aquestes trajectòries. Si anomenem a_I i a_{II} les amplituds complexes de l'ona al llarg de les trajectòries I i II respectivament, la probabilitat, P , que té l'ona d'arribar a B des de A (o la intensitat de l'ona en B havent estat emesa des de A) ve donada pel quadrat de la suma de les amplituds:

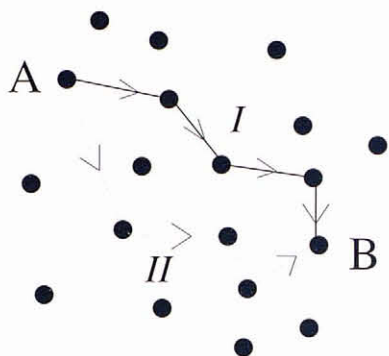


Figura 3: Dues de les possibles trajectòries que pot prendre la llum en la seva propagació en un medi tèrbol des de A fins a B

$$P = (a_I + a_{II})^2 = a_I^2 + a_{II}^2 + 2a_I a_{II} \quad (2)$$

on a_I^2 i a_{II}^2 constitueixen termes incoherents, mentre que $2a_I a_{II}$ és el terme d'interferència de les ones que s'han propagat seguint trajectòries diferents. En considerar totes les trajectòries possibles, els termes d'interferència tindran diferents magnituds i signes. Per tant, es cancel·laran entre ells i podrem descriure la propagació de la llum mitjana sense considerar la interferència. Aquest resultat té conseqüències importants, ja que, en obviar la interferència, el transport de llum pot ser descrit, amb bastant de precisió, mitjançant l'equació de difusió amb el coeficient de difusió:

$$D = \frac{1}{3}vl, \quad (3)$$

on v és la velocitat de propagació de la llum en el medi i l ha estat definida com el recorregut lliure mitjà. L'ús de l'equació de difusió simplifica enormement la descripció del transport en medis tèrbols. Podem dir que la llum es propaga com les boles en un *pinball*. La intensitat transmesa a través d'un medi tèrbol de grossària L i en què les seves altres dues dimensions són molt més grans que L , que és il·luminat per una ona plana en una de les seves cares, pot ser obtinguda solucionant l'equació de difusió per a aquesta geometria específica. Aquesta intensitat ve donada per:

$$I \simeq I_0 \frac{l}{L}, \quad (4)$$

on I_0 és la intensitat de l'ona incident. Per tant, en un

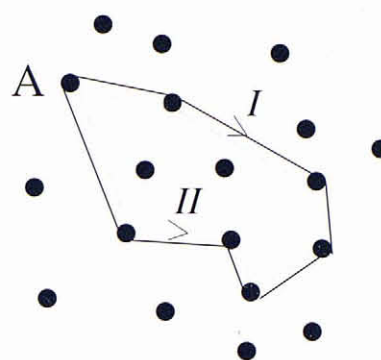


Figura 4: Trajectòria tancada (de A a A) que pot seguir la llum en un medi tèrbol. Aquesta trajectòria pot ser recorreguda en sentits oposats

medi nuvolós, com més gran és la grossària dels núvols o com més densos són (menor és l), menys intensa és la llum que ens arriba.

Retrodispersió coherent

En la secció anterior s'ha dit que el terme d'interferència de la llum que es propaga entre dos punts d'un medi tèrbol és zero si considerem totes les possibles trajectòries entre aquests punts. Tot i així, això no és completament correcte. Existeix un tipus d'interferència que sempre sobreviu al desordre. Aquesta interferència s'esdevé en la direcció de retrodispersió. Les ones que viatgen al llarg d'una trajectòria en sentits oposats estan sempre en fase i, per tant, interfereixen constructivament. Per entendre-ho millor, podem considerar la probabilitat que té una ona de tornar al punt de partida després de propagar-se al llarg d'una trajectòria en un medi tèrbol. Tal com apareix il·lustrat en la figura 4, aquesta trajectòria pot ser recorreguda en sentits oposats, de manera que la longitud d'ambdós camins seria igual i, per tant, la diferència de fase, $\Delta\phi$, igual a 0. Per tant, si il·luminem amb una ona plana un medi tèrbol i observem la intensitat de la llum difosa i reflectida, aquesta presentarà un màxim en la direcció de retrodispersió. Si la direcció d'observació no és exactament igual a la direcció en què incideix l'ona, es genera una diferència de fase entre les ones que es propaguen en sentits oposats. La diferència de fase s'incrementa amb l'angle que formen ambdues direccions. Això apareix il·lustrat en la figura 5 on, per simplificar, es representa la trajectòria d'una ona que és dispersada només tres vegades. La diferència de fase entre els dos camins representats en la figura 5 és expressada per:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}r[\sin\alpha - \sin(\alpha - \theta)] = \frac{4\pi}{\lambda}r \cos(\alpha - \theta/2) \sin(\theta/2). \quad (5)$$

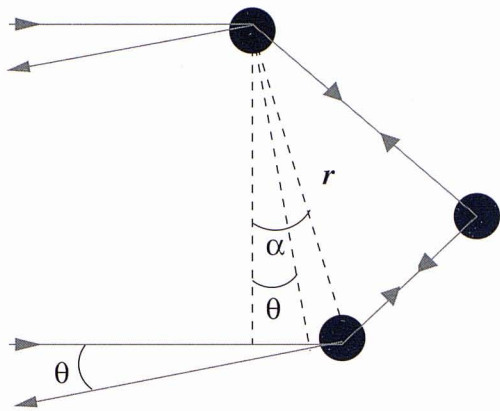


Figura 5: Trajectòries recorregudes en sentits oposats per la llum en un medi tèrbol. En la direcció de retrodispersió ($\theta = 0$), la longitud d'ambdues trajectòries és la mateixa i la diferència de fase és 0

Clarament, en la direcció de retrodispersió, ($\theta = 0$), $\Delta\phi = 0$ i la interferència és constructiva. En incrementar θ la interferència en una trajectòria oscil·larà entre interferència constructiva i destructiva, tal com apareix il·lustrat en la figura 6, on la intensitat deguda a tres possibles trajectòries es representa en funció de θ . En la direcció de retrodispersió totes les trajectòries contribueixen constructivament a la interferència. Aquest fenomen s'anomena *retrodispersió coherent* i l'increment de la intensitat al voltant de $\theta = 0$ s'anomena *con de retrodispersió*, el qual apareix representat en la figura 7. El con de retrodispersió va ser observat per primer cop el 1985. Tal com s'il·lustra en la figura 8, en aquest experiment la llum d'un làser era enviada a través d'un separador de feixos i incidia en una mostra composta per petites partícules que actuaven de dispersors. La llum dispersada per la mostra en la direcció de retrodispersió era reflectida pel separador de feixos i incidia en el detector. El detector era mogut al voltant de la posició de retrodispersió i enregistrava el canvi en la intensitat.

Després d'aquest primer experiment va sorgir un gran interès en el camp de la dispersió múltiple de la llum. La retrodispersió coherent va ser identificada com la precursora de la localització d'Anderson de la llum i va ser denominada *localització dèbil*. Es pot extreure una informació important sobre el medi tèrbol de l'anàlisi de la forma del con de retrodispersió, com pot ser l i l'absorció del medi.

Localització d'Anderson

El 1958 P. W. Anderson va proposar que el desordre en certs sòlids cristallins era el responsable de la transició de conductor a aïllant que experimentaven aquests sòlids a baixes temperatures. Però no va ser fins a mitjan anys vuitanta quan aquest fenomen es va associar amb la interferència d'ones i, per tant, es va

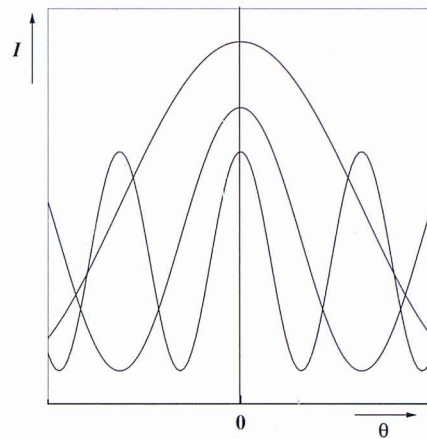


Figura 6: Intensitat en funció de l'angle que forma la direcció del feix incident amb la direcció d'observació per a tres trajectòries en un medi tèrbol. La intensitat oscil·la en funció de la diferència de fase de les ones que es propaguen en sentits oposats

predir que també havia d'existir l'anàleg a la localització d'Anderson per a la llum.

Al final de 1997 es va publicar (vegeu referències bibliogràfiques) el primer article en què es presenten mesures de la localització d'Anderson per a la llum. Més endavant veurem els motius pels quals ha transcorregut tant de temps des que la localització d'Anderson va ser observada per a electrons fins que ha estat aplicada a la llum. Però primer vegem en què consisteix la localització d'Anderson.

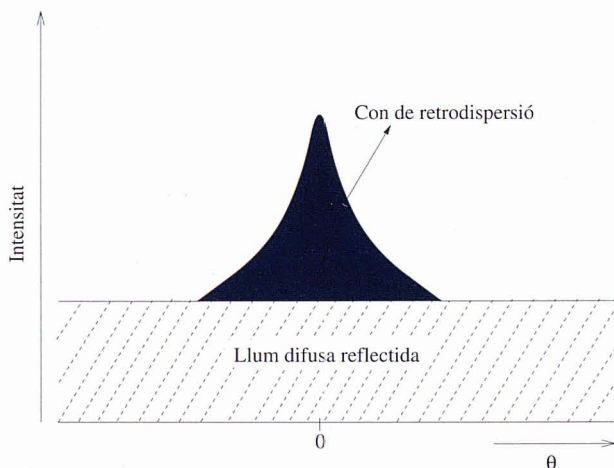


Figura 7: Intensitat de la llum dispersada per un medi tèrbol en funció de l'angle que forma la direcció del feix incident amb la direcció d'observació. Per a angles al voltant de 0, la intensitat és superior al fons de llum difusa (con de retrodispersió)

Localització pot ser fàcilment entesa en termes de la retrodispersió coherent. Suposem un medi tèrbol en què

la densitat d'obstacles és petita. L'àrea ocupada per la secció eficaç de dispersió dels obstacles és molt més petita que l'àrea no ocupada per aquesta. En aquest cas la probabilitat que la llum retorni al punt de partida o que descriuï una trajectòria tancada com la de la figura 4, tot i que com hem vist és superior a la probabilitat que no torni, és molt petita. Si incrementem la densitat d'obstacles ρ , de manera equivalent, reduïm el recorregut lliure mitjà (equació 1), la probabilitat de retorn s'incrementarà. Eventualment podrem crear un medi en què aquesta probabilitat domini i la llum descriuï trajectòries tancades sense poder propagar-se més enllà de distàncies superiors a la denominada *distància de coherència*, ξ . La llum estarà, per tant, localitzada espacialment en un volum igual a ξ^3 . La localització pot ser interpretada com l'absència de difusió de llum en presència de desordre: $D \rightarrow 0$ si l'ona està localitzada. Quant cal reduir l per induir la localització d'Anderson? La resposta la dona el criteri de localització de Ioffe-Regel que diu que si

$$kl \leq 1, \tag{6}$$

on $k = 2\pi/\lambda$ és el vector d'ones, l'ona està localitzada. El criteri de Ioffe-Regel ve a dir que, si l'ona dispersada no pot fer una oscil·lació completa abans de tornar a ser dispersada, està localitzada.

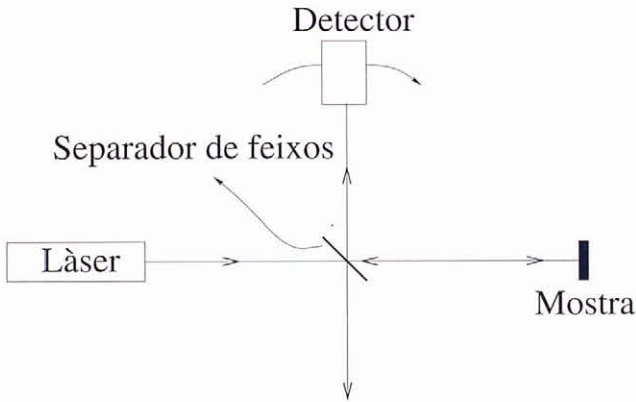


Figura 8: Representació esquemàtica de l'experiment usat per mesurar el con de retrodispersió d'un medi tèrbol

Per entendre millor les diferències entre la localització d'Anderson per a electrons i per a la llum convé comparar l'equació d'ones electromagnètiques. En un sòlid desordenat, l'equació de Schrödinger per a un electró de massa efectiva m^* , on m^* és l'equivalent quàntic a la massa de l'electró que es propaga en el sòlid, és expressada per:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x).$$

$V(x)$ és el potencial que varia espacialment d'una manera aleatòria. És, per tant, el terme que considera el

desordre en el sòlid. Electrons amb energies, E , suficientment negatives quedaran atrapats en regions on el potencial és profund tal com es representa en la figura 9. En aquest cas, la probabilitat que l'electró es pugui propagar estarà determinada per la probabilitat que té de creuar les barreres de potencial per l'efecte túnel. Aquesta probabilitat decreix exponencialment amb la distància, amb la qual cosa a baixes temperatures els electrons estan espacialment localitzats i la conductivitat s'esvaeix.

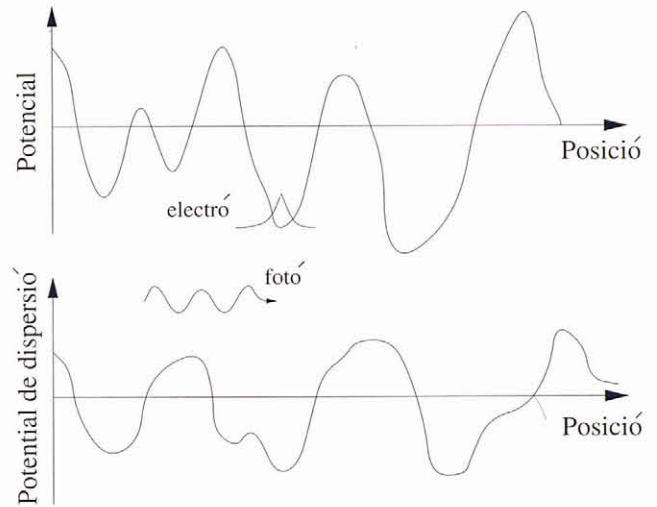


Figura 9: Part superior: electró en un sòlid desordenat. Part inferior: foto en un medi tèrbol

En el cas d'una ona electromagnètica monocromàtica de freqüència ω que es propaga en un medi tèrbol i en absència d'absorció, l'equació d'ones per al camp elèctric, E , pot ser escrita de manera molt similar a l'equació de Schrödinger:

$$-\nabla^2 E + \nabla(\nabla \cdot E) - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(x) E = \epsilon_0 \frac{\omega^2}{c^2} E$$

on c és la velocitat de la llum, ϵ_0 és la constant dielèctrica efectiva del medi o la constant dielèctrica del medi considerant-lo homogeni i $\epsilon(x)$ és la variació espacial de la constant dielèctrica deguda a la presència de dispersors (la constant dielèctrica no és igual en un dispersor que en el medi que el rodeja). L'anàleg a $V(x)$ en l'equació d'ones és $\epsilon(x)\omega^2/c^2$. És important ressaltar dos aspectes quan es comparen l'equació de Schrödinger i l'equació d'ones. El primer és que el terme $\epsilon\omega^2/c^2$, que és l'anàleg al valor propi de l'energia dels electrons, és sempre positiu. Això implica que no és possible tenir estats lligats per a la llum com apareix il·lustrat en la figura 9. L'altre aspecte important és que el terme associat amb el desordre, $\epsilon(x)\omega^2/c^2$, depèn de la freqüència (o equivalentment de λ). Aquest aspecte ha estat introduït en la secció de la dispersió simple, on s'ha vist

la dependència de la secció eficaç de dispersió d'un obstacle amb la longitud d'ona. Per tant, contràriament als sistemes electrònics on una reducció de l'energia dels electrons produeix un increment de la localització, en el cas de la reducció de l'energia (o augment de la longitud d'ona) provoca una reducció de la secció eficaç de dispersió i, per tant, un increment de l (recordeu el límit de Rayleigh). El valor kl s'allunyarà del desitjat criteri de Ioffe-Regel. Ara s'entén per què és tan difícil crear un medi on tingui lloc la localització d'Anderson per a la llum. Si en un medi es pot donar la localització d'Anderson per a la llum, tindrà lloc només per a determinades λ . Concretament, la localització podrà establir-se en el règim de dispersió de Mie, és a dir, per als valors de λ en què la secció eficaç de dispersió és màxima.

L'equació 4 representa la intensitat de la llum transmesa que s'ha propagat difusament en el medi tèrbol. Si la llum està localitzada no pot propagar-se, amb la qual cosa la intensitat transmesa decreix exponencialment amb la distància. Un medi en què tingui lloc la localització d'Anderson es comportarà, per tant, com un reflector perfecte.

Bibliografia

- BORN, M. i WOLF, E., *Principles of optics*, Pergamon Press, 6a edició (1980).
GENACK, A. Z., Optical Transmission in disordered media, *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2043 (1987).
VAN ALBADA, M. P., VAN DER MARK, M. B. i LAGENDIJK, A., Experiments on weak localization of light and their interpretation, SHENG, P. (ed.), *Scattering and localization of classical waves in random media*, World Scientific (1990).
JOHN, S., Localization of Light, *Physics Today*, (maig 1991).
WIERSMA, D. S., BARTOLINI, P., LAGENDIJK, A. i RIGHINI, R., Localization of light in a disordered medium, *Nature*, (desembre 1997).

Conclusions

En aquest article s'han presentat alguns conceptes de la propagació de llum en medis tèrbols. Aquesta propagació pot ser, en general, bastant ben descrita mitjançant l'equació de difusió, la qual menysprea la interferència d'ones que es propaguen al llarg de trajectòries diferents. Això no obstant, en la direcció de retrodispersió la interferència no és nul·la i això origina el con de retrodispersió. Quan el desordre s'incrementa, cosa que redueix el recorregut lliure mitjà de la llum, pot induir-se la localització d'Anderson. El fet que la llum estigui localitzada significa que recorre trajectòries tancades i interfereix constructivament en les ones que recorren aquestes trajectòries en sentits oposats. Localització implica l'absència de difusió de la llum.

Agraïments

Em complauria agrair al professor F. Ritort el fet d'haver-me animat a escriure aquest article, i a la Comissió Europea el finançament dels meus estudis de doctorat amb la beca núm. ERBFMBICT971921.