

La radiació gravitatòria

José Alberto Lobo

Departament de Física Fonamental, Universitat de Barcelona i
Societat Catalana de Física (I E C)

Introducció

Newton va concebre la gravitació —bastant a contracorrent de les modes intel·lectuals del seu temps— com una interacció que s'exerceix a *distància* entre dos cossos qualssevol. D'acord amb la visió newtoniana, la gravitació *no* és un camp que es *propaga* a partir d'una concentració de matèria: els canvis en les propietats de les fonts de gravitació es deixen sentir *immediatament* a qualsevol punt de l'espai, ja estigui prop o lluny de la font en qüestió. Per exemple, una tempesta solar origina canvis locals en la densitat del Sol i, en conseqüència, en el camp gravitatori creat per ell. Doncs bé, d'acord amb la teoria newtoniana, aquests canvis s'han de sentir al mateix temps aquí que a Plutó.

Amb el descobriment de les ones electromagnètiques i de la finitud de la velocitat de la llum, l'anterior "*ideologia*" va resultar insostenible —i la majoria d'iniciatives substancials per modificar la teoria de Newton eren encaminades a incloure-hi una velocitat finita de propagació del camp. Quan la teoria einsteiniana de la relativitat general es perfilà com la "bona" teoria, resultà finalment possible estudiar els fenòmens de propagació del camp gravitatori, per bé que, de moment, només en el reialme de l'especulació teòrica.

Com tota teoria científica, la de propagació de les ones gravitatòries fa unes prediccions que no poden defugir els dictats finals de la prova empírica. Fa més de setanta anys que el mateix Einstein va descriure amb tot detall les ones gravitatòries que prediu la relativitat general i, en canvi, no es disposa encara de cap evidència directa sobre elles —encara que sí que en tenim alguna d'indirecta, la més notable de les quals és el púlsar binari PSR 1913+16 (vegeu més avall la secció 2).

Quina és la raó d'aquest retard? Ben simple: els camps de radiació gravitacional són tan *febles* que encara no hi ha cap instrument humà capaç de detectar-los. Avui, però, existeixen diversos projectes d'envergadura arreu del món que, segons tots els indicis, han d'ésser capaços de "veure" radiació gravitatòria tan bon punt siguin operatius. Això podria passar cap al voltant del canvi de segle.

En aquest article farem un recorregut pels amplis dominis de la investigació de les ones gravitacionals. L'extensió d'aquests dominis, però, ens obligarà a pas-

sar força ràpidament per les seves comarques, de manera que ens doni una visió a grans trets sobre quin és el seu aspecte global. Tanmateix el lector en trobarà referències als articles, llibres, etc. on pot anar als detalls d'allò que l'interessi més. L'esquema del present article és un reflex clar del nostre plantejament. Comencem per una descripció del que són les ones gravitatòries i de les seves propietats bàsiques per donar pas després a una inspecció progressiva de quines són les ones gravitatòries que es poden produir a la natura, quina "mida" tenen i, finalment, com es poden detectar. En aquest últim apartat, probablement el més nou, farem esment de tots els problemes principals que apareixen —fins i tot amb alguna referència al seu aspecte financer— i de les perspectives que, en el moment present, hi ha per superar-los.

1. Ones gravitatòries

El 1905, Einstein publicà la teoria de la relativitat restringida (Einstein, 1905; Einstein, 1971), la qual va servir per substituir les concepcions newtonianes d'espai i temps per unes de noves més d'acord amb els imperatius de la ciència teòrica i experimental. El canvi que aquestes noves concepcions implicaven havia d'afectar de manera essencial la mecànica i la teoria clàssica de les forces, i en particular, la més notable de la física newtoniana: la gravitació. Els intents infructuosos per incorporar la gravitació en l'esquema de la relativitat restringida van conduir Einstein a crear una nova teoria, més general, de l'espai i el temps que va rebre el nom de relativitat general. Aquesta va sortir a la llum pública l'any 1916 (Einstein, 1916), i proposava que la gravetat és la propietat geomètrica que té l'espai (i el temps) de corbar-se a l'entorn de qualsevol objecte massiu o font d'energia.

Einstein va donar també la forma en què les distribucions de massa-energia generen curvatura, és a dir, les *equacions del camp gravitatori*:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1)$$

En aquestes equacions els índexs μ, ν prenen quatre valors ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$) associats amb les quatre dimensions espàcio-temporals, i $g_{\mu\nu}$ són els coeficients de la

mètrica de l'espai-temps —que en defineix les propietats geomètriques. $R_{\mu\nu}$ és el tensor de Ricci de $g_{\mu\nu}$ i $R \equiv R^\mu_\mu$ n'és la traça; tot plegat, el primer membre de (1) és una expressió força complicada que conté $g_{\mu\nu}$ i les seves derivades primeres i segones. Finalment $T_{\mu\nu}$ és el tensor d'energia-moment de les fonts de camp gravitatori; G , la constant de gravitació universal i c , la velocitat de la llum.

Una característica molt notable de les equacions d'Einstein (1) és la seva no-linealitat: atès que tota forma d'energia gravita, el mateix camp gravitatori actua com a font de si mateix. Aquesta característica fa que resoldre les equacions (1) sigui pràcticament impossible excepte en casos molt senzills —el més conegut dels quals és el del camp creat per un punt de massa, que explica la famosa curvatura dels raigs de llum i la precessió secular del periheli de Mercuri.

Una de les conseqüències més notables de les equacions de l'electromagnetisme maxwellià és que el camp electromagnètic es propaga per l'espai en forma d'ones — i la seva velocitat de propagació és la de la llum, c . Aquest últim fet va ser reconegut per Einstein com una llei absolutament fonamental de la naturalesa, a saber, que no pot haver-hi cap mena de transport de massa o energia que es realitzi a velocitats superiors a la de la llum. Això vol dir que si un sistema és pertorbat respecte del seu estat actual en un cert instant, aquesta pertorbació no es deixarà sentir en un punt allunyat d'ell abans d'un cert *temps de retard* el qual és com a mínim r/c , si r és la distància entre el sistema pertorbat (font de camp) i el lloc en qüestió. Formalment, per a un camp com l'electromagnètic que viatja a velocitat c , les seves components de radiació tenen la forma funcional genèrica

$$E(z, t) = f(z - ct) \quad (2)$$

on $f(z)$ és la forma que té el pols que descriu la pertorbació inicial i on, per no complicar la imatge conceptual dels fets, hem suposat que només una dimensió espacial (z) és rellevant. L'equació (2) és la típica equació d'un fenomen de propagació.

El camp gravitatori no es pot pas sostreure a aquesta regla general i cal esperar, per tant, que les equacions (1) siguin consistents amb ella, és a dir, que el camp gravitatori també es propagui amb velocitat finita a partir d'una font les propietats de la qual siguin variables amb el temps. Com s'implementa la comprovació d'això en les equacions (1) no és totalment trivial, ja que la teoria de la relativitat general no atorga a les coordenades x^μ el significat directe de mesures de longitud i temps. És possible, però, trobar un concepte adient que substitueixi la variable ($z - ct$) de (2) —aquest és el concepte de variable nul·la, amb el qual ja resulta fàcil veure que, efectivament, les equacions de la gravitació tenen solucions que es propaguen. Aquestes solucions reben el

nom genèric d'ones gravitatòries.

El fet que les equacions d'Einstein siguin no lineals fa que l'anàlisi de les ones gravitacionals emeses per una determinada font sigui a la pràctica impossible de realitzar; en particular, el principi de superposició de solucions no és vàlid i el desenvolupament en sèrie de Fourier resulta, si més no, una mica "estrany" al cas. Hom pot sempre, però, fer ús de mètodes aproximats. De fet l'aproximació lineal a les equacions (1) dóna resultats força bons per estudiar l'efecte de les ones de gravitació en un observatori terrestre. Com veurem més endavant, la feblesa d'aquestes ones en tota situació d'un mínim interès pràctic justifica plenament l'esmentada aproximació. Passem a considerar, doncs, quines notables simplificacions resulten en aplicar-la a les equacions d'Einstein, així com les seves peculiaritats específiques.

1.1 Ones gravitatòries lineals

L'aproximació lineal consisteix a suposar el camp gravitatori tan feble que es puguin negligir els termes que el continguin quadràticament (o cúbicament, etc.) en el primer membre de (1). És d'esperar que aquest tipus d'aproximació serà prou bo suficientment lluny de la font de gravetat. La hipòtesi de feblesa s'expressa convenientment mitjançant la fórmula següent:

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x) \quad , \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1 \quad (3)$$

on $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ és la mètrica de l'espai-temps pla de la relativitat restringida. La condició de camp feble s'expressa, doncs, dient que $g_{\mu\nu}$ difereix poc de $\eta_{\mu\nu}$. En aquestes condicions les equacions del camp adquireixen una forma simplificada:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} \simeq -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (4)$$

que s'obté per simple manipulació, no gaire complicada, de $R_{\mu\nu}$ en (1).

Aquí $\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$ i h és la traça $h \equiv \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu}$. L'operador diferencial

$$\square \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (5)$$

és l'operador lineal de D'Alembert, que és el típic de qualsevol equació d'ones. L'equació (4) admet solucions que són ones planes fora de les fonts de camp, és a dir, allà on $T_{\mu\nu}$ s'anulla:

$$\bar{h}_{\mu\nu} = C_{\mu\nu} e^{ik_\sigma x^\sigma} \quad (\text{buit}) \quad (6)$$

on $C_{\mu\nu}$ són constants i k_σ és el vector d'ones, que determina la direcció de propagació, la freqüència ν i longitud d'ona λ del camp que es propaga:

$$k_0 = \frac{2\pi\nu}{c} \quad , \quad \lambda = \frac{2\pi}{|\mathbf{k}|} \quad (7)$$

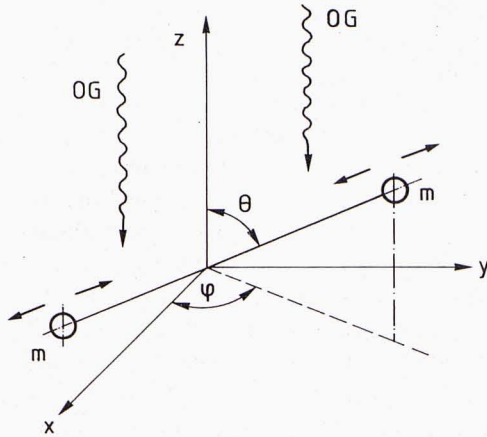


Figura 1: Detector idealitzat de radiació gravitatòria. Els eixos de coordenades estan adaptats a l'ona plana que arriba, i.e., l'eix z coincideix amb la direcció de propagació i els eixos x i y, amb les direccions naturals en la gauge "transverse-traceless". L'orientació de la barra, als extrems de la qual hi ha sengles masses, és arbitrària respecte a sistema de referència anterior

Com en el cas del camp electromagnètic amb el potencial vector A^μ , aquí també passa que els 10 "potencials" gravitatoris $\bar{h}_{\mu\nu}$ són excessius per descriure les propietats efectives (observables) del camp de radiació (6): hi ha una transformació de gauge d'aquestes $\bar{h}_{\mu\nu}$ que no altera les propietats físiques del camp gravitatori i que, per tant, es pot aplicar amb absoluta llibertat.

Les transformacions de gauge de $\bar{h}_{\mu\nu}$ estan íntimament associades amb el caràcter geomètric del camp gravitatori: representen la llibertat fonamental d'elecció de coordenades que la teoria estableix com un dels seus postulats. Una opció sensata consisteix a triar la transformació de gauge que simplifiqui més la vida. Els detalls del procediment no són interessants en aquest punt, però sí que ho és el resultat final: les $\bar{h}_{\mu\nu}$ poden acabar reduint-se a la forma senzilla

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \equiv h_{\mu\nu}^{TT} \quad (8)$$

després de suposar que l'eix z s'ha triat en la direcció de propagació \mathbf{k} . La notació h_+ per a h_{xx} i $-h_{yy}$ i h_\times per a h_{xy} s'ha triat arbitràriament, però té una raó gràfica que veurem més endavant quan considerem la qüestió de com es pot detectar la presència d'ones gravitatòries en un cert lloc. La gauge en la qual (8) s'aplica es denomina *transverse traceless* (TT): *transverse* perquè només té components no nulles en les direccions ortogonals a l'eix de propagació, *traceless* perquè $h_{\mu\nu}^{TT}$ no té traça.

Resulta molt notable que, dels sis graus de lliber-

tat que tenen les quantitats $h_{\mu\nu}$ ¹, només dos importen a les ones de gravitació: en el llenguatge de la teoria dels camps diríem que aquests corresponen a *dos estats de polarització* (d'helicitat) fonamentals del camp de radiació gravitatòria. Incidentalment, aquest camp té *spin* 2. Cal insistir que les esmentades propietats són característiques de les equacions d'Einstein (1), i.e., no totes les alternatives a (1) tenen les propietats anteriors.

1.2 Els graus de llibertat del camp gravitatori de radiació

Per esbrinar quin és el significat físic de les components fonamentals h_+ , h_\times podem pensar en un experiment hipotètic elemental: si colloquem dues masses de prova a una certa distància entre elles, en passar una ona gravitatòria per la regió que ocupen aquesta distància es modificarà —si no fos així la mateixa idea d'ona de gravitació seria totalment espúria.

L'equació que dóna la variació de la distància entre aquestes dues masses és clàssica i s'anomena equació de la *desviació geodèsica*. Sense entrar en els detalls tècnics —no gaire complexos, per altra part—, únicament ens fixarem en els resultats més destacables de la seva solució, la qual es pot obtenir *fàcilment* dintre del marc de l'aproximació (3) que estem considerant. Si $\ell(t)$ és la distància (en metres) entre les dues masses i ℓ_0 és aquesta distància en absència de camp gravitatori, resulta que

$$\ell(t) = \ell_0 \left[1 + \{h_+(t) \cos 2\varphi + h_\times(t) \sin 2\varphi\} \frac{\sin^2 \theta}{2} \right] \quad (9)$$

on (θ, φ) són els angles que determinen l'orientació de la línia que uneix ambdues masses respecte de la direcció d'incidència de l'ona gravitatòria i els seus eixos de polarització (figura 1). $h_+(t)$ i $h_\times(t)$ són les dues amplituds d'aquesta, suposada constant en tota la regió ocupada per les masses. Hi ha dues conseqüències de (9) que són immediates:

- Si $\theta = 0$ llavors $\ell(t) = \ell_0$ és constant. En altres paraules, el camp de radiació no és detectable si les masses s'alineen segons la seva direcció de propagació. Per altra part, $\ell(t)$ adquireix valors màxims si $\theta = \pi/2$, i.e., si les masses es col·loquen perpendicularment a la direcció de propagació. Aquests fets donen ple sentit físic a l'afirmació feta més amunt que les ones gravitatòries són *transversals*
- Si $\varphi = 0$ o $\varphi = \pi/2$, llavors $\ell(t)$ és independent de $h_\times(t)$. En canvi, si $\varphi = \pi/4$ o $3\pi/4$, $\ell(t)$ és independent d' $h_+(t)$. Això explica la notació

¹Hi ha 16 $h_{\mu\nu}$ ($16 = 4 \times 4$); com que $h_{\mu\nu} = h_{\nu\mu}$ en queden 10 d'independents; però encara resten 4 graus de llibertat de gauge (elecció de coordenades), cosa que redueix a 6 el nombre efectiu de h .

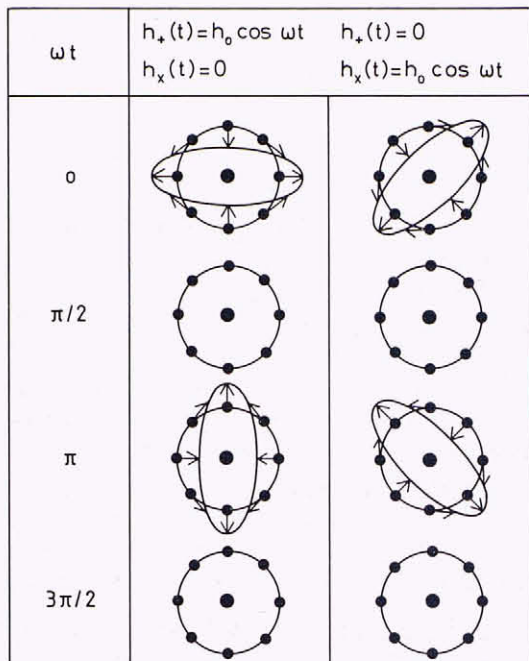


Figura 2: Els modes de polarització fonamentals d'una ona gravitatòria plana: una distribució de massa sobre una circumferència en el pla perpendicular a la direcció de incidència es deforma, en arribar l'ona, i dona lloc a el·lipses que canvien de forma al llarg d'un període. En cada cas hem representat el que passa durant aquest interval de temps per radiació en el mode + pur i en el mode \times pur

de subíndex + i \times en els graus de llibertat del camp gravitatori. La figura 2 il·lustra l'efecte de dos camps, un només amb component h_+ i l'altre només amb component h_\times , sobre un conjunt de partícules de prova col·locades al llarg d'una circumferència en el pla perpendicular a la direcció d'incidència en el moment que l'ona gravitatòria arriba.

Podem dir, de passada, que el que acabem de descriure constitueix el principi bàsic en què es fonamenta un sistema pràctic de detecció d'ones gravitacionals. Tornarem sobre això més endavant.

1.3 Generació d'ones gravitatòries

Recordem l'equació aproximada (4):

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (10)$$

La solució formal d'aquesta equació és (Landau, 1985)

$$\bar{h}_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{\mu\nu}(\mathbf{x}', t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|/c)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x' \quad (11)$$

on el domini d'integració és aquell on $T_{\mu\nu}$ no és nul. (11) posa de manifest explícitament que les solucions ondulatòries depenen del temps en tant que $T_{\mu\nu}$ variï amb el temps. L'expressió (11) és poc útil tal com està; però podem fer-ne un desenvolupament multipolar. Aquí no hi entrarem —eventualment resulten complicats— sinó que treballarem la fórmula (11) només quan es verifiquen dos supòsits *raonables*, raonables almenys a primer cop d'ull. Aquests són:

- $|\mathbf{x}'| \ll |\mathbf{x}|$, i.e., ens interessarà el camp $\bar{h}_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t)$ només força lluny de la font. Això es justifica perquè una font de radiació gravitatòria mínimament observable estarà normalment molt lluny de la Terra, per exemple una supernova que explota, etc. Veurem més endavant unes xifres que faran palesa la necessitat d'aquest primer supòsit. Pot objectar-se aquí que els cataclismes poden ocórrer a distàncies cosmològiques, amb la qual cosa intervenen nous efectes que no han estat considerats fins ara. També examinarem aquesta objecció més avall i donarem una solució per al cas.
- Les velocitats internes en la font d'ones són petites comparades amb la de la llum. Aquesta és una hipòtesi que és bàsicament correcta en la gran majoria d'esdeveniments astrofísics coneguts. Els (rars) cataclismes de tal violència que no verifiquen això queden, doncs, exclosos d'aquesta anàlisi. Expresssem la condició de velocitats baixes dient que $|\mathbf{x}'|/c$ és un temps que es pot considerar curt comparat amb un patró natural del sistema examinat, per exemple a/v (on a és la mida de la font i v alguna velocitat característica de la seva dinàmica interna). Per tant, les contribucions a la integral (11) sobre intervals de temps tan curts resulten negligibles.

Així doncs, a l'ordre més baix en $|\mathbf{x}|^{-1}$,

$$\bar{h}_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t) \simeq \frac{4G}{c^4 r} \int T_{\mu\nu}(\mathbf{x}', t - r/c) d^3x' \quad (12)$$

on hem posat $r \equiv |\mathbf{x}|$ per netejar la notació.

D'aquesta expressió només ens interessen les components \bar{h}_{ij} ; menys encara: únicament la seva part transversa i sense traça, *transverse-traceless*, h_{ij}^{TT} . En aquest context transversa fa referència a la direcció de propagació de l'ona; com que, a gran distància aquesta és *radial* —vegeu com $\bar{h}_{\mu\nu}$ a (12) només depèn de r — el projector que genera la part transversa d' $\bar{h}_{\mu\nu}$ varia segons el punt d'observació. En conseqüència deixarem indicades les components rellevants de (12) així:

$$h_{ij}^{TT}(\mathbf{x}, t) = \frac{4G}{c^4 r} \left(\int T_{ij}(\mathbf{x}', t - r/c) d^3x' \right)^{TT} \quad (13)$$

en el benentès que la part TT del segon membre es calcula exactament com en (8), amb un eix z convenientment triat. La fórmula (13) es pot manipular una mica per obtenir

$$h_{ij}^{TT}(\mathbf{x}, t) = \frac{2G}{c^4 r} \ddot{D}_{ij}^{TT}(t - r/c) \quad (14)$$

on

$$D_{ij}(t) \equiv \frac{1}{c^2} \int \left(x^i x^j - \frac{1}{3} |\mathbf{x}|^2 \delta_{ij} \right) T_{00}(\mathbf{x}, t) d^3x \quad (15)$$

és l'anomenat *moment quadrupolar* de la font. És un fet característic de la radiació d'ones gravitatòries que el terme dominant sigui quadrupolar —els termes mono i dipolar no hi contribueixen. Això està íntimament vinculat al caràcter tensorial del camp gravitatori en la teoria de la relativitat general i el mateix Einstein ja ho va fer notar al 1918.

La validesa de la fórmula (14) com una bona aproximació ha estat, però, motiu de polèmica fins fa molt poc. El motiu de fons de la polèmica és de caràcter conceptual: la interacció gravitatòria *dintre la font* s'ha negligit completament —no hem parlat per a res de la seva estructura interna, hi tingui o no cap paper la gravetat. En molts casos d'interès, però, aquest és un oblit greu. Pensem, per exemple, en un sistema de dues estrelles que giren l'una al voltant de l'altra per efecte de la gravetat mútua. Està clar que la densitat d'energia T_{00} d'aquest sistema varia amb el temps —les masses canvien de posició a cada instant!—, de manera que podríem calcular el camp de radiació produït per aquest sistema binari en un punt allunyat d'aquest mitjançant les fórmules (14) i (15).

Però, i aquí ve el problema, ¿no seria més just simplement considerar el problema de la interacció gravitatòria de les dues estrelles i deixar que la solució d'aquest problema general tingués com una de les seves conseqüències l'existència d'un camp de radiació?

La resposta a aquesta pregunta és, òbviament, sí. La cosa però es complica quan hom vol portar a terme el programa descrit en el seu enunciat. La raó és que, per arribar a termes de radiació, cal anar calculant perturbativament fins a tercer ordre postnewtonià en les equacions (1), i.e., fins a termes en c^{-5} . Això contrasta amb la situació a la teoria electromagnètica, on el camp de radiació de dues càrregues apareix a ordre c^{-3} , i.e., dos ordres d'aproximació abans que aquí.

Durant molts anys els intents de resoldre la qüestió per aquest mètode no han pogut superar un cert punt sense passos simplificadors no sempre prou clars —encara que, curiosament, sempre acabaven conclouent que la fórmula quadrupolar és correcta... Els càlculs més rigorosos de Damour han reforçat recentment la creença en la bondat de la fórmula quadrupolar.

Considerarem, finalment, quina és l'energia que un sistema perd a costa de la que s'endú el camp de radiació gravitatòria. Per fer això el mètode és trobar el flux del vector de Poynting del camp de radiació a través d'una superfície que envolti la font —preferiblement esfèrica i molt gran per poder fer ús de la fórmula (14). Aquest procediment es descriu als texts clàssics, p.e. (Landau, 1985), i dóna que l'energia radiada instantàniament per unitat de temps és

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{G}{45c^5} \ddot{D}_{ij} \ddot{D}_{ij} \quad (16)$$

El signe negatiu fa referència al fet que la font perd una part de la seva energia interna ($T_{\mu\nu}$) en favor del camp de radiació. Més endavant, a la secció 2, analitzarem casos concrets per tal de conèixer les perspectives realistes de comprovació de tots aquests resultats teòrics. Abans, però, convé tenir una idea dels problemes de propagació de la radiació gravitatòria.

1.4 Propagació de les ones gravitacionals

Fins ara tots els desenvolupaments i les conclusions obtingudes depenen de la hipòtesi inicial (3). La petició de principi d'aquesta hipòtesi és que l'espai pel qual viatja l'ona és pla, és a dir, no hi ha res excepte la mateixa ona. Això és òbviament una simplificació considerable de qualsevol cas real: car una ona venint a la Terra des de, p.e., una supernova, pot trobar en el seu camí tota mena d'altres camps gravitatoris de galàxies, estrelles denses, cúmuls, pols, etc. amb els quals interactuarà. En una situació més general que la descrita a (3) es tractaria de trobar una mètrica $g_{\mu\nu}$ que difereixi poc d'una altra $g_{\mu\nu}^{(B)}$, la qual actua com a rerafons ("background") i no és, en primera aproximació, afectada per la pertorbació; és a dir, caldria suposar que

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(B)} + h_{\mu\nu} \quad , \quad h_{\mu\nu} \ll g_{\mu\nu}^{(B)} \quad (17)$$

en lloc de (3), que apareix així com una generalització de la qual (3) és un cas particular.

El desenvolupament de càlculs semblants als de l'apartat anterior amb una mètrica $g_{\mu\nu}^{(B)}$ diferent de $\eta_{\mu\nu}$ és molt complicat, fins i tot per la mètrica de Schwarzschild —la més simple i coneguda de totes. De totes maneres hi ha una sèrie de resultats que es poden establir amb caràcter prou general i que resulten importants per comprendre els processos que tenen lloc durant el viatge d'una ona per l'espai intergalàctic. En fem breu esment:

- a) Les seccions eficaces d'absorció i de *dispersió Compton* d'una ona gravitatòria per una distribució localitzada de massa són molt petites, llevat que aquesta distribució estigui molt concentrada (*forat negre*) i que l'ona passi suficientment a prop del punt de concentració. És més

fàcil, en canvi, que el vector d'ona variï de direcció com a conseqüència d'aquell camp gravitatori —exactament igual com els raigs de llum són desviats per aquestes menes de concentracions de massa. Això permet prendre com a bastant acurada la idea d'un raig de radiació gravitatòria viatjant per entremig de les galàxies i concentracions de massa en una espècie de ziga-zaga, i sense canvis apreciables en la seva longitud d'ona.

b) Quan una ona gravitatòria arriba a la Terra, p.e., des d'una galàxia *cosmològicament lluny*, aleshores la descripció anterior perd exactitud perquè el rerafons de camp cosmològic (Robertson-Walker) comença a jugar un paper important. Per exemple, la freqüència de l'ona experimenta un "corriment cap al roig", exactament igual que la llum de les galàxies llunyanes. També com abans, hi ha una sèrie de resultats aproximats que hom pot establir a partir de la teoria i que serveixen per estimar els efectes de la curvatura cosmològica sobre les ones gravitacionals. Aquests es poden resumir en unes poques regles pràctiques (Krolak, 1987): si la font de radiació gravitatòria està situada en un lloc remot de l'univers caracteritzat per un corriment cosmològic al roig z , aleshores les fórmules de la secció anterior continuen essent vàlides si hom hi fa els canvis següents:

- Les freqüències ν que hi intervinguin han d'ésser reemplaçades per les corresponents corregudes al roig $\nu/(1+z)$.
- Les masses m han d'ésser reemplaçades per $(1+z)m$.
- Les distàncies r han d'ésser enteses com a *distància-lluminositat*.

Aquestes tres regles fonamentals (noteu que afecten les tres magnituds bàsiques de temps, massa i longitud) permeten inferir els valors reals corresponents a una determinada font a partir de les fórmules més senzilles —tant matemàtica com conceptualment— de l'apartat anterior.

Cal esperar, en termes de plausibilitat sobre les dades astrofísiques i cosmològiques actuals, que una important majoria de les observacions de radiació gravitatòria que es facin en un futur s'ajustarà adequadament a l'esquema que acabem de descriure. Només una petita fracció de les observacions, per tant, requerirà un tractament possiblement més sofisticat.

2. El problema de la detecció

Hem dedicat, fins aquí, força pàgines a l'estudi de l'aproximació lineal de les ones gravitatòries. Pel camí hem trobat resultats molt elegants, però ens falta saber

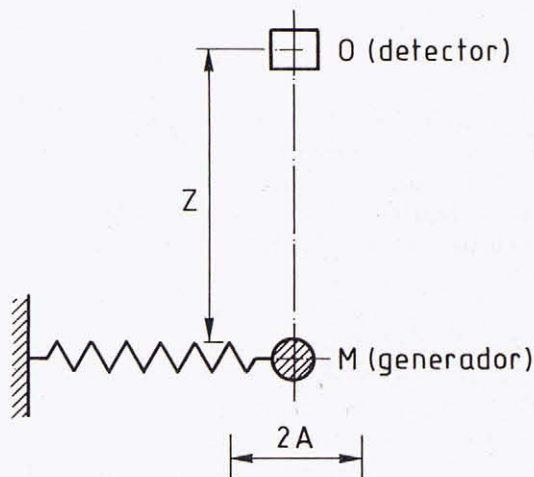


Figura 3: Exemple de generador de laboratoris d'ones gravitatòries: una massa m unida a una molla executa vibracions d'amplitud A al voltant d'un punt d'equilibri. La radiació és observada al punt O , a una distància z sobre la perpendicular a la línia de moviment, on la radiació és més intensa

si es tracta d'un exercici acadèmic o, al contrari, pot resultar d'interès en el casos pràctics que hom pensa abordar. En altres paraules, un camp de radiació gravitatòria que pugui ésser detectat en un observatori terrestre, és o no és prou petit com perquè l'aproximació fonamental (3) sigui vàlida?

2.1 Fonts terrestres de radiació gravitatòria

Considerem breument una font d'ones gravitacionals d'origen terrestre (figura 3); es tracta d'un oscil·lador de massa m que vibra al voltant d'una posició d'equilibri ($x = y = z = 0$) amb amplitud A i freqüència angular ω :

$$x(t) = z(t) = 0 \quad , \quad y(t) = A \cos \omega t \quad (18)$$

Prenent

$$T_{00}(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t)c^2, \quad \rho(\mathbf{x}, t) = m\delta(x)\delta(y - y(t))\delta(z)$$

i aplicant les fórmules (14) i (15) és fàcil veure que la radiació que rep un observador alineat amb la direcció d'oscil·lació és nul·la (no es detecta radiació segons l'eix y !) mentre que la que rep l'observador O , a una distància z (amb $z \gg A$ perquè l'aproximació quadrupolar sigui suficient), sobre la perpendicular al punt d'equilibri de la massa vibrant, està linealment polaritzada en el mode h_+ i val

$$h_+(\mathbf{x}, t) = \frac{Gm}{c^2 z} \frac{\omega^2 A^2}{c^2} \cos 2\omega t \quad (19.a)$$

$$h_x(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (19.b)$$

Si prenem una massa d'una tona ($m = 10^3$ kg) que vibra a 1000 cicles per segon ($\nu = 10^3$ Hz, $\omega = 2\pi\nu$)

amb una amplitud d'un mil·límetre ($A = 10^{-3}$ m) la fórmula anterior ens diu que h_+ val aproximadament $3 \cdot z^{-1} \cdot 10^{-40}$, amb z expressat en metres! És a dir, h_+ és realment *molt petit* i, per tant, les aproximacions de la secció anterior resulten, *a posteriori*, justificades plenament en un cas com aquest.

D'altra banda, però, les fórmules (19) també mostren la impossibilitat pràctica de detectar la radiació produïda per un generador terrestre de les característiques considerades. En efecte, si colloquéssim el detector hipotètic a un metre del generador de la figura 1, l'expressió (9), juntament amb (19) ens diu que hauríem d'ésser capaços de mesurar desplaçaments relatius de l'ordre de

$$\frac{\delta \ell}{\ell_0} = \frac{\ell(t) - \ell_0}{\ell_0} \simeq h_+ \simeq 3 \times 10^{-40} \quad (20)$$

No existeix, ni de molt, cap dispositiu tecnològic capaç de detectar això. Per donar una idea del que és la sensibilitat de 10^{-40} : equival a la capacitat de resoldre una milionèsima de radi nuclear sobre una distància com el diàmetre de la Via Làctea. O bé, aplicant la fórmula (16), la fracció d'energia $\Delta E/E$ que perd aquest sistema per radiació és de 10^{-44} en cada període, cosa que vol dir que si romangués oscil·lant sense parar durant un temps com tota l'edat de l'univers amb prou feina hauria perdut una part en 10^{27} de la seva energia original... Aquestes xifres mostren que l'esperança de detectar, directament o indirectament, la radiació gravitatòria d'aquest sistema és absolutament vana.

Com veiem és impossible pensar en termes sensats de construir una font d'ones gravitacionals en un laboratori terrestre: hi ha massa ordres de magnitud que ens separen d'aquesta possibilitat, fins i tot si hom pensa a dissenyar o aprofitar sistemes molt més massius i ràpidament variables que el considerat anteriorment. Aquest fet provoca que, si un vol una font realista de radiació gravitatòria, hagi de girar els ulls cap a l'univers exterior i esperar que l'efecte d'algun fenomen cataclísmic llunyà, amb enormes moviments de massa i energia de tota mena, doni lloc a amplituds que siguin finalment mesurables aquí a la Terra.

2.2 Les fonts llunyanes

La petesa de l'amplitud de les ones gravitatòries considerades en l'apartat anterior era deguda a dos factors (vegeu (19)): les velocitats de la matèria eren petites ($\omega A \ll c$) i les masses també ($Gm \ll Ac^2$). En un fenomen astrofísic violent aquests dos factors poden augmentar considerablement, en especial el segon, i arribar a generar ones gravitatòries de molta amplitud al voltant del lloc on s'esdevenen. Aquestes ones, però, no poden ésser observades de prop —les *supernovæ*, per exemple, molt rarament ocorren dins la nostra galàxia— i hom s'ha de conformar a veure-les des de la distància a què, irremediablement, es troba. Això té com a conseqüència

evident que allò que es guanya a causa de la violència de l'esdeveniment pot perdre's parcialment per causa de la seva llunyania —vegeu (19a) i l'expressió general (14).

En aquest apartat donarem una llista, comentada breument, de les fonts de radiació gravitatòria que es consideren actualment més versemblants. En cada cas insistirem tant en l'amplitud del senyal que cal esperar que arribi a un observatori terrestre com en la freqüència de l'esdeveniment que l'origina. Aquestes característiques són de la màxima importància a l'hora de dissenyar el detector i el mètode d'anàlisi de les dades generades per aquest.

2.2.1 Supernovæ

Les *supernovæ* són fenòmens molt violents i també molt complicats des del punt de vista de la seva descripció teòrica en termes de lleis conegudes de la física. Hom pensa que la màxima quantitat de radiació gravitatòria per una explosió de supernova s'emet durant un temps breu (de l'ordre dels mil·lisegons), quan es produeix el rebot de matèria sobre el nucli que col·lapsa donant lloc a una estrella de neutrons o un forat negre. Estimacions basades en idees molts generals donen

$$h_{\text{supernova}} \lesssim 2 \times 10^{-21} \left(\frac{15 \text{ Mpc}}{R} \right) \quad (21)$$

Això vol dir que un pols de radiació gravitatòria procedent d'una supernova a 15 megaparsecs de distància produirà en la Terra una ona d'amplitud 2×10^{-21} ; aquest número és encara molt petit però és 19 ordres de magnitud superior al de (20)! A (21) R representa la distància a la supernova que explota, i apareix referit a un patró de 15 Mpc que és la distància al cúmul de Virgo. Aquest patró és arbitrari, però té un sentit: el cúmul de Virgo és el més proper i, si hom accepta un ritme d'explosió de *supernovæ* d'una cada tres a cinc anys per galàxia (Thorne, 1987), aleshores senyals com (21) podrien arribar a raó d'una per dia en terme mitjà. Això vol dir que, si la supernova explota a la nostra galàxia (o força a prop, com la famosa SN 1987A del Núvol de Magallanes) l'amplitud h pot arribar fins a 10^{-19} , una xifra molt millor que cal esperar cada cinc anys aproximadament.

Aquesta discussió és molt qualitativa: la física del col·lapse és complexa i incerta. Actualment hi ha un cert nombre de gent que fa models numèrics per ordinador però encara és d'hora per tenir resultats. De manera que les estimacions anteriors podrien resultar força errades a la vista de la simplicitat de les hipòtesis en què es fonamenten.

2.2.2 Coalescència de sistemes binaris d'estrelles

Una altra font de radiació gravitatòria important pot ésser un sistema binari d'estrelles que emet ones com a conseqüència de la seva rotació mútua. La idea d'aquest sistema recorda vivament la del model atòmic

de Rutherford, el qual resultava inestable a causa de la pèrdua d'energia per radiació electromagnètica, que feia caure l'electró sobre el nucli en una espècie de moviment espiral. És ben conegut com la teoria quàntica posterior va resoldre el problema de la inestabilitat dels sistemes atòmics, però el rang d'aplicabilitat d'aquesta teoria no inclou sistemes amb masses com la del Sol.

Les característiques i propietats de la radiació procedent d'un sistema de dos estels en òrbita kepleriana va ser descrita amb detall per Matthews i Peters l'any 1963. En definitiva, la física de la radiació gravitatòria emesa per un sistema binari sembla prou clara fins i tot en els petits detalls. Fins i tot tenim evidència addicional en les observacions del púlsar binari PSR 1913+16 (Taylor, 1982), les quals aporten proves explícites de la validesa de la fórmula quadrupolar (16) per la pèrdua d'energia per radiació.

Aquests fets fan dels sistemes binaris una font d'ones gravitatòries molt més interessant que les *supernovæ*, car la informació sobre aquestes és molt *neteja*, i.e., no contaminada per altres fenòmens que s'hi superposin, i d'evolució física molt clara. Com veurem més endavant, el fet de trobar-se en possessió d'informació addicional pot fer augmentar la relació senyal-soroll encara que el senyal, en si mateix, sigui més petit. La forma d'ona que genera un sistema binari es pot veure a la figura 4 qualitativament, on els efectes post-newtonians no s'han considerat: observeu com amplitud i freqüència augmenten simultàniament, tot coincidint, és clar, amb l'apropament dels dos estels. L'estimació de l'amplitud d'aquesta ona a la Terra dóna

$$h_{\text{sist binari}} \simeq 5 \times 10^{-23} \frac{100 \text{ Mpc}}{R} \left(\frac{\nu}{100 \text{ Hz}} \right)^{2/3} \quad (22)$$

suposant que es tracta de dues estrelles d'1,4 masses solars cadascuna. Observeu com aquesta amplitud depèn de la freqüència, variable amb el temps. El púlsar binari PSR 1913+16 té un període d'unes 8 hores i unes masses de l'ordre d'1,4 M_{\odot} , per tant l'estimació (22) dóna $h_{\text{PSR 1913+16}} \simeq 5 \times 10^{-27}$, massa petit. Això és completament inobservable, no tant, però, pel 10^{-27} com perquè l'ona té una freqüència molt baixa. El patró de 100 Hz a (22) és degut al fet que els detectors de tot tipus són molt sorollosos per sota dels 100 Hz, la qual cosa vol dir que les observacions s'han de limitar a la zona de l'espectre per sobre de 100 Hz.

Ara bé, *existirà* el sistema a freqüències tan altes? Perquè, és clar, freqüències molt altes impliquen una gran proximitat —d'uns 100 km per al cas anterior a 100 Hz— i, en conseqüència, una possible transferència de matèria entre les dues components, efectes de marea, etc. que comportarien la destrucció de la gran *neteja* del sistema radiant. En un treball clàssic Clark i Eardly (Clark, 1977) analitzaren la vida dels sistemes binaris d'estrelles de neutrons i forats negres. El re-

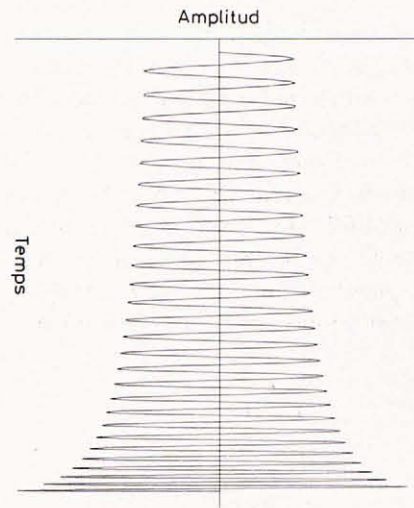


Figura 4: Forma d'ona de la radiació emesa per un sistema binari d'estrelles. El diagrama és qualitatiu, és dir, les escales sobre abscisses i ordenades no corresponen a cap sistema real concret

sultat d'aplicar les seves conclusions a un sistema de dos estels amb masses com la del Sol és que el sistema sobreviu *net* fins a $\nu = 800$ Hz, i a partir de llavors comencen a intervenir altres efectes que distorsionen el sistema ràpidament. Això encara deixa un marge d'uns quants segons (entre 1 i 10) per detectar la forma d'ona de la figura 4. El fet que hàgim d'aprofitar els últims moments de la vida del sistema és la causa que parlem aquí de la *coalescència* de sistemes binaris, car és quan aquesta s'aproxima que podem fer observacions.

Finalment, quina és la quantitat d'esdeveniments com aquest que cal esperar cada any? L'estadística, una vegada més, és incerta. Una dada curiosa és que l'únic sistema binari que s'ha pogut estudiar amb detall (PSR 1913+16) té un temps de coalescència —i.e., temps de vida abans de desaparèixer com a tal— d'1,4 $\times 10^8$ anys, és a dir, 10 vegades menys que l'edat de l'univers. Això dóna esperances fonamentades que hagin existit, fa 10^8 anys, sistemes que fossin aleshores com aquest es veu avui, la radiació gravitatòria dels quals seria en principi detectable. Diverses consideracions —en les quals no entrarem— donen un possible ritme de 3 coalescències per any dintre d'un radi de 100 Mpc. De totes maneres, gairebé tots els arguments que donen suport a aquesta conclusió són, si més no, discutibles: un marge d'error que englobés tals crítiques ens deixaria en un incert 10^{-2} a 10^2 esdeveniments per any en un radi de 100 Mpc. En tot cas haurà de ser la mateixa observació de binàries coalescents qui resolgui l'ambigüitat.

2.2.3 Púlsars, radiació de fons i d'altres

Sens dubte les binàries coalescents i les explosions de *supernovæ* són, pel que sabem avui, les fonts de radiació gravitacional amb més possibilitats d'ésser detectades en el futur més immediat. Això no vol dir, però, que no hi

hagi altres fonts que també han de resultar interessants.

Un púlsar és una estrella molt densa en rotació molt ràpida. Si fos totalment esfèrica no emetria radiació gravitatòria (Landau, 1985), però sí que ho faria en cas de tenir alguna asimetria o “bony” en la seva distribució de massa. Com que un púlsar és intrínsecament asimètric, aquest fet no es pot considerar estrany, i hom pot estimar també la intensitat que es rebria a la Terra amb aquella procedència. Un límit superior per un púlsar típic amb període de mil·lisegons dona

$$h_{\text{púlsar}} \lesssim 10^{-25} \quad (23)$$

L'avantatge de l'observació sobre púlsars és que la seva situació és coneguda per mètodes radioastronòmics, així com la seva freqüència; l'inconvenient és, però, l'extrema feblesa de les ones que genera.

En púlsars i estrelles en rotació en general es produeix un tipus de radiació gravitatòria que va ésser descrita per Chandrasekhar i Friedmann i Schutz en els anys setanta; aquest és característic de certes inestabilitats en estels rotatoris; les condicions en les quals es produeixen aquestes inestabilitats depenen fortament de les propietats de l'estrella (equació d'estat, viscositat, velocitat angular, etc.) i, una vegada més, cal càlculs numèrics. No hi ha evidència, ni que fos indirecta, de la presència d'aquestes “ones de CFS”; s'estima que

$$h_{\text{CFS}} \lesssim 5 \times 10^{-26} \quad (24)$$

Un altre efecte teòric (en el sentit anterior) són les “ones de Wagoner”; aquestes es produirien a causa de l'acreció de matèria sobre una estrella en rotació, per exemple si forma part d'un sistema binari. La radiació de Wagoner resulta ser monocromàtica i, en condicions estàndards, verifica

$$h_{\text{Wagoner}} \lesssim 2 \times 10^{-28} \quad (25)$$

Finalment hom pot pensar en l'existència d'un fons estocàstic de radiació gravitatòria, a la manera del fons electromagnètic de Penzias-Wilson, que també podria ésser detectat eventualment a la Terra. L'origen d'aquest fons pot ser divers: nucleosíntesi primordial, coalescències de forats negres en l'univers primitiu, formació de galàxies, cordes còsmiques, etc. El lector pot consultar (Thorne, 1987) per a més detalls sobre aquest punt.

En aquest últim apartat hem considerat un tipus de radiació gravitatòria que, a part d'ésser estimat més feble que el dels dos apartats anteriors, té una propietat distintiva d'aquells: la radiació que emeten és *contínua*, en contraposició a l'altre, que consisteix en formes d'ona de *curta durada*. Això vol dir, que, a base de tenir temps d'integració més llargs (pràcticament indefinits pels púlsars, per exemple), hom pot millorar la relació senyal-soroll fins a fer-los detectables.

Acabem amb això el repàs de possibles fonts de radiació gravitatòria. Hem vist que, en el millor dels casos, és *molt* feble, encara que molt més intensa de la que es pogués generar a la Terra. Estudiem a continuació de quina manera s'han construït fins ara i de quina manera es pensa construir en el futur antenes capaces d'arribar a apreciar variacions relatives de distància tan minses com tot just hem vist que és el màxim a què hom pot aspirar.

3. Observatoris de radiació gravitatòria

En la secció anterior hem vist que l'amplitud de les ones gravitacionals que puguin arribar a la Terra és realment molt petita. En el cas més favorable aquesta podria, com a molt, atansar-se a 10^{-18} , la qual cosa vol dir mesurar desviacions de 10^{-4} de les dimensions nuclears sobre una longitud de 10 metres ... la perspectiva es mostra, doncs, força negra...

El fet, però, és que quan Joseph Weber va començar a construir les seves antenes a principi dels 1960 havia sobreestimat l'amplitud de les ones gravitatòries. Els seus resultats negatius inicials van motivar la investigació de refinaments del dispositiu per augmentar-ne la sensibilitat. Avui hi ha en funcionament diverses antenes de Weber al món —vuit grups, en concret, disposen d'aquesta mena d'instrumentació—, encara que també s'ha obert una nova perspectiva amb el desenvolupament d'una nova classe de detectors basada en mètodes interferomètrics. Considerem breument els dos tipus d'antenes.

3.1 Barres de Weber

La idea de Weber no és gaire complicada: si hom penja del sostre una barra pesada d'alumini, la deixa en una posició en què no es mogui i l'aïlla fins i tot de l'aire, aleshores la interacció d'aquesta barra amb una ona gravitacional de freqüència ν es traduirà en una vibració induïda per l'ona sobre la barra amb la mateixa freqüència; això és degut al fet que la barra actua com un sistema elàstic sotmès a una força externa periòdica —la *força de marea* o desviació geodèsica de la secció 1. Si la freqüència ν és diferent de la freqüència pròpia de vibració de la barra, ν_0 , aleshores el detector és poc eficient. Però si ν és igual o molt propera a ν_0 les vibracions s'amplifiquen (ressonància) i poden arribar a ésser observables amb sensors sofisticats col·locats als extrems.

Hom pot veure que el límit quàntic no és un problema greu (les oscil·lacions s'amplifiquen prou) i en canvi sí que ho és el problema del soroll tèrmic: les oscil·lacions caòtiques degudes a l'agitació tèrmica de la barra són molt grans en comparació amb les induïdes per la radiació gravitatòria, les quals resulten totalment emmascarades. Això ha motivat una iniciativa nova: si la barra es refrigera fins a la temperatura de l'heli líquid el soroll tèrmic baixa considerablement. Això ha estat practicat en alguns laboratoris, i el resultat són

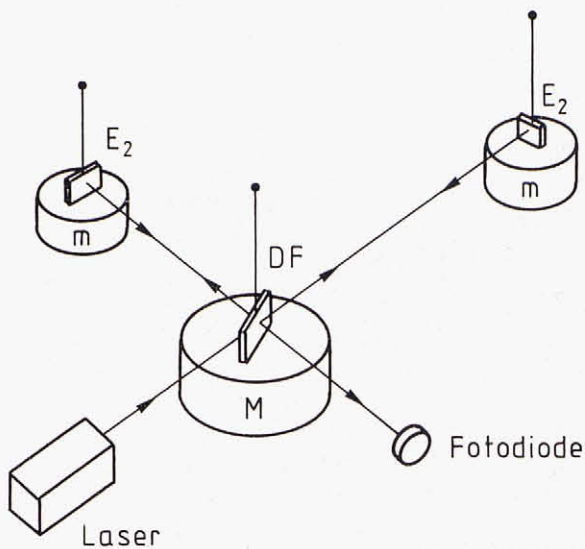


Figura 5: Diagrama esquemàtic d'una antena interferomètrica. Les masses m als extrems dels braços tenen miralls sòlidament units a aquestes; la massa M té un divisor de feix, DF , que reparteix la llum per igual entre els dos braços de l'interferòmetre quan entra en el sistema procedent del làser; posteriorment el divisor facilita que els raigs que tornen dels miralls interfereixen i vagin, combinats, al fotodiode on s'analitza el patró d'interferència. Totes les masses pegen a més lliurement possible d'un basament el més aïllat possible de tota vibració estranya

uns detectors que estan just al límit de sensibilitat de 10^{-17} o 10^{-18} . Sembla que per aquest camí s'ha arribat pràcticament al final i tanmateix no s'ha assolit la sensibilitat necessària...

3.2 Interferòmetres de base llarga

El descobriment de la interferometria al segle XIX va posar a l'abast un mètode refinat per mesurar distàncies amb una precisió impensada fins aleshores, en què el límit de la seva resolució era una fracció més o menys gran de la longitud d'ona de la llum utilitzada en l'aparell. Sembla, doncs, que l'efecte de moviment relatiu de dues masses podria ésser detectat, amb màxima precisió, per mètodes interferomètrics. Les xifres de la secció anterior, però, donen peu al pessimisme: un interferòmetre de Michelson amb un braç de, per exemple, 10 m, il·luminat amb llum visible, hauria d'ésser capaç de detectar en el millor dels casos longituds de 10^{-17} m, i.e., una fracció de 10^{-10} o encara menor de la longitud d'ona (fins i tot amb una sobreestimació de la intensitat de radiació gravitatòria). Aquest resultat va motivar inicialment l'abandó de la interferometria en favor d'un sistema de barra rígida en el qual el mètode de ressonàncies mecàniques superés la dificultat, com hem vist abans.

La impossibilitat, però, de superar el límit de 10^{-18} amb barres de Weber estimulà el retorn a l'estudi dels mètodes interferomètrics i al seu perfeccionament per assolir les sensibilitats desitjades. Com veurem a continuació els progressos realitzats durant els últims deu o quinze anys en aquest terreny han estat formidables, fins al punt d'arribar a dissenys que, quan siguin operatius (encara no hi ha cap antena de les característiques adients en funcionament), podran finalment "veure" ones gravitatòries —si tot va bé cap a final de segle.

La idea de l'interferòmetre és la tradicional (vegeu figura 5): una làmpada làser (monocromàtica) envia llum contra un divisor de feix col·locat sobre una massa M suspesa lliurement. La llum va aleshores cap als miralls que hi ha sobre les masses m , també suspeses lliurement, i torna al divisor de feix. Una part d'aquesta llum s'escapa fora de l'interferòmetre (en direcció al làser) i l'altra es recombinen (interfereix) i és analitzada en un fotodiode. Aquest té el seu punt òptim d'operació sobre la franja fosca, és a dir, si en absència de senyal les longituds dels braços són tals que el fotodiode detecta una franja fosca; així qualsevol perturbació que faci canviar la posició relativa entre masses es tradueix en una certa intensitat no nul·la en ell (a causa del corriment de tot el patró d'interferència).

Aquesta descripció tan simple mostra que l'antena interferomètrica és intrínsecament un detector de banda ampla, en contraposició amb la barra de Weber.

3.3 Classes d'interferòmetres

Quina és la longitud òptima del braç de l'interferòmetre? Ja hem vist a la secció 1.2 que si una ona arriba perpendicularment a l'interferòmetre i amb una polarització adequada, quan un braç s'allarga l'altre s'estreny. En aquestes condicions la longitud òptima del braç fóra de $\lambda/2$, la meitat de la longitud d'ona de la radiació gravitatacional. Per a un senyal de, per exemple, 1000 Hz això dóna 150 km ...

Per evitar haver de construir una antena de dimensions tan gegantines s'han ideat dues classes de dispositius, prototipus dels quals a petita escala ja existeixen en diversos laboratoris a Europa i l'Amèrica del Nord.

3.3.1 Delay lines (línies de retard)

Es dóna aquest nom a un sistema en el qual el feix de llum que entra en cada braç de l'interferòmetre és obligat a fer múltiples reflexions abans de tornar a sortir. Això s'aconsegueix mitjançant un mirall addicional (per braç), situat després del divisor del feix (vegeu figura 6). Aquest mirall té un petit forat pel qual travessa la llum i una curvatura adient que fan que el raig reboti successivament entre ell i el de l'extrem del braç fins que torna a sortir pel mateix forat que ha entrat. El disseny és tal que els camins dels raigs dintre l'espai entre els miralls no es creuen mai, i així l'efecte net és que la llum ha recorregut un camí diverses vegades més llarg que la longitud del braç de l'antena: amb 25 reflexions per mi

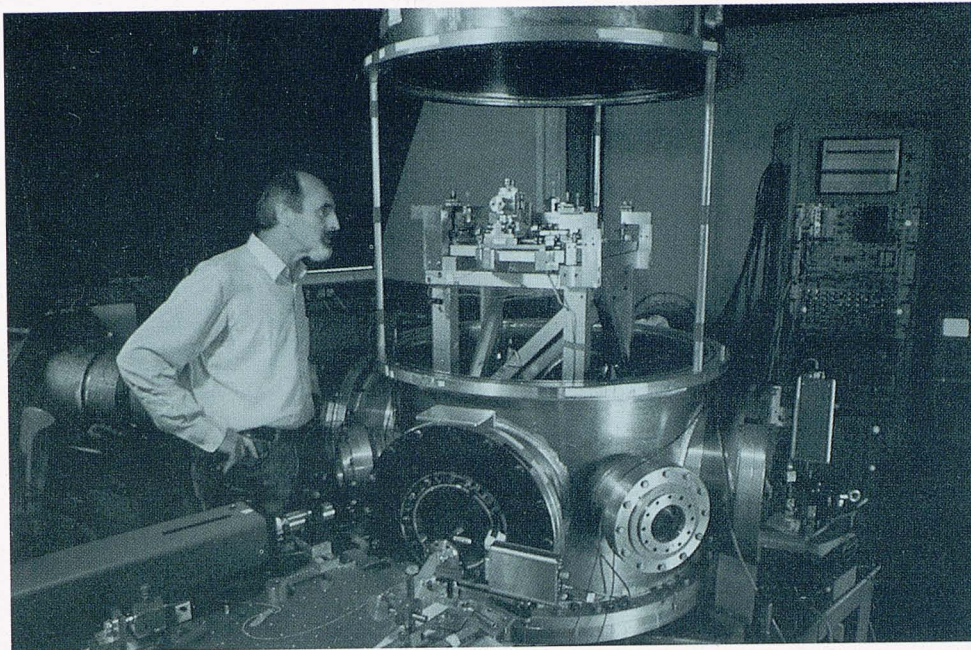


Foto 1: Els dispositius òptics en la cavitat central de l'antena. Noteu com els braços de l'antena surten perpendicularment cap a l'esquerra i cap al fons de la fotografia. (Fotografia cedida per Roland Schilling, del Max Planck Institut für Quanten Optik, Garching bei München)

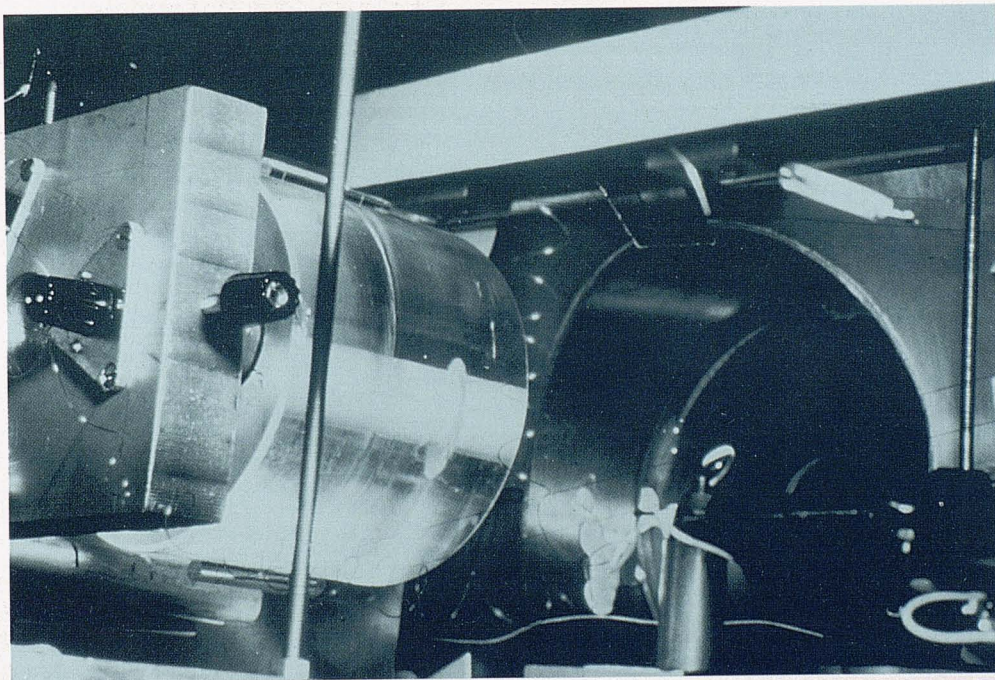


Foto 2: Massa del final del braç de l'antena. (Fotografia cedida per James Hough del Departament de Física i Astronomia de la Universitat de Glasgow)

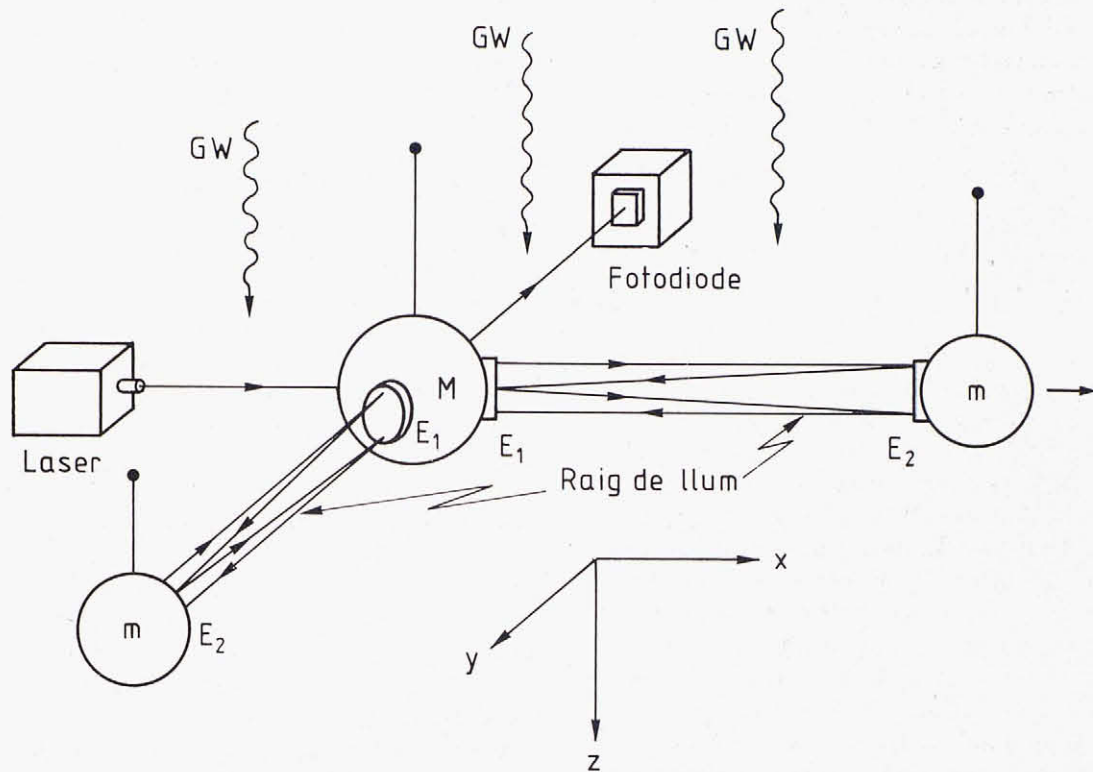


Figura 6: Esquema d'una "delay line": els raigs són obligats a fer reflexions múltiples dintre cada braç abans de tornar a sortir pel mateix forat per on entraren al sistema. Per simplicitat el dibuix només mostra tres reflexions. Noteu la presència de dos miralls de més respecte a la figura anterior, els quals també van adherits a la massa central del dispositiu

rall i un braç de només 3 km s'assoleix, doncs, un interferòmetre amb llargada efectiva de 150 km. De fet és aquest el tipus d'antena que es projecta construir en un futur gairebé immediat.

3.3.2 Cavitats de Fabry-Pérot

El sistema que acabem de descriure té totes les característiques essencials d'un interferòmetre de Michelson. Una idea alternativa, però, va ésser proposada el 1980 pel grup d'investigadors de Glasgow. Aquest grup proposà convertir l'espai entre els dos miralls que formen la *delay line* (línia de retard) en una cavitat òptica ressonant. Això s'aconsegueix posant el mirall d'entrada amb una reflectivitat adient. L'interferòmetre funciona aleshores mantenint un dels braços permanentment en ressonància —mitjançant relès que corregeixen qualsevol desviació— i mesurant les desviacions respecte d'ella que tenen lloc a l'altre com a conseqüència que hi arriba una ona gravitatòria. La longitud de les cavitats pot mantenir-se en uns 3 km i la simulació d'una longitud més gran s'assoleix ajustant la reflectivitat del mirall d'entrada de forma que el temps d'emmagatzemament de la llum en la cavitat sigui igual a la meitat del període

de l'ona gravitatòria, p.e., un mil·lisegon.

Tant un sistema com l'altre donen prestacions molt semblants, no es pot dir que un sigui clarament millor. Els avantatges i inconvenients d'ambdós estan més o menys compensats, i és de suposar que quan hi hagi construït més d'un detector tots dos models coexistiran. Per exemple, en una *delay line* (línia de retard) el problema de la debilitació del feix en les successives reflexions no existirà en les cavitats. D'altra banda, els problemes d'alineació en un Fabry-Pérot són més difícils de resoldre (Thorne, 1987).

3.4 Soroll en el detector. Recycling

Una pregunta que, sens dubte, el lector s'haurà fet fa estona (si ha suportat la lectura fins aquí...) és: a qui se li pot acudir que sigui possible mesurar variacions de distància més petites que la mida d'un nucli atòmic? És que la gent que pensa a detectar radiació gravitatòria tan feble s'ha oblidat de la física quàntica i del principi d'indeterminació d'Heisenberg?

La pregunta és molt justa. Tractarem, però, de veure que un càlcul molt senzill revela que aquest principi fonamental no està en conflicte amb les expectatives de

sensibilitat requerides. Si m és la massa que l'ona gravitatòria ha de fer moure i $\delta\ell$ la distància que es desplaçarà de l'equilibri, la seva velocitat típica serà $\nu\delta\ell$, on ν és la freqüència de la radiació gravitatacional —que indueix un moviment de la mateixa freqüència sobre la massa m . La seva quantitat de moviment serà, doncs, típicament $\delta p \simeq m\nu\delta\ell$. El principi d'Heisenberg diu que $\delta p \delta\ell \gtrsim \hbar$ (amb \hbar la constant de Planck), la qual cosa vol dir que $m\nu\delta\ell^2 \gtrsim \hbar$, és a dir, el límit quàntic sobre $\delta\ell$ és

$$\delta\ell_{LQ} \simeq \left(\frac{\hbar}{m\nu}\right)^{1/2} \quad (\text{límit quàntic}) \quad (26)$$

Si prenem $m = 100$ kg i $\nu = 1000$ Hz, per a una longitud de braç $L = 40$ m, ja resulta $\delta\ell_{LQ}/L \simeq 10^{-21}$ i per a $L = 4$ km, $\delta\ell_{LQ}/L \simeq 10^{-23}$. En últim terme, la clau està en fer ús de masses molt grans —a l'exemple hem agafat el valor raonable de $m = 100$ kg— que, per altra part, no dificulta les mesures car, com és sabut, l'acceleració que la gravetat imprimeix a un cos és independent de la seva massa. En realitat hi ha problemes molt més greus que dificulten l'accés a les sensibilitats desitjades. Aquests són els derivats de les diverses classes de soroll que provoquen moviments aleatoris de les masses amb amplituds molt més grans que $\delta\ell_{LQ}$ i que poden soterrar seriosament el senyal que pugui arribar a l'antena: són els derivats d'instabilitats en la freqüència de la llum, soroll tèrmic, sísmic i ambiental, soroll en l'estadística del comptatge de fotons en el fotodíode i un llarg etcètera. El lector trobarà una descripció detallada de totes aquestes fonts de soroll a (Thorne, 1987); aquí només gastarem unes paraules per referir-nos al soroll en el fotodíode. Aquest també té origen quàntic (es compten *fotons*) i és el que, en principi, pot posar barreres més serioses a l'eficiència de l'antena.

3.4.1 Comptatge de fotons en el fotodíode

Com ja hem dit més amunt, l'interferòmetre adquireix la màxima sensibilitat quan el fotodíode treballa sobre una franja fosca, i.e., quan l'aparell es disposa de manera que, en absència de senyal, la llum interfereix destructivament al punt d'observació (fotodíode). Aquest mètode, en situació ideal, pressuposa que, a falta de senyal, el fotodíode compta zero fotons i, en presència de senyal, en compta un cert nombre; hom pot calibrar el sistema per tal de traduir a centímetres de desplaçament dels miralls el nombre de fotons comptats pel fotodíode.

La situació real, però, és lleugerament més complexa, atès que un comptador de fotons comet errors —pot registrar fotons quan, de fet, no hi ha senyal (*falsa alarma*) i, a l'inrevés, no comptar-los quan, de fet, hi ha senyal (*fals rebuig*). Això determina que el senyal s'ha d'extreure d'un fons *estocàstic* de falses alarmes i falsos rebuigs o, en altres paraules, *d'un fons de soroll*.

Aquest soroll és tècnicament conegut com *shot noise* (és a dir, soroll en la detecció d'esdeveniments puntuals o *shots*). En la hipòtesi més senzilla (i bastant acurada en la pràctica), aquest soroll és blanc i gaussià al fotodíode. Hom pot així calcular quin és l'ordre de magnitud del desplaçament en els miralls que equival a aquestes fluctuacions degudes al *shot noise*; s'obté

$$\delta\ell_{SN} \simeq \left(\frac{\hbar\lambda c}{8\pi I\tau}\right)^{1/2} \quad (27)$$

on \hbar és la constant de Planck; λ , la longitud d'ona de la llum en l'interferòmetre; c , la velocitat de la llum; I , la potència efectiva (en watts) de la font lluminosa i τ , el període de l'ona gravitatòria. Com abans, (27) expressa el límit de desplaçaments detectables a causa del *shot noise*: llevat que l'ona gravitatòria provoqui desplaçaments superiors a $\delta\ell_{SN}$, aquests quedaran totalment emmascarats pel soroll. L'amplitud corresponent de l'ona gravitatòria que hom pot detectar amb un interferòmetre de L metres de longitud és

$$h_{SN} = \frac{\delta\ell_{SN}}{L} \simeq 10^{-19} \quad (28)$$

per a $L = 3$ km, $\tau = 1$ mil·lisegon, $\lambda = 5,14 \times 10^{-7}$ m i $I = 10$ watts, dades corresponents als projectes en desenvolupament.

Com es pot apreciar, aquest detector està encara al límit de detectabilitat de gairebé qualsevol senyal esperat. Per altra part, el soroll de comptatge de fotons imposa restriccions molt més severes que el principi d'Heisenberg i cal, en conseqüència, intentar reduir-lo tot el que sigui possible.

Veiem a (27) que una manera de fer-ho fóra augmentar la potència I del làser. Actualment els làsers en funcionament treballen amb una eficiència molt reduïda —al voltant del 0,2%— però hom pensa que es podran assolir fins a 100 watts eficaços en un futur. Els làsers d'infraroig, tipus Nd:YAG, semblen prometedors respecte a això. Encara, però, hom requereix un esforç investigador important en òptica quàntica.

3.4.2 Reciclatge de la llum

Per què un augment de la intensitat de la llum dóna més resolució a l'antena? La resposta és ben simple: més intensitat vol dir més fotons, per tant una estadística més rica i una pèrdua d'importància dels errors de comptatge —que, clar, només depenen del fotodíode. Observeu que la sensibilitat (27) va com $I^{-1/2}$, i.e., com l'arrel quadrada del nombre de fotons, d'acord amb la llei dels grans nombres.

Al 1983 R. Drever, de la Universitat de Glasgow, va idear un procediment per aprofitar millor els mitjans existents. Drever va fer notar que, si l'interferòmetre treballa sobre una franja fosca, gairebé tota la llum que retorna al divisor de feix després de reflectir-se en els miralls del detector surt d'aquest cap al làser i es perd.

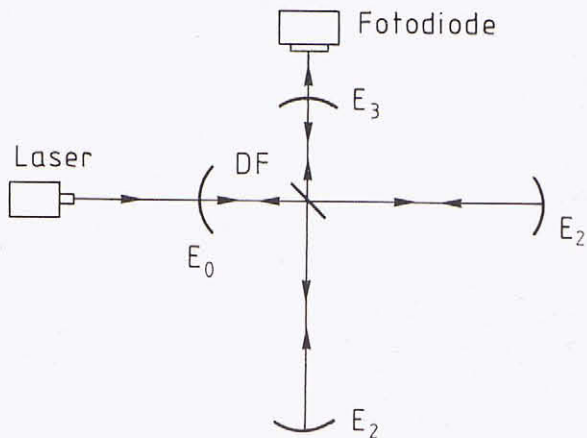


Figura 7: Detector amb llum reciclada: el mirall M_0 recicla tota la potència que es perd quan el fotodiode treballa sobre la franja fosca d'interferència. El mirall M_3 , en canvi, recicla el propi senyal que arriba al fotodiode; sembla una mica antiintuïtiu que posar el mirall davant el fotodiode tingui com a efecte una amplificació del senyal...

Per què no, aleshores, posar un altre mirall *abans* del divisor de feix que faci tornar la llum cap a dintre del sistema? Així el nombre de fotons de què hom disposa en un moment donat dintre d'ell serà més gran i la sensibilitat del detector augmentarà. L'esquema és el de la figura 7 i rep el nom genèric de *light recycling*, reciclatge de la llum. De la mateixa manera que totes les bones idees, aquesta és simple. El mèrit rau a trobar la reflectivitat i la posició adients del mirall reciclador perquè sigui eficient, i.e., perquè la llum que surt cap enfora del sistema interfereixi destructivament amb la que prové del làser i eviti la pèrdua de llum de què parlàvem abans. Hom pot demostrar que el factor de millora de sensibilitat ve donat per

$$\mathcal{R} \simeq (1 - R)^{-1/2} \left(\frac{L}{c\tau} \right)^{-1/2} \quad (29)$$

on R és la reflectivitat dels miralls als extrems dels braços de l'interferòmetre, i els altres paràmetres són com a (27). Comptant que ja existeixen miralls de qualitat molt alta —amb coeficients de reflectivitat prop de 0,99995— (29) dona que \mathcal{R} supera el valor de 10^3 , la qual cosa posa el llindar de detecció a

$$h_{\text{SN}}^{\text{reciclatge}} \simeq 10^{-22} \quad (30)$$

i això “ja és un altra cosa...” Amb aquesta sensibilitat un pot començar a *fer-se il·lusions*.

Des que aquesta idea es va fer pública s'han investigat diferents formes de millorar-ne les prestacions segons quina classe de senyal es vulgui detectar. Només esmentarem la més interessant. Rep el nom de “*reciclatge dual*” (*dual recycling*) i consisteix a reciclar no només la

llum *principal* sinó també la que va al fotodiode, i.e., el *senyal* mateix: si no hi ha senyal no es recicla res, però si n'hi ha es troba que encara millora la sensibilitat en un factor entre 1 i 10 segons els casos. Aquest disseny permet manipular l'antena amb flexibilitat perquè sigui de banda ampla o estreta, fa així de la interferometria amb base llarga una tecnologia de molta més versabilitat i sensibilitat que les barres de Weber, i superar fins i tot les expectatives inicials.

A la figura 8 es pot veure quins són els valors comparats de soroll en l'antena i de senyals curts: *supernovæ* al cúmul de Virgo i binàries coalescents típiques. En el rang de freqüències mostrat s'aprecia la possibilitat efectiva de *detectar* aquests senyals, car la seva amplitud és més gran que la del soroll en un cert interval. L'amplitud es dona en equivalent *després del filtratge òptim* —vegeu més avall.

3.5 Anàlisi de les dades

Malgrat la sensibilitat assolida, és encara difícil treure conclusions simplement mirant “a ull nu” les dades subministrades per l'antena. Si, per exemple, arribés un pols d'un mil·lisegon de duració amb una amplitud de 10^{-22} (una supernova, p.e.) podria resultar impossible veure'l en un tram de dades de diverses hores: té la mateixa alçada que el soroll de fons en terme mitjà; i el més fàcil és que aquest pols no sigui tan intens en l'antena si aquesta no està orientada òptimament —i.e., amb els braços en el pla perpendicular a la direcció de propagació. Òbviament un interferòmetre de 3 km de braç no pot fer-se girar com un telescopi!

Això vol dir que es requereix un mètode d'anàlisi de dades que permeti localitzar amb eficiència la presència o no de senyals a la sortida del detector. Evidentment aquest mètode variarà segons quin és el tipus de senyal que es busqui. La manera d'emmagatzemar dades i la seva anàlisi eficient és un tema molt complex que requerirà l'ús d'ordinadors amb unes característiques que estan encara per desenvolupar. No entrarem aquí en detalls, però farem un breu esment d'un tipus especial de filtre que té rellevància conceptual i que és d'utilitat en diversos casos d'interès. Es tracta del *matched filter* (filtre adaptat).

3.5.1 El filtre adaptat (*matched filter*)

Hi ha un teorema molt important sobre filtres en la teoria de detecció de senyals que es diu teorema del *matched filter* (Helstrom, 1968). Aquest teorema diu que, si el senyal que es busca en una determinada sèrie temporal de dades té forma coneguda, aleshores hi ha un filtre que és el millor de tots els possibles que hom pot construir: aquest és el *matched filter*. Funciona de la manera següent.

Donada la sèrie de dades $y(t)$ —que resulta de la superposició d'un senyal conegut $h(t)$ i un soroll $n(t)$, i.e., $y(t) = h(t) + n(t)$ — hom construeix la correlació

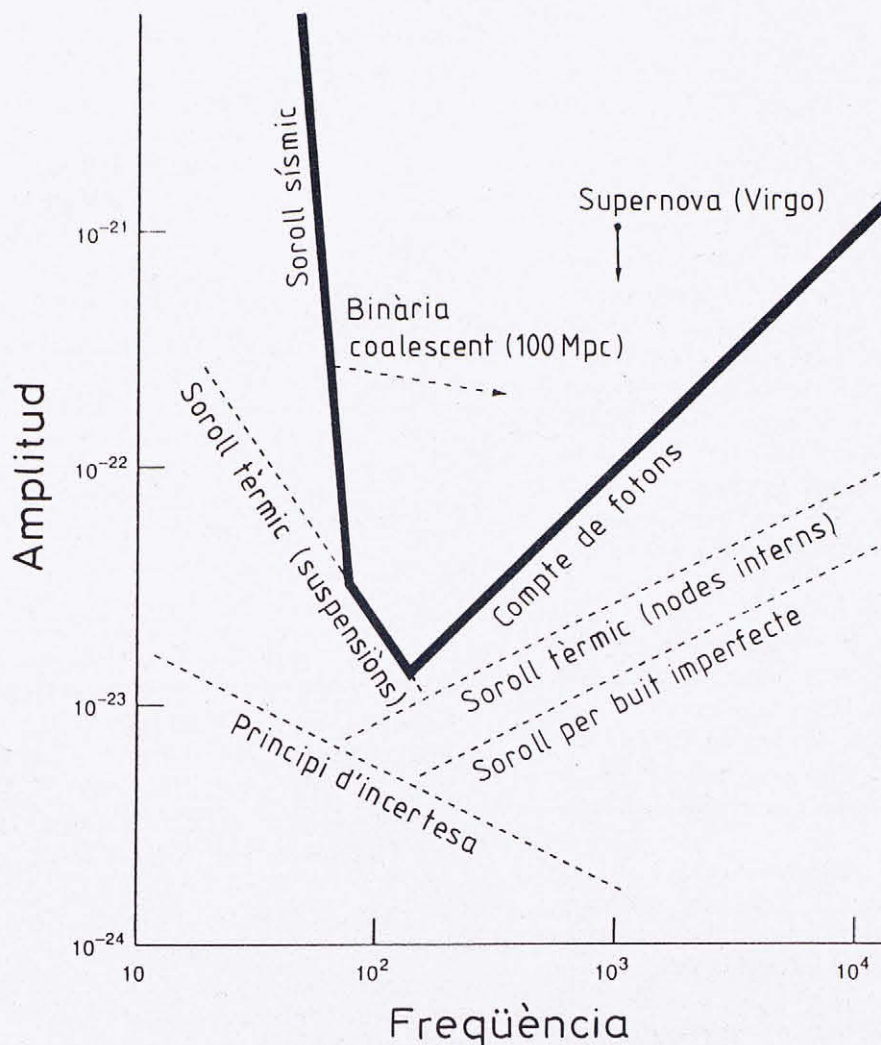


Figura 8: Gràfic de les diverses fonts de soroll en un detector treballant amb reciclatge de la llum i banda ampla, comparat amb la intensitat de la radiació gravitatòria de senyals de curta durada: binàries i supernovæ. L'amplitud d'aquests senyals s'entén que és després de filtrar-los amb el filtre òptim (matched filter). La línia en negreta representa la suma de totes les fonts de soroll en l'antena: un senyal amb amplitud per sota d'aquesta no pot ésser detectat. Observeu que la zona de màxima sensibilitat de l'aparell és entre 100 i 1000 Hz, i és allà, per tant, on s'han de buscar senyals. El parell de casos típics mostrats en el diagrama il·lustra la possibilitat real de detectar aquests senyals

$$C(\tau) = \int_{t_1}^{t_2} y(t) h(t + \tau) dt \quad (31)$$

entre les dades i una forma d'ona idèntica a la que hom suposa que està enterrada dintre $y(t)$ i no es veu. Com que la posició de la veritable $h(t)$ no és coneguda, es fa l'operació (31) per a tot un conjunt de posicions del filtre, donades per τ , respecte a aquesta $h(t)$. És clar que quan, en aquest moviment del filtre, encertem exactament a col·locar-lo sobre l' $h(t)$ que realment és a $y(t)$, $C(\tau)$ donarà un pic, indicant així la presència del senyal. En la figura 9 hem simulat un exemple numèric d'aquest procés. El gràfic superior mostra un conjunt de dades (simulades per ordinador) que consisteixen en soroll (gaussià i blanc) superposat a un senyal com el de

la figura 4. Aquest en resulta tant amagat que, mirant el gràfic, és rigorosament impossible de dir si el senyal hi és o no, àdhuc sabent amb exactitud quina forma té. El coneixement d'aquesta forma, però, és molt útil per construir un "matched filter". El gràfic inferior de la figura mostra el resultat del filtratge —és a dir, la funció $C(\tau)$ de (31). La presència d'un pic molt prominent delata la presència del senyal en les dades. Un calibratge adient de les escales de temps indica la posició de la forma d'ona buscada.

El teorema també diu que la relació senyal-soroll que hom obté mitjançant aquest filtratge —*grosso-modo*, la raó entre l'alçada del pic de $C(\tau)$ i el valor mitjà fora del pic— ve donada per

$$(S/N)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\tilde{h}(\omega)|^2}{S(\omega)} d\omega \quad (32)$$

on $\tilde{h}(\omega)$ és la transformada de Fourier del senyal i $S(\omega)$, la densitat espectral del soroll, on ambdues són quantitats conegudes. Aquesta metodologia va ésser desenvolupada pels enginyers de radar i telecomunicacions, car ells coneixen freqüentment el tipus de senyal que esperen rebre. En el nostre cas això succeirà quan ens trobem en la mateixa situació, la qual cosa té possibilitats d'ocórrer amb els senyals de binàries coalescents descrit a la secció 2.2.2. La investigació detallada d'això dona resultats esplèndids: la relació senyal-soroll després del filtratge pot arribar a valors per sobre de 30 per a sistemes típics. Valors tan alts dissiparien qualsevol dubte sobre la presència d'aquest tipus d'ona gravitatòria en l'antena.

Així i tot encara hi ha problemes: la forma d'ona d'un sistema binari és coneguda *qualitativament*, però depèn d'uns paràmetres *quantitativament* desconeguts, com són les masses dels estels i els paràmetres de la seva òrbita, els quals determinen la forma d'ona precisa, i.e., quines són l'amplitud, la freqüència i la fase en l'instant inicial, i quin és el ritme de variació temporal d'aquestes tres quantitats.

Aquest desconeixement *quantitatiu* fa que el filtre òptim sigui desconegut "a priori". Cal disposar d'una col·lecció de filtres que cobreixi una gamma de formes d'ona que contingui la buscada. La decisió sobre si realment hi ha senyal o no es prendrà filtrant les dades amb tots els filtres de la col·lecció i comprovant si algun d'ells produeix un resultat semblant al de la figura 9: si és el cas, direm que hi ha senyal i que els seus paràmetres són els del filtre emprat. En cas contrari, la qüestió és més complexa: pot ser degut a què senzillament no hi hagi senyal, o pot ser degut a una mala elecció de la gamma de filtres.

3.6 Xarxes d'antenes

Abans de cloure aquesta secció dedicarem unes línies a descriure breument el que hom pensa que serà una xarxa mundial d'antenes gravitatòries.

En primer lloc hi ha un fet prou evident, que ja hem esmentat de passada: un interferòmetre de la mida proposada (3 km × 3 km) no té la versatilitat d'un telescopi, el qual pot orientar-se cap a qualsevol direcció en el cel. Un detector d'ones gravitatacionals com el descrit està, per tant, lligat a romandre sempre en la mateixa posició. Això vol dir que l'únic que pot aportar és una funció del temps, de fet la funció $\ell(t) - \ell_0$ de la fórmula (2.9). Noteu, però, que solament amb aquesta informació no és possible conèixer $h_+(t)$ i $h_\times(t)$ individualment, ni tampoc la procedència del senyal.

Vegem: per determinar completament una ona gravitatacional és precís conèixer les cinc quantitats següents:

$$h_+(t), h_\times(t), \theta, \varphi, \psi \quad (33)$$

$h_+(t)$ i $h_\times(t)$ són les dues amplituds fonamentals de l'ona, (θ, φ) és la direcció de la visual des de l'antena a la font i ψ és l'angle entre el semieix de l'el·lipse de polarització i una línia adient sobre l'antena —per exemple un braç².

Per determinar unívocament cinc quantitats, com les (33), ens calen *cinc* conjunts de dades. Així doncs, caldrà construir cinc detectors per tenir tota la informació —almenys en principi. En realitat amb tres n'hi ha prou: un conjunt de tres antenes que "vegin" una certa ona gravitatacional produeix tres conjunts de dades, és clar, però *també* dues diferències temporals $\Delta t_{12}, \Delta t_{13}$ entre els instants en què el senyal arriba a l'antena 1 i a la 2 i entre la 1 i la 3. Aquestes dues peces addicionals d'informació resulten suficients per completar el coneixement de tots els paràmetres (33) amb només tres detectors. Per tal que el mètode sigui practicable, és necessari que el temps d'arribada d'un senyal a l'antena es pugui determinar amb una precisió de, com a mínim, un mil·lisegon que és el temps que la radiació gravitatacional inverteix en recórrer 300 km en línia recta. Sembla raonable una xifra així si hom pensa que els llocs on possiblement es construiran les primeres antenes a Europa i Amèrica disten longituds entre 10 i 20 vegades 300 km. En tot cas una política de construcció d'observatoris d'ones gravitatòries arreu del món hauria de tendir a buscar emplaçaments que permetessin una bona triangulació, i.e., llocs tant poc alineats, i també tant distants entre si, com sigui possible.

No seria gaire sorprenent que en el termini d'uns anys hi hagués diversos observatoris gravitatacionals al món, fins i tot més de tres. Deixant de banda la necessitat d'una xarxa per a resoldre el problema invers (33), disposar de diversos detectors observant el mateix fenomen és, des del punt de vista de la ciència, molt saludable. Això contribueix d'una manera evident a augmentar la seguretat sobre si cert esdeveniment realment va tenir lloc o no —en condicions normals *totes* les antenes haurien de veure'l, no només una o dues en tota la xarxa! En el moment actual estem començant a acostumar-nos a un "*credulisme*" poc en línia amb els supòsits més bàsics de la investigació científica: la sofisticació dels aparells de mesura i el seu cost astronòmic dicta unes restriccions objectives a les possibilitats de repetició, en circumstàncies potser diverses, de moltes experiències rellevants per a tal o qual teoria fonamental, i aquest fet fa que sovint es doni per "sòlidament establert" quelcom que no ha pogut ésser degudament contrastat.

²El problema de determinar totes les quantitats (33) a partir de les dades empíriques rep el nom genèric de 'problema invers'. La solució de problemes inversos és present a gairebé qualsevol branca de la investigació física, química, d'enginyeria, etc. on hi hagi un model o una teoria la validesa dels quals es vol sotmetre a prova.

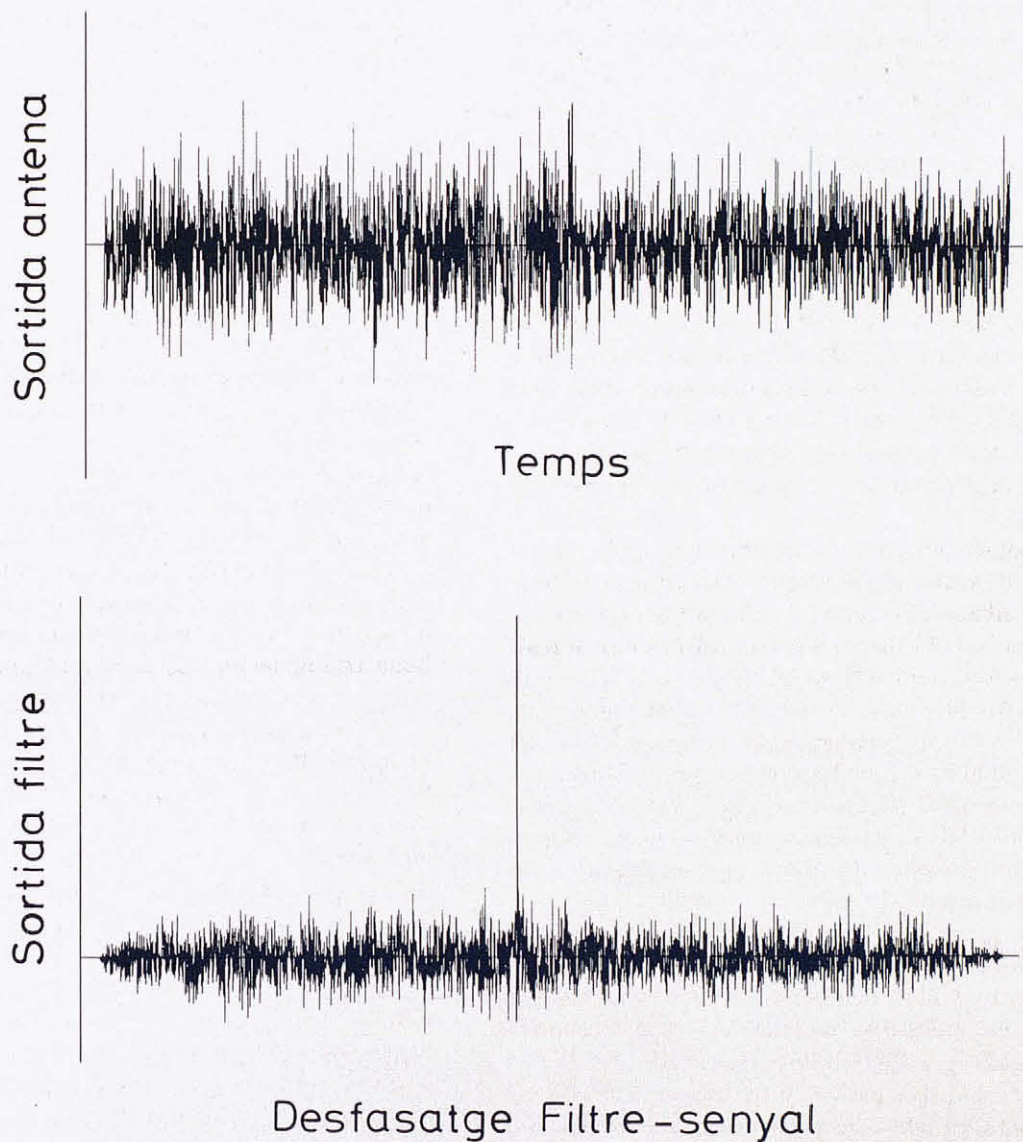


Figura 9: Exemple simulat de com funciona el matched filter. En el primer diagrama es veu un conjunt sorollós de dades: consisteix en el senyal de la figura 4 superposat aditivament amb soroll blanc gaussià. Aquest no és el cas més realista per al nostre problema però és suficient per veure el funcionament del filtre. Al segon diagrama es pot veure com es produeix un pic en la funció $C(\tau)$ de (31) que correspon a quan el filtre i el senyal real se superposen exactament en el procés de correlació creuada que s'aplica entre aquest i les dades

El projecte de construcció d'una xarxa mundial d'antenes gravitacionals pot donar així una perspectiva esperançadora pels que creuen (creiem) que una teoria com la relativitat general és fonamental i ha d'ésser per tant posada a prova amb el màxim rigor.

4. Quin és l'estat actual dels projectes arreu del món?

Dedicarem aquesta última part a donar alguns detalls anecdòtics sobre qui està treballant i en quins projectes concrets, quina idea hom té sobre l'escala de temps de l'entrada en servei de les noves antenes, quin és l'ordre de magnitud dels pressupostos, etc. Ens referirem específicament als detectors interferomètrics, ja que, com hem vist, les barres de Weber semblen haver tocat un sostre de sensibilitat.

4.1 Els projectes europeus

A Europa hi ha dos projectes independents per construir antenes gravitatòries interferomètriques. Aquests són l'anglo-alemany i l'italo-francès (també anomenat "VIRGO"). Aquests grups són resultat de la fusió dels grups originals en els respectius països, i són la conseqüència de la necessitat de repartir les grans despeses que originaran aquests projectes entre diverses fonts de finançament.

De tots aquests grups, els que tenen més experiència —acumulada durant els últims 10 o 15 anys— són sens dubte els britànics (Glasgow) i els alemanys (Garching, prop de Munic). El primers porten 12 anys treballant en un prototipus amb un interferòmetre de braços de 10 m, cada un dels quals es comporta com una cavitat de Fabry-Pérot. Els alemanys, per la seva part, van començar ja l'any 1974 amb un prototipus de només 3 m de braç i l'any 1983 en van construir a Garching (pocs kilòmetres al nord-est de Munic) un una mica més gran —30 m. Tant l'un com l'altre han funcionat com a *delay lines* (interferòmetres de reflexió múltiple).

Tant el prototipus escocès com l'alemany tenen una sensibilitat limitada: al principi era molt pobre; l'aprenentatge al llarg dels anys ha permès millorar-la força, però és impossible superar amb aquests models a petita escala la sensibilitat de las barres de Weber criogèniques. La seva utilitat ha estat, i encara és, revelar insospitades fonts de soroll i ésser banc de proves per a tota mena d'assaigs que s'han dut a terme per tal de reduir-lo, etc.

El març de 1989 els dos prototipus de Glasgow i Garching van realitzar simultàniament una presa de dades que va durar 100 hores. Això va ésser un "assaig general" d'operació conjunta, tot i que les condicions de treball no van ésser fixades amb l'objectiu de detectar senyals. La presa de dades, però, ha servit per augmentar el coneixement dels problemes reals que es presenten en la pràctica i per esbrinar molt més a fons les fonts de soroll que genera l'antena.

Els grups italians (Pisa i Roma) i francesos (Orsay, prop de París) tenen una experiència més limitada, i s'han especialitzat en sistemes de suspensió i en òptica, respectivament. Malgrat això el projecte conjunt VIRGO es perfila força vigorós de cara al futur.

4.2 Els americans

Als Estats Units també hi ha una certa tradició en la investigació d'aquest tipus d'instrument —de fet algunes idees pioneres es van originar allà, però no van prosperar a causa de restriccions pressupostàries. Actualment hi ha un prototipus Fabry-Pérot al Caltech (California) i un altre amb *delay lines* al MIT (Massachusetts), tots dos amb braços com el prototipus de Garching aproximadament. Aquests grups també han unificat esforços de cara a la consecució d'un projecte americà amb braços de longitud quilomètrica.

4.3 La resta del món

Els projectes comentats són els constituïts més sòlidament en el moment actual. S'ha sentit parlar també d'altres països que podrien eventualment donar suport al desenvolupament d'aquesta mena d'investigació al seu sòl, com la Unió Soviètica, la Xina, Austràlia, etc. Les perspectives, però, que això sigui real semblen a més llarg termini. Un país que està fent un esforç significatiu en la col·laboració internacional és l'Índia: allí hi ha diversos grups d'investigació experts tant en la teoria com en òptica; la coordinació de tots aquests grups s'ha de realitzar encara, però no fóra inversemblant que, a mig termini, hom pogués comptar amb un nou projecte real.

Cal, finalment, fer esment que ni Catalunya ni Espanya participen, de moment, ni tan sols en els projectes més propers d'aquí Europa.

4.4 Costos

El capítol de despeses és necessàriament incert, ja que els endarreriments en l'execució de les obres, etc., introdueixen modificacions.

L'any 1989 es va consumir l'acord entre Alemanya i Gran Bretanya per construir un observatori de radiació gravitatòria d'ús comú. Traduït a pessetes de 1989 l'estimació global era d'uns 7000 milions per tota l'obra civil, instrumentació i serveis i es preveïen unes despeses de funcionament d'uns 200 milions més per any —incloent-hi manteniment i salaris del personal.

El projecte VIRGO encara no es troba en un estadi tan avançat, però les limitacions pressupostàries i els endarreriments consegüents fan que, en el moment d'escriure aquest article, es pensi en constituir un sol grup europeu per poder disposar d'un major nombre d'hipotètiques fonts de finançament. Quant als americans, recentment s'ha aprovat un pressupost per iniciar les obres després d'una sèrie de rebuigs previs. Si tot es manté d'acord amb el programa establert, l'antena

començarà a produir dades sistemàticament d'aquí a sis o vuit anys, cap al canvi de segle.

6. Conclusió

Hem donat fins aquí una perspectiva àmplia, per bé que poc detallada en cada punt concret, de quin és l'estat de coses en un dels camps més interessants de la física fonamental d'aquest fi de segle. La teoria de la relativitat general és, majoritàriament, poc polèmica: tota l'ortodòxia de la física teòrica n'accepta no només els postulats sinó el caràcter geomètric intrínsec i les equacions d'Einstein. Aquesta ortodòxia s'estén fins i tot pels dominis dels teòrics més especulatius, que busquen les regles de quantificació del camp gravitatori, la "teoria de tot", etc.

No deixa d'ésser curiós que un camp d'investigació que aglutina tantíssima gent tingui tan pocs arguments empírics sòlids en favor de la seva validesa. Més encara, tots ells aporten confirmacions de la teoria únicament en casos límit de camps gravitatoris extremadament febles.

La detecció efectiva (o no) de radiació gravitatòria aportarà nous testimonis valuosos al cas. Tot i tractar-se de camps febles, els camps gravitatoris de radiació tenen unes propietats molt específiques de polarització, propagació, etc. L'anàlisi d'aquests camps ofereix perspectives noves i interessants de posar a prova la relativitat general i, eventualment, d'altres teories alternatives del camp gravitatori.

El que acabem de dir, però, no és l'únic focus d'interès en el desenvolupament dels projectes de detecció d'ones gravitacionals. La *finestra gravitatòria* posarà a l'abast de la ciència un nou món de possibilitats per explorar l'univers exterior, des dels forats negres als problemes cosmològics. Sense entrar en detalls heus ací

una petita llista de possibilitats:

- a) Determinació de la constant de Hubble amb errors menors que el 10%. Això es pot fer observant coalescències de sistemes binaris. A mesura que millori la sensibilitat de les antenes s'arribarà a poder mesurar també el paràmetre de desceleració.
- b) Augment del nombre d'esglaons en l'escala còsmica d'indicadors de distància.
- c) Determinació de la densitat de massa en regions de l'univers. Això té una transcendència cosmològica evident (matèria fosca, densitat crítica,...).
- d) Imposició de límits sobre les equacions d'estat de la matèria a molt alta densitat; això també dependrà de l'observació de coalescències de sistemes d'estrelles molt denses.
- e) Caracterització d'efectes evolutius de l'univers i dels seus estats molt primitius.
- f) La possible detecció d'un fons estocàstic de radiació gravitacional seria, a la vegada, d'un interès excepcional.
- g) Etc.

Aquesta llista depèn de la imaginació de qui l'ha feta. Podria ésser més llarga, és clar. Del que pot haver-hi pocs dubtes és que, quan les antenes planejades entrin en funcionament, hi haurà sorpreses: per molt que especulés abans d'embarcar, Orellana no va descriure la selva amazònica fins que no va arribar a l'estuari atlàntic, molts quilòmetres a l'est del punt de partida ...

Agraïments

Aquest treball ha comptat amb suport econòmic de l'Institut d'Estudis Catalans gràcies al contracte PB90-0482-C02-00 amb la CICYT del Ministerio de Educación y Ciencia.

Bibliografia

- EINSTEIN, A., "Zur elektrodynamik bewegter Körper", *Annalen der Physik*, **17**, 891-921,(1905).
- EINSTEIN, A., *El Significado de la Relatividad*, Espasa-Calpe, Madrid (1971).
- EINSTEIN, A., "Die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie", *Annalen der Physik*, **49**, 769-822 (1916).
- LANDAU, L.D. LIFSCHITZ, E.M., *The Classical Theory of Fields*, Pergamon, Oxford, quarta edició anglesa (1985).
- KROLAK, A. i SCHUTZ, B.F., "Coalescing Binaries, Probe of the Universe", *GRG*, **19**, 1163-1171 (1987).
- THORNE, K., "Gravitational Radiation", *300 Years of Gravitation*, S.W. Hawking & W. Israel, editors; 330-458, Cambridge University Press, Cambridge (1987).
- TAYLOR, J.H. i WEISBERG, J.M., "A New Test of General Relativity: Gravitational Radiation and the Binary Pulsar PSR 1913+16", *Astrophysical Journal*, **253**, 908-920 (1982).
- CLARK, J.P.A. i EARDLY, D.M., "Evolution of Close Neutron Star Binaries", *Ap. J.*, **215**, 311-322 (1977).
- HELSTROM, C.W., *Statistical Theory of Signal Detection*, Pergamon Press, Oxford (1968).