

Reducció dels camps magnètics de les línies elèctriques mitjançant el trenat dels conductors

Jordi-Roger Riba Ruiz*

Introducció

En aquest treball s'estudia la reducció del camp magnètic generat per una línia elèctrica trifàsica equilibrada simplement trenant-ne els tres conductors actius.

El trenat dels conductors també s'utilitza molt en comunicacions telefòniques així com en xarxes informàtiques ja que permet minimitzar el camp magnètic que generen els cables i, per tant, les interferències electromagnètiques entre ells. De fet, l'eficiència d'aquest mètode es basa en dos fenòmens. El primer és que el trenat permet que una línia sigui molt més immune a les interferències electromagnètiques generades per altres línies ja que l'acoblament entre els dos cables és més gran i, per tant, les interferències afecten els dos cables de la mateixa manera. El segon fenomen és que el camp magnètic generat per la línia es redueix notablement quan aquesta es trenca.



Figura 1: Conductor trenat de dos fils

Per tant, el trenat dels cables que transporten intensitats de corrent elevades permet reduir el camp magnètic generat per aquests cables. Aquesta tècnica també és aplicable al cablejat de tota instal·lació de baixa tensió, ja sigui domèstica o industrial.

En el cas de cables unipolars trenats, la reactància de cada fase és molt constant. D'aquesta manera s'igualen les impedàncies dels tres conductors i, per tant, la caiguda de tensió en cada cable és la mateixa.

Els cables trenats utilitzats en les línies elèctriques de mitjana i baixa tensió estan constituïts per tres cables unipolars aïllats individualment sense funda exterior comuna, cablejats sobre un nucli central format per un cable portador d'acer de 50 mm² de secció, protegida generalment amb una capa de clorur de polivinil.

*Jordi-Roger Riba Ruiz (Igualada, 1966) és doctor en Ciències Físiques per la UB i és professor de l'EUNETI d'Igualada (UPC) i de l'ETSEI de Terrassa (jordi@uetii.upc.edu).

A més de la reducció del camp magnètic, els cables trenats presenten altres avantatges com per exemple:

- El fet d'acoblar els tres conductors al voltant d'un cable fiador.
- L'escalfament mutu entre fases és notablement més feble que en un cable trifàsic.
- La facilitat de fabricació, muntatge i reparació, ja que les avaries quasi sempre són en una sola fase.
- En l'alimentació de petits nuclis rurals on les línies nues presenten perill i la canalització subterrània és molt cara, s'empra aquest tipus de cable.
- L'absència de suports facilita la circulació sobre les voreres i els carrers.

El trenat dels cables manté molt constants i iguala les propietats elèctriques dels cables trenats al llarg de la longitud de la línia. Aquesta afirmació es pot entendre fàcilment a partir de la figura 2.



Figura 2: Línia triangular i línia plana

En el cas de la línia triangular cada un dels cables es troba igualment distanciat dels altres dos. Per tant, la inductància de cada un dels tres cables de la línia serà idèntica i, com que també ho és la seva resistència (se suposen cables de seccions i longituds idèntiques), els tres cables de la línia tindran impedàncies idèntiques. Com que suposem un règim equilibrat de corrents, les caigudes de tensió a cada un dels cables serà la mateixa. Això no serà així en el cas de la línia plana ja que els dos conductors extrems no presentaran la mateixa inductància que el conductor central. Això provocarà que els conductors extrems i el central tinguin caigudes de tensió diferents. Aquest fet presenta problemes en les instal·lacions elèctriques ja que genera desequilibris en el sistema de tensions, cosa que es pot solucionar o bé transposant els conductors o bé trenant-los, ja que d'aquesta manera tots els conductors ocupen les mateixes posicions relatives en tot el recorregut de la línia.

Camp magnètic generat per un conductor molt llarg

La figura 3 mostra un conductor rectilini molt llarg pel qual circula un corrent d'intensitat I , que genera un camp magnètic B en l'espai que l'envolta.

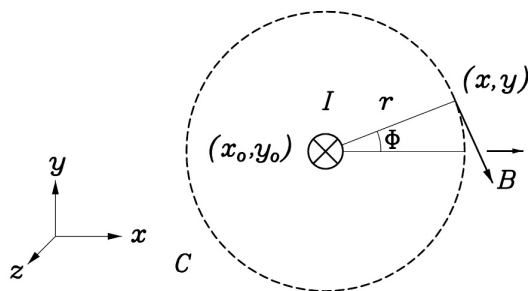


Figura 3: Camp magnètic generat per un conductor rectilini molt llarg

En problemes amb un grau elevat de simetria es pot determinar el camp magnètic aplicant la llei d'Ampère i resolent la integral de línia donada per l'expressió següent:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (1)$$

on C és una corba tancada, que concatena el corrent I . Tenint en compte que per a un corrent rectilini i indefinit, les línies de flux del camp magnètic són circumferències concèntriques amb el fil, aplicant (1) s'obté el camp de Biot i Savart:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (2)$$

Per tant, el camp magnètic generat per un conductor rectilini en coordenades cilíndriques és:

$$B_r = 0, \quad B_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad B_z = 0, \quad (3)$$

on $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ i $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ és la permeabilitat magnètica de l'espai buit.

A partir de la figura 3 també es pot deduir que l'expressió en coordenades cartesianes del camp magnètic ve donada per l'expressió següent:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I^\alpha}{2\pi} \left(\frac{(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \frac{-(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, 0 \right) \quad (4)$$

on α és l'angle de fase del corrent. Cal tenir present que I i B són variables físiques alternes sinusoidals i és convenient d'expressar-ne les magnituds en valor eficaç.

Per determinar el camp magnètic generat per més d'un conductor rectilini en un punt de l'espai només cal aplicar el principi de superposició, és a dir, calcular el camp magnètic que genera cada conductor i sumar.

Camp magnètic generat per un conductor trenat

La figura 4 mostra un conductor trenat al voltant d'un cilindre de radi a , on el pas de l'hèlix és p .

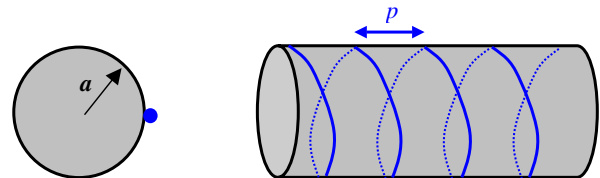


Figura 4: Conductor trenat

El camp magnètic que genera un conductor únic trenat ve donat en coordenades cilíndriques per les expressions següents (Petterson i Schönborg 1997):

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{\mu_0 I a}{\pi r^2} \gamma^2 \\ &\times \left[\sum_{n=1}^{\infty} n I'_n(n\eta) K'_n(n\gamma) \sin[n(\phi - \phi_0 - kz)] \right] \\ B_\phi &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I a}{\pi r^2} \gamma \\ &\times \left[\sum_{n=1}^{\infty} n I'_n(n\eta) K_n(n\gamma) \cos[n(\phi - \phi_0 - kz)] \right] \\ B_z &= -\frac{\mu_0 I a}{\pi r^2} \gamma^2 \\ &\times \left[\sum_{n=1}^{\infty} n I'_n(n\eta) K_n(n\gamma) \cos[n(\phi - \phi_0 - kz)] \right] \end{aligned} \quad (5)$$

on $k = 2\pi/p$, $\eta = 2\pi a/p$ i $\gamma = 2\pi r/p$. Les funcions $I_n(z)$ i $K_n(z)$ de les equacions (5) són, respectivament, les funcions de Bessel modificades de primera i segona espècie, mentre que $I'_n(z)$ i $K'_n(z)$ són les seves derivades.

De les equacions anteriors es reflecteix el caràcter helicoidal del camp magnètic generat per un conductor trenat ja que les tres components esdevenen constants en els punts que compleixen $\phi - kz = \text{constant}$.

Les equacions (5) també mostren que el camp magnètic generat per un conductor trenat únic mai pot ser inferior que el que generaria el mateix conductor en forma rectilínia. Es pot veure que B_ϕ com a mínim val $\mu_0 I / (2\pi r)$, que és el valor eficaç del camp magnètic generat per un conductor rectilini.

Recordem que l'equació d'una hèlix en forma polar és: $\rho = a$, $\phi = (2\pi/p)z$, i per les funcions de Bessel es compleix:

$$\begin{aligned} I'_n(z) &= \frac{1}{2} [I_{n-1}(z) + I_{n+1}(z)] \\ K'_n(z) &= \frac{1}{2} [K_{n-1}(z) + K_{n+1}(z)], \end{aligned} \quad (6)$$

sent

$$\begin{aligned} I_n(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{n+2k}}{k! \Gamma(n+k+1)} \\ I_{-n}(x) &= I_n(x) \text{ si } n = 0, 1, 2, \dots \\ K_n(x) &= \frac{\pi [I_{-n}(x) - I_n(x)]}{2 \sin(n\pi)} \text{ si } n \neq 0, 1, 2, \dots \\ K_{-n}(x) &= K_n(x) \text{ si } n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

La funció *gamma* ve donada per $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt$ per $n > 0$. Per a n enter es té $\Gamma(n+1) = n!$.

Si es vol donar el resultat en coordenades cartesianes cal aplicar:

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_r \\ B_\phi \\ B_z \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Camp magnètic generat per dos conductors trenats

Aplicant el principi de superposició a les fórmules (6) i suposant dos conductors situats diametralment en el perímetre exterior d'un cilindre de radi a —per un circula una intensitat I amb $\phi_0 = 0^\circ$ i per l'altre, una intensitat $-I$ amb $\phi_0 = 180^\circ$ —, els termes parells s'anul·len i resulta:

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{2\mu_0 I a}{\pi r^2} \gamma^2 \\ &\times \left[\sum_n n I'_n(n\eta) K'_n(n\gamma) \sin[n(\phi - kz)] \right] \\ B_\phi &= \frac{2\mu_0 I a}{\pi r^2} \gamma \\ &\times \left[\sum_n n I'_n(n\eta) K_n(n\gamma) \cos[n(\phi - kz)] \right] \\ B_z &= -\frac{2\mu_0 I a}{\pi r^2} \gamma^2 \\ &\times \left[\sum_n n I'_n(n\eta) K_n(n\gamma) \cos[n(\phi - kz)] \right] \\ &\text{amb } n = 1, 3, 5, 7, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Camp magnètic generat per tres conductors trenats

En línies trifàsiques de distribució de mitjana i baixa tensió s'utilitzen sovint cables unipolars trenats. Aquest

procediment permet reduir el camp magnètic que generen i així disminuir les possibles interferències que poden ocasionar sobre línies de telefonia i de comunicacions veïnes.

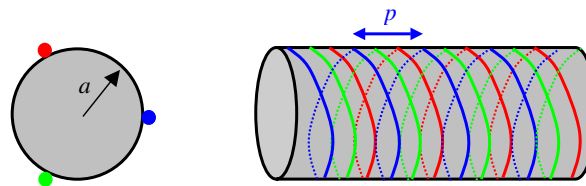


Figura 5: Tres conductors trenats

Per determinar el conjunt d'equacions que cal utilitzar en aquest cas, cal aplicar el principi de superposició a les fórmules (6). En aquest cas tenim tres conductors girats 120° i desfasats també 120° , de manera que tindrem $\phi_{0,i} = 2\pi(i-1)/3$ per $i = 1, 2, 3$.

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{3\mu_0 I a}{2\pi r^2} \gamma^2 \left[\sum_{m,n} mn I'_m(m\eta) I'_n(n\eta) \right. \\ &\times \left. K'_m(m\gamma) K'_n(n\gamma) \cos[(\mp m \pm n) \Phi] \right]^{\frac{1}{2}} \\ B_\phi &= \frac{3\mu_0 I a}{2\pi r^2} \gamma \left[\sum_{m,n} mn I'_m(m\eta) I'_n(n\eta) \right. \\ &\times \left. K_m(m\gamma) K_n(n\gamma) \cos[(\mp m \pm n) \Phi] \right]^{\frac{1}{2}} \\ B_z &= \frac{3\mu_0 I a}{2\pi r^2} \gamma^2 \left[\sum_{m,n} mn I'_m(m\eta) I'_n(n\eta) \right. \\ &\times \left. K_m(m\gamma) K_n(n\gamma) \cos[(\mp m \pm n) \Phi] \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\text{amb } \Phi = \phi - kz. \end{aligned} \quad (9)$$

En les expressions (9), el cas $(-m+n)$ és vàlid per $m, n = 2, 5, 8, 11, \dots$ mentre que el cas $(m-n)$ ho és per $m, n = 1, 4, 7, 10, \dots$. Els termes amb $m, n = 3, 6, 9, 12, \dots$ són nuls.

Simulació del camp magnètic generat per un conductor trenat únic

La figura 6 mostra una representació del camp magnètic generat per un conductor únic trenat al voltant d'un cilindre de radi $a = 0,05$ m, amb pas de l'hèlix $p = 0,5$ m. Per tant, es veu que el camp té un perfil helicoidal, tal com es dedueix de les equacions (6).

La línia negra correspon al traçat del conductor, mentre que les zones amb igual color representen punts

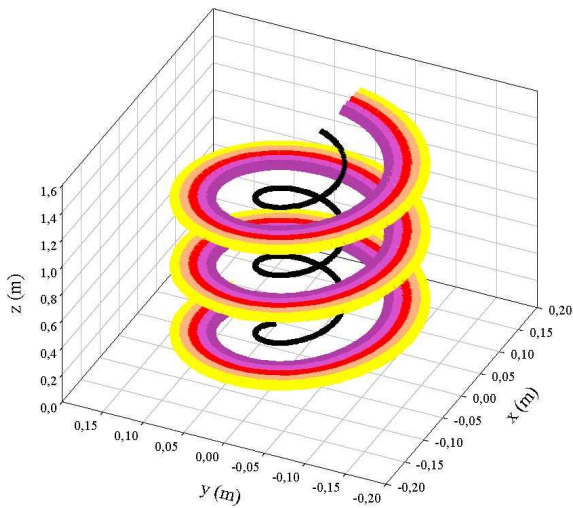


Figura 6: Camp magnètic generat per un conductor trenat amb l'eix segons OZ

de l'espai on el mòdul del camp magnètic és constant. Els colors més foscos indiquen zones de camp magnètic més intens.

Camp magnètic generat a una distància constant del centre de l'hèlix

La figura 8 mostra el camp magnètic creat per un conductor helicoidal a una distància $r = 0,2$ m de l'eix de l'hèlix (veure figura 7). L'hèlix té radi $a = 0,05$ m i pas $p = 0,5$ m i pel conductor circula una intensitat $I = 100$ A.

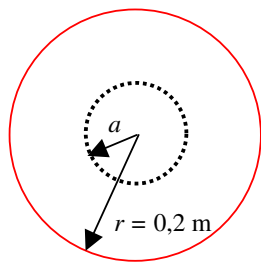


Figura 7: Secció del cable i cercle de mesura a $r = 0,2$ m de l'eix de l'hèlix

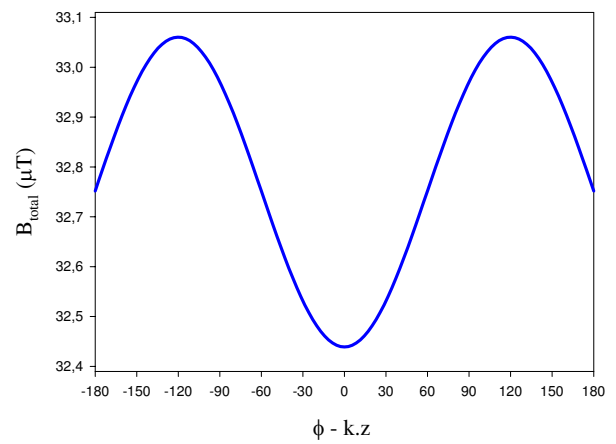


Figura 8: Camp magnètic a una distància $r = 0,2$ m de l'eix de l'hèlix

Comparació del camp magnètic generat per una línia trifàsica trenada i sense trenar

La figura 9 mostra el perfil del camp magnètic generat per una línia trifàsica trenada (al voltant d'un cilindre de radi $a = 0,05$ m i pas de l'hèlix $p = 0,5$ m) i el perfil d'una línia trifàsica sense trenar (els tres conductors situats a 120° sobre el cilindre de radi $a = 0,05$ m). En els dos casos pels conductors circula un sistema trifàsic equilibrat de corrents de 100 A d'intensitat.

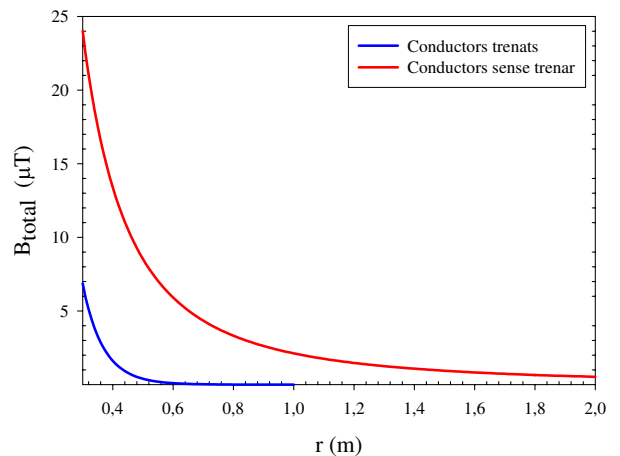


Figura 9: Camps magnètics generats per una línia trifàsica trenada i per una sense trenar

Efecte del pas de l'hèlix sobre el camp magnètic generat per una línia trifàsica

El pas de l'hèlix té un efecte important sobre el camp magnètic que genera la línia trifàsica. La figura 10 mos-

tra el perfil del camp magnètic creat per una línia trifàsica equilibrada d'intensitat de 100 A trenada sobre un cilindre de radi $a = 0,05$. Quan el pas de l'hèlix tendeix a infinit ens trobem davant d'una línia sense trenar.

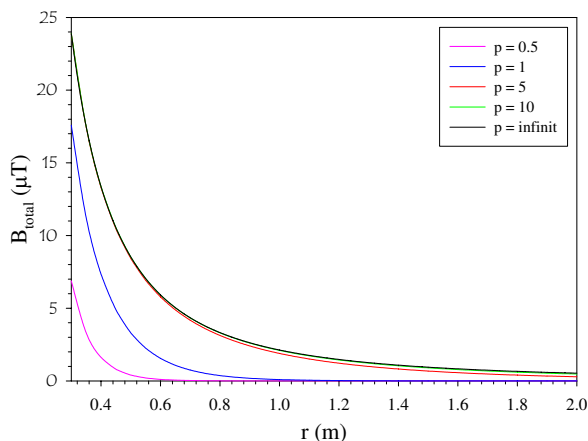


Figura 10: Efecte del pas de l'hèlix sobre el camp magnètic generat per una línia trifàsica trenada

De la figura 9 es dedueix que per a valors grans del pas de l'hèlix la diferència entre el camp magnètic creat per una línia trifàsica trenada i per una línia sense trenar és insignificant.

Conclusions

Una vegada analitzats tots els punts d'aquest article es pot concloure que el trenat de les línies elèctriques és un sistema simple i econòmic per reduir-ne considerablement el camp magnètic per comparació a les línies no trenades. El trenat també permet reduir les interferències que aquestes generen.

A mesura que el pas de l'hèlix augmenta, l'efectivitat d'aquest mètode disminueix ja que per a passos d'hèlix elevats el camp magnètic generat per la línia trenada s'assembla molt al de la mateixa línia sense trenar.

Aquest mètode és molt utilitzat en les línies de comunicacions telefòniques i en els conductors de xarxes informàtiques a causa de la immunitat a les interferències que proporciona.

Bibliografia

- RIBA, J.R. I ALABERN X., Simulació del camp magnètic generat per les línies aèries d'alta tensió, *Revista de Física*, **3(1)**, 38–42 (2001).
- RIBA, J.R. I ALABERN X., Camp elèctric generat per les línies aèries d'alta tensió, *Revista de Física*, **3(2)**, 47–52 (2002).
- PETTERSSON, P. I SCHÖNBORG, N., Reduction of Power System Magnetic Field by Configuration Twist, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **12(4)**, 1678–1683 (1997).