

[Sumari](#)



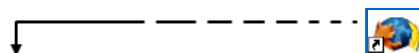
SISTEMA TERRA-LLUNA-SOL: FASES I ECLIPSIS



Rosa Maria Ros

Es presenten alguns models sobre les fases de la Lluna i els eclipsis de Sol i de Lluna. També s'utilitzen els eclipsis per determinar distàncies i diàmetres en el sistema Terra-Lluna-Sol.

Finalment es presenta una activitat senzilla que permet mesurar longituds i altures sobre la superfície lunar i s'explica l'origen de les mareas.



Objectius

- Comprendre perquè la Lluna té fases.
- Comprendre la causa dels eclipsis de Lluna.
- Comprendre el motiu dels eclipsis de Sol.
- Determinar distàncies i diàmetres del sistema Terra-Lluna-Sol.
- Comprendre l'origen de les mareas.

Posicions relatives

El terme *eclipsi* s'utilitza per a fenòmens molt diferents, però en tots els casos aquest fenomen té lloc quan la posició relativa de la Terra i la Lluna (cossos opacs) interromp el pas de la llum solar.

Un eclipsi de Sol passa quan el Sol és cobert per la Lluna, que se situa entre el Sol i el nostre planeta. Aquest tipus d'eclipsis sempre tenen lloc en Lluna nova (vegeu la figura 1).

Els eclipsis de Lluna es produeixen quan la Lluna passa a través de l'ombra de la Terra. És a dir, quan la Lluna està en el lloc oposat del Sol; per tant, els eclipsis lunars es donen sempre en la fase de Lluna plena (vegeu la figura 1).

La Terra i la Lluna es mouen seguint òrbites el·líptiques que no estan en el mateix pla. L'òrbita de la Lluna està inclinada 5° respecte al pla de l'eclíptica (pla de l'òrbita de la Terra al voltant del Sol). Tots dos plans s'intersequen en una recta anomenada la *línia dels nodes*. Els eclipsis tenen lloc quan la Lluna aquesta pròxima a la Línia dels Nodes. Si dos plans no formessin un angle, els eclipsis serien molt més freqüents.

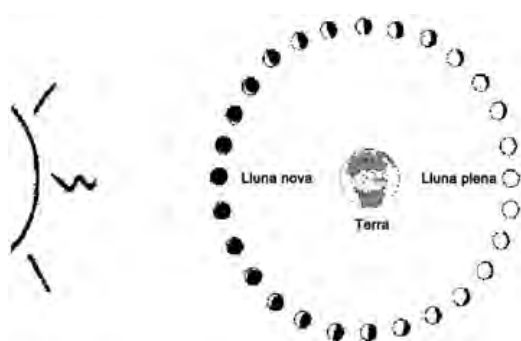


Fig. 1: Els eclipsis de Sol tenen lloc quan la Lluna està situada entre el Sol i la Terra (Lluna nova). Els eclipsis de Lluna succeeixen quan la Lluna creua el con d'ombra de la Terra, llavors la Terra està situada entre el Sol i la Lluna (Lluna plena).

Model amb llanterna

Per explicar les fases de la Lluna el millor és utilitzar un model amb una llanterna o amb un retroprojector (que servirà de Sol) i un mínim de 5 voluntaris. Un d'ells ha d'estar situat al centre, representant la Terra, i els altres 4 s'hi han de situar al voltant de manera equidistant per simular les diferents fases de la Lluna. Perquè sigui més vistós, és una bona idea que portin una màscara blanca, que servirà per visualitzar la Lluna. Col·locarem la llanterna encesa darrere d'un dels voluntaris que simula la Lluna (una mica per sobre perquè no tapi la llum) i començarem per visualitzar les 4 fases (vistes des de la Terra, que és al centre). És molt fàcil descobrir que de vegades es veu la màscara completa, de vegades només un quart i altres vegades no es veu res, perquè enlluerna la llum de la llanterna (és a dir, del Sol).



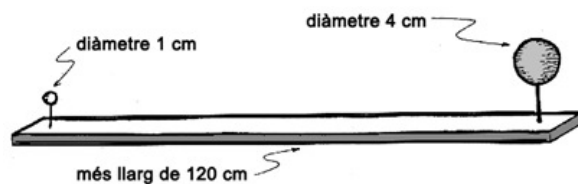
Fig. 2: Model de la Terra i la Lluna amb voluntaris (per explicar les fases i la cara visible de la Lluna).

Aquest model també serveix per visualitzar que només podem veure una sola cara de la Lluna pel fet que el moviment de rotació de la Lluna i de translació de la Lluna al voltant de la Terra té la mateixa durada. Comencem situant el voluntari que fa de Terra i només un voluntari per a la Lluna. Situem el voluntari que fa de Lluna de cara a la Terra abans que es comenci a moure. Així, si la Lluna avança 90° en la seva òrbita entorn de la Terra, també haurà de girar 90° sobre si mateixa i per tant seguirà mirant de cara a la Terra i així successivament (vegeu la figura 2).

Model Terra-Lluna

Comprendre de manera clara les fases de la Lluna i la geometria que tanca el fenomen dels eclipsis de Sol i de Lluna no és senzill. Per a això, es proposa un senzill model que ajuda a fer més intel·ligibles tots aquests processos.

Només cal clavar dos claus (d'uns 3 o 4 cm) a un llistó de fusta de 125 cm. Els claus han d'estar separats 120 cm i en cada un fixarem dues boles de 4 i 1 cm (vegeu la figura 3).



del amb la Terra i la Lluna.

Diàmetre Terra	12.800 Km	→	4 cm
Diàmetre Lluna	3.500 Km	→	1 cm
Distància Terra-Lluna	384.000 Km	→	120 cm
Diàmetre Sol	1.400.000 Km	→	440 cm = 4,4 m
Distància Terra-Sol	150.000.000 Km	→	4.700 cm = 0,47 Km

Taula 1: Distàncies i diàmetres del sistema Terra-Lluna-Sol.

Reproducció de les fases de la Lluna

En un lloc assolellat, quan sigui visible la Lluna, s'apunta amb el llistó dirigint la piloteta de la Lluna cap aquesta (figura 4). L'observador s'ha de situar darrere de la bola de la Terra. L'esfera de la Lluna es veu de la mateixa mida aparent que la Lluna i amb la mateixa fase que la real. Variant l'orientació del llistó s'aconsegueixen reproduir les diferents fases de la Lluna en variar la il·luminació que rep del Sol. Cal moure la Lluna per aconseguir la seqüència de totes les fases.

Aquesta activitat és millor fer-la al pati, però si està ennuvolat també es pot fer amb un retroprojector o una llanterna a dins de l'aula.

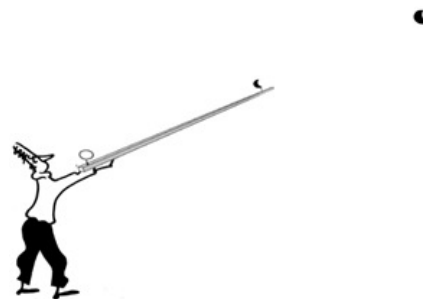


Fig. 4: Usant el model al pati de l'escola.

Reproducció dels eclipsis de Lluna

Se subjecta el llistó de manera que la piloteta de la Terra estigui dirigida cap al Sol (es pot fer servir un retroprojector per evitar mirar al Sol) i es fa entrar la Lluna (vegeu la figura 5) dins de l'ombra de la Terra, que és molt més gran que la Lluna: així es visualitza fàcilment un eclipsi de Lluna.



Fig. 5: Simulació d'un eclipsi de Lluna



Fig. 6: Composició fotogràfica d'un eclipsi de Lluna. El nostre satèl·lit creua el con d'ombra produït per la Terra.

Reproducció dels eclipsis de Sol

Es pren el llistó de manera que la Lluna estigui dirigida cap al Sol (o es pot fer servir el retroprojector) i es fa que l'ombra de la Lluna es projecti sobre l'esfera terrestre. D'aquesta forma s'aconsegueix visualitzar un eclipsi de Sol. Es pot veure que l'ombra de la Lluna dona lloc a una petita taca sobre una regió de la Terra (vegeu la figura 8).



Fig. 7a: Simulació d'un eclipsi solar.

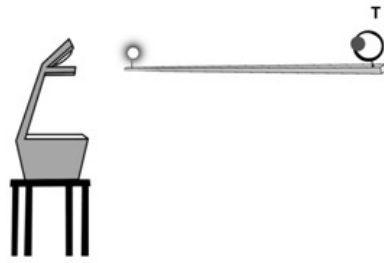


Fig. 7b: Simulació d'un eclipsi solar.

No és fàcil aconseguir aquesta situació, perquè la inclinació del llistó ha de ser molt ajustada (aquesta és la causa que hi hagi menys eclipsis de Sol que de Lluna).



Fig. 8: Detall de la figura prèvia (7a)

Observacions

- Només pot tenir lloc un eclipsi de Lluna quan és lluna plena i un eclipsi de Sol quan hi ha lluna nova.
- Un eclipsi solar només es veu en una zona reduïda de la Terra.
- És molt difícil que la Terra i la Lluna estiguin "ben alineades", perquè es produeix un eclipsi cada vegada que és lluna nova o lluna plena.

Model Sol-Lluna

Per tal de visualitzar el sistema Sol-Terra-Lluna fent un èmfasi especial en les distàncies, considerarem un nou model, tenint en compte el punt de vista terrestre del Sol i de la Lluna. En aquest cas convidem els estudiants a dibuixar i a pintar un gran Sol de 220 cm de diàmetre (més de 2 m de diàmetre) en un llençol i demostrarem que poden cobrir aquest gran Sol amb una petita Lluna de 0,6 cm de diàmetre (menys d'1 cm de diàmetre). Es pot substituir la bola que fa de Lluna per un forat en una taula de fusta perquè sigui més manejable.

És important la utilització de les dimensions esmentades anteriorment per mantenir les proporcions dels diàmetres i les distàncies (vegeu la taula 2).

En aquest model, el Sol se situa a 235 m de la Lluna i l'observador ha d'estar a 60 cm de la Lluna. Els estudiants se senten molt

sorpresos que puguin cobrir el gran Sol amb aquesta petita Lluna. Realment aquesta relació d'un Sol 400 vegades més gran que la Lluna no és fàcil d'imaginar. És bo per tant mostrar-ho amb un exemple per entendre la magnitud de les distàncies i la mida real en l'univers. Tots aquests exercicis i activitats els ajuden (i potser a nosaltres també) a comprendre quines són les relacions espacials entre els cossos celestes durant un eclipsi solar. Aquest mètode és molt millor que llegir una sèrie de números en un llibre.



Fig. 9: Fotografia presa des de la ISS l'eclipsi de Sol de 1999 sobre una zona de la superfície terrestre.

Diàmetre Terra	12.800 km	2,1 cm
Diàmetre Lluna	3.500 km	0,6 cm
Distància Terra-Lluna	384.000 km	60 cm
Diàmetre Sol	1.400.000 km	220 cm
Distància Terra-Sol	150.000.000 km	235 m

Taula 1: Distàncies i diàmetres del sistema Terra-Lluna-Sol



Fig. 10: Model de Sol.



Fig. 11: Mirant el Sol a través del forat de la Lluna.

Determinació del diàmetre del Sol

Es pot mesurar el diàmetre del Sol de diverses maneres. A continuació presentem un senzill mètode usant una càmera fosca. Es pot fer amb una caixa de sabates o amb un tub de cartró dels que serveix d'eix central per al paper d'alumini o transparent de la cuina, però si es fa amb un tub d'unes dimensions més grans s'aconsegueix obtenir més precisió.

Tapem un dels extrems del tub amb paper vegetal mil·limetrat semitransparent i l'altre extrem amb un paper opac, on fem un forat amb una agulla fina (vegeu les figures 12 i 13).

S'ha de dirigir l'extrem amb el petit forat cap al Sol i mirar per l'altre extrem, on hi ha el paper mil·limetrat. Mesurem el diàmetre d de la imatge del Sol en aquest paper mil·limetrat.



Fig. 12: El puntet del Sol.



Fig. 13: Model de càmera obscura.

Per calcular el diàmetre del Sol, D , només cal considerar la figura 14, en la qual apareixen dos triangles semblants, dels quals podem establir la relació:

$$\frac{D}{L} = \frac{d}{\ell} \quad (1)$$

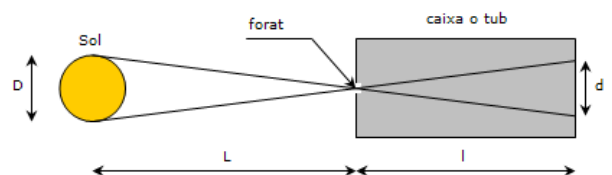


Fig. 14: Problema geomètric subjacent.

D'aquesta relació es pot obtenir el diàmetre del Sol:

$$D = \frac{dL}{\ell} \quad (2)$$

Coneguda la distància del Sol a la Terra, $L = 150.000.000 \text{ km}$, podem calcular, coneguda la longitud del tub L i el diàmetre d de la imatge del Sol sobre la pantalla de paper mil·límetrat semi-transparent, el diàmetre D del Sol (recordeu que el diàmetre solar és de $1.392.000 \text{ Km}$).

Es pot repetir l'exercici amb la Lluna plena sabent que aquesta es troba a uns 400.000 km de la Terra.

Mides i distàncies en el sistema Terra-Lluna-Sol

Aristarc (310-230 aC) ^[W] va deduir algunes proporcions entre les distàncies i els radis del sistema Terra-Lluna-Sol. Va calcular el radi del Sol i de la Lluna, la distància de la Terra al Sol i la distància de la Terra a la Lluna en relació amb el radi de la Terra. Alguns anys després Eratóstenes (280-192 aC) ^[W] va determinar el radi del nostre planeta i va ser possible calcular totes les distàncies i radis del sistema Terra-Lluna-Sol.

La proposta d'aquesta activitat consisteix a repetir amb estudiants ambdós experiments. La idea és repetir el procés matemàtic dissenyat per Aristarc i Eratóstenes i, alhora, en la mesura que és possible, repetir-ne les observacions.

L'experiment d'Aristarc, de nou

Aristarc va determinar que l'angle sota el qual s'observa, des de la Terra, la distància Sol-Lluna quan aquesta està en quart (minvant o creixent) era de $\alpha = 87^\circ$.

Actualment, se sap que va cometre un error, possiblement pel fet que li va resultar molt difícil determinar el precís instant del canvi de fase de la Lluna. De fet $\alpha = 89^\circ 51'$, però el procés usat per Aristarc és perfectament correcte. A la figura 15, si s'usa la definició de cosinus, es pot deduir que:

$$\cos \alpha = \frac{\overline{TL}}{\overline{TS}} \quad (3)$$

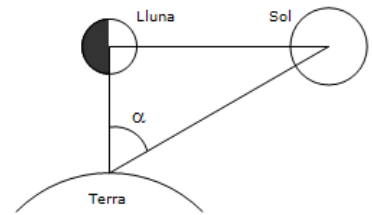


Fig. 15: Posició relativa de la Lluna en el quart

on \overline{TS} és la distància de la Terra al Sol i \overline{TL} és la distància de la Terra a la Lluna. Llavors, aproximadament, $\overline{TS} = 400 \overline{TL}$. (encara que Aristarc va deduir $\overline{TS} = 19 \overline{TL}$).

Relació entre el radi de la Lluna i del Sol

La relació entre el diàmetre de la Lluna i del Sol ha de ser similar a la fórmula obtinguda prèviament, perquè des de la Terra s'observen dos diàmetres iguals a $0,5^\circ$. Per tant, tots dos radis verifiquen $R_S = 400 R_L$.

Relació entre la distància de la Terra a la Lluna i el radi lunar o entre la distància de la Terra al Sol i el radi solar

Atès que el diàmetre observat de la Lluna és de $0,5^\circ$, amb 720 vegades aquest diàmetre és possible cobrir la trajectòria circular de la Lluna al voltant de la Terra. La longitud d'aquest recorregut és de 2π vegades la distància Terra-Lluna, és a dir $2R_L \cdot 720 = 2\pi \overline{TL}$, amb la qual cosa s'obté

$$\overline{TL} = \frac{720R_L}{\pi} \quad (4)$$

i, per un raonament similar,

$$\overline{TS} = \frac{720R_S}{\pi} \quad (5)$$

Aquesta relació és entre les distàncies a la Terra, el radi lunar, el radi solar i el radi terrestre.

Relació entre el diàmetre del con de l'ombra de la Terra i el radi de la Lluna

Durant un eclipsi de lluna, Aristarc va observar que el temps necessari perquè la Lluna creui el con d'ombra terrestre era el doble del temps necessari perquè la superfície de la Lluna estigués coberta (vegeu la figura 16). Per tant, va deduir que l'ombra del diàmetre de la Terra era el doble que el diàmetre de la Lluna, és a dir, la relació de tots dos diàmetres o radis era de $2R_T$. ~~Realment se sap que aquest valor és de~~

2,6:1.

Relacionar-ho tot

Llavors (figura 16) es dedueix la relació següent:

$$\frac{x}{2,6R_L} = \frac{x + \overline{TL}}{R_T} = \frac{x + \overline{TL} + \overline{TS}}{R_S} \quad (6)$$

on x és una variable auxiliar.

Introduint en aquesta expressió les relacions

$$\overline{TS} = 400 \overline{TL} \text{ i } R_S = 400 R_L, \text{ es pot}$$

eliminar x i simplificant s'obté:

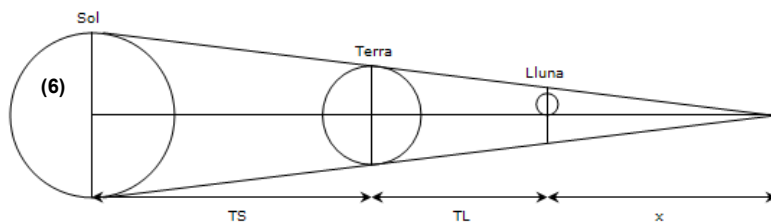


Fig. 16: Con d'ombra i posicions relatives del sistema Terra-Lluna-Sol.

$$R_L = \frac{401}{1440} R_T \quad (7)$$

que permet expressar totes les dimensions esmentades anteriorment en funció del radi de la Terra. Així

$$R_S = \frac{2005}{18} R_T ; \overline{TS} = \frac{80200}{\pi} R_T ; \overline{TL} = \frac{401}{2\pi} R_T \quad (8)$$

o n només cal substituir el radi del nostre planeta per obtenir totes les distàncies i radis del sistema Terra-Lluna-Sol.

Mesures amb els estudiants

És una bona idea repetir les mesures realitzades per Aristarc amb els estudiants. En particular, primer cal calcular l'angle entre el Sol i la Lluna en el quart. Per realitzar aquesta mesura només és necessari disposar d'un teodolit i saber l'instant exacte del quart. Així es verificarà si aquest angle mesura $\alpha = 87^\circ$ o $\alpha = 89^\circ 51'$ (és aquesta una mesura realment difícil d'obtenir).

En segon lloc, durant un eclipsi de lluna, usant un cronòmetre, és possible calcular la relació entre els temps següents: "el primer i l'últim contacte de la Lluna amb el con d'ombra terrestre", és a dir, mesurar el diàmetre del con d'ombra de la Terra (vegeu la figura 17a) i "el temps necessari per cobrir la superfície lunar", això és la mesura del diàmetre de la Lluna (vegeu la figura 17b). Finalment és possible verificar si la relació entre els dos temps és 2:1 o és de 2,6:1.

L'objectiu més important d'aquesta activitat, no és el resultat obtingut per a cada radi o distància. El més important és fer notar als estudiants que, si ells fan servir els seus coneixements i intel·ligència, poden obtenir interessants resultats disposant de pocs recursos. En aquest cas l'enginyer d'Aristarc va ser molt important per aconseguir obtenir alguna idea sobre la grandària del sistema Terra-Lluna-Sol.

És també una bona idea mesurar amb els estudiants el radi de la Terra seguint el procés utilitzat per Eratòstenes. Encara que l'experiment d'Eratòstenes és molt conegut, en presentem aquí una versió reduïda de cara a completar l'experiència anterior.

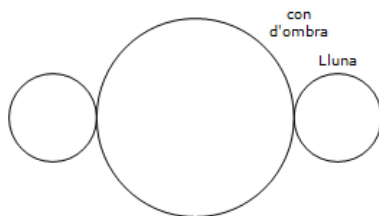


Fig. 17a: Mesurant el con d'ombra i el diàmetre de la Lluna.

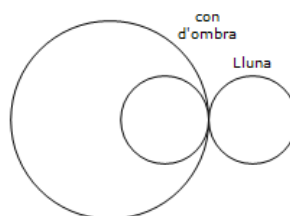


Fig. 17b: Mesurant el con d'ombra i el diàmetre de la Lluna.

L'experiment d'Eratòstenes, de nou

Imagineu dues estacues clavades perpendicularment a terra, en dues ciutats de la superfície terrestre sobre el mateix meridià. Les estacues han d'estar apuntant cap al centre de la Terra. Normalment és millor utilitzar una plomada, en la qual es marca un punt del fil per poder mesurar les longituds. S'ha de mesurar la longitud de la plomada des del terra fins a aquesta marca i la longitud de la seva ombra des de la base de la plomada fins a l'ombra de la marca.

Es considera que els raigs solars són paral·lels. Aquests raigs solars produeixen dues ombres, una per a cada plomada. Es mesuren les longituds de la plomada i la seva ombra i usant la

definició de tangent, s'obtenen els angles α i β (vegeu la figura 18). L'angle central γ es pot calcular considerant que la suma dels angles d'un triangle és igual a π radians. Llavors $\pi = \pi - \alpha + \beta + \gamma$ i simplificant

$$\alpha = \beta + \gamma \quad (9)$$

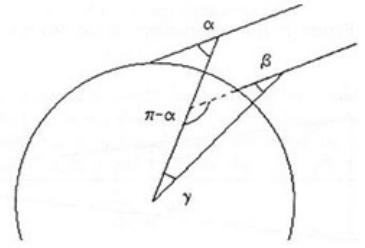


Fig. 18: Situació de plomades i angles en l'experiment d'Eratòstenes.

on α i β s'han obtingut a partir de mesurar la plomada i la seva ombra.

Finalment establint una proporcionalitat entre l'angle γ , la longitud del seu arc d (determinat per la distància sobre el meridià entre les dues ciutats) i 2π radians del cercle meridià i la seva longitud $2\pi R_T$, és a dir,

$$\frac{2\pi R_T}{2\pi} = \frac{d}{\gamma} \quad (10)$$

es dedueix que :

$$R_T = \frac{d}{\gamma} \quad (11)$$

on γ s'ha obtingut a partir de l'observació, en radians, i d és la distància entre les dues ciutats. Lògicament, es pot trobar d a partir d'un bon mapa.

També cal esmentar que l'objectiu d'aquesta activitat no és la precisió dels resultats. Només es vol que els estudiants descobreixin que pensant i utilitzant totes les possibilitats que puguin imaginar són capaços d'obtenir resultats sorprenents.

Marees

Les marees són l'ascens i el descens del nivell del mar causat pels efectes combinats de la rotació de la Terra i les forces gravitacionals exercides per la Lluna i el Sol. La forma del fons i de la riba a la zona costanera també influeixen, però menys. Les marees es produeixen amb un període d'aproximadament 12 hores i mitja.

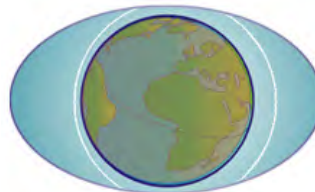


Fig. 19: L'efecte de les marees.

Les marees es deuen principalment a l'atracció entre la Lluna i la Terra. Del costat de la Terra que està enfront de la Lluna i també al costat oposat ocorren les marees altes (vegeu la figura 19). En els punts intermedis es donen les marees baixes.

El fenomen de les marees ja era conegut en l'antiguitat, però la seva explicació només va ser possible després de que es conegués la llei de Newton de la gravitació universal (1687):

$$F_g = G \frac{m_T m_L}{d^2} \quad (12)$$

La Lluna exerceix una força gravitacional sobre la Terra. Quan hi ha una força gravitacional es pot considerar que hi ha una acceleració gravitacional que, d'acord amb la segona llei de Newton ($F = ma$). Així, l'acceleració de la Lluna sobre la Terra és determinada per

$$a_g = G \frac{m_L}{d^2} \quad (13)$$

on m_L és la massa de la Lluna i d és la distància de la Lluna a un punt de la Terra.

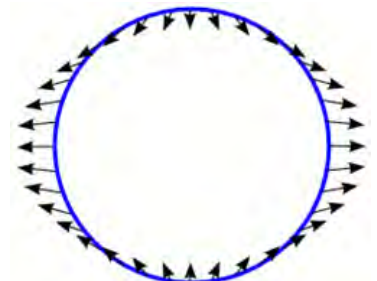


Fig. 20: Efecte, sobre l'aigua, de l'acceleració diferenciada de la Terra en diferents àrees de l'oceà.

La part sòlida de la Terra és un cos rígid i, per això, es pot considerar tota l'acceleració sobre aquesta part sòlida aplicada al centre de la Terra. No obstant això, l'aigua és líquida i experimenta una acceleració diferenciada que depèn de la distància a la Lluna. D'aquesta manera, l'acceleració del costat més proper a la Lluna és més gran que la del costat més allunyat. En conseqüència, la superfície de l'oceà genera un el·lipsoide (vegeu la figura 20).

Aquest el·lipsoide queda sempre a la zona més allargada cap a la Lluna (vegeu la figura 19) i la Terra gira per sota. Així, cada punt de la Terra té 2 vegades al dia una marea alta seguida d'una marea baixa. Realment el període entre marees és una mica superior a 12 hores i la raó és que la Lluna gira respecte a la Terra amb un període sinòdic de prop de 29,5 dies. Això vol dir que recorre 360° en 29,5 dies, de manera que la Lluna avança en el cel prop de $12,2^\circ$ cada dia, és a dir, $6,6^\circ$ cada 12 hores. Com que cada hora la Terra gira sobre si

mateixa prop de 15° , $6,6^\circ$ equivalen a 24 minuts, de manera que cada cicle de marea és de 12 hores i 24 minuts. Com que l'interval de temps entre marea alta i marea baixa és la meitat, el temps comprès des de la marea alta fins a la marea baixa o de la marea baixa fins a la marea alta és d'unes 6 hores i 12 minuts.

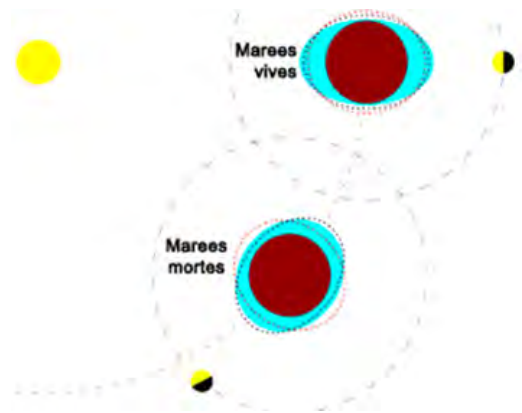


Fig. 21: Marees vives i marees mortes.

Bibliografia

- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., "Experimentos de Astronomía. 27 pasos hacia el Universo", Editorial Alambra, Madrid, 1988.
- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., "Experimentos de Astronomía", Editorial Alambra, México, 1997.
- Fucili, L., García, B., Casali, G., "A scale model to study solar eclipses", Proceedings of 3rd EAAE Summer School, 107, 109, Barcelona, 1999
- Reddy, M. P. M., Affholder, M., "Descriptive physical oceanography: State of the Art", Taylor and Francis, 249, 2001.
- Ros, R.M., "Lunar eclipses: Viewing and Calculating Activities", Proceedings of 9th EAAE International Summer School, 135, 149, Barcelona, 2005.



Sumari

6/8

[Inici](#)

[Com podeu col·laborar?](#)

[Subscripció](#)

ISSN: 1988-7930 DL: B-31773-2012 Adreça a la xarxa: www.RRFisica.cat Adreça electrònica: redaccio@rrfisica.cat
difusio@rrfisica.cat

Comitè de redacció : Josep Ametlla, Octavi Casellas, Xavier Jaén, Gemma Montanyà, Octavi Plana, Jaume Pont.

Treballem conjuntament : Societat Catalana de Física, Associació de Professores i Professors de Física i Química de Catalunya, XTEC, Universitat Politècnica de Catalunya, Universitat de Barcelona



Aquesta obra està subjecta a una [Llicència de Creative Commons](#)



Programació web: Xavier Jaén i Daniel Zaragoza.

Correcció lingüística: Serveis Lingüístics de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Recursos de Física col·labora amb [la baldufa](#) i també amb [ciències](#) Revista del Professorat de Ciències de Primària i Secundària (Edita: CRECIM-UAB)