

THOMAS F. BANCHOFF

UN MATEMÀTIC MULTIDIMENSIONAL

Rafael Crespo



TOMAS F. BANCHOFF, PROFESSOR DE LA BROWN UNIVERSITY, ÉS UN EMINENT MATEMÀTIC QUE HA DESENVOLUPAT LA SEUA TASCA INVESTIGADORA EN L'ÀREA DE LA GEOMETRIA DIFERENCIAL TANT EN EL SEU VESSANT PUR COM APLICAT A ALTRES PARTS DE LA MATEMÀTICA I LA FÍSICA. PERÒ, SI BÉ AÇÒ L'HA FET SER CONEGUT EN ELS AMBIENTS CIENTÍFICS, ÉS MÉS CONEGUT EN AQUESTS CERCLES I EN ELS CULTURALS PER LES SEUES APORTACIONS A LA DIVULGACIÓ DE LA GEOMETRIA I LA SEUA RELACIÓ AMB L'ART. AIXÍ, LA SEUA RELACIÓ CIENTIFICOARTÍSTICA AMB SALVADOR DALÍ LI HA PORTAT A FORMAR PART DEL COMITÈ ORGANITZADOR DEL CENTENARI DE DALÍ A BARCELONA. LES SEUES BONES RELACIONS AMB EL DEPARTAMENT DE GEOMETRIA I TOPOLOGIA DE LA NOSTRA UNIVERSITAT LI HAN PORTAT A DICTAR UN CURS, "LA GEOMETRIA EN EL LLINDAR DEL SEGLE XXI" ENTRE ELS DIES 17 I 22 DE MAIG. EN AQUESTS DIES LA UNIVERSITAT DE VALÈNCIA HA ADQUIRIT DIVERSES PEL·LÍCULES CIENTÍFIQUES PRODUÏDES I DIRIGIDES PER ELL. RECENTMENT HA ESTAT LLOREJAT AMB EL NATIONAL SCIENCE FOUNDATION DIRECTOR'S AWARD FOR DISTINGUISHED TEACHING SCHOLARS, PRESTIGIÓS PREMI QUE S'ATORGA A UN CIENTÍFIC PER LA SEUA LABOR DE CONJUNCIÓ DE LA DOCÈNCIA I LA INVESTIGACIÓ.

En el frontispici de l'Acadèmia de Plató diuen que hi havia un rètol que resava "No entre ningú que no sàpia geometria". Als llindars del segle XXI, es pot viure sense saber geometria? I com a contrapunt, què és avui la geometria?

Jo crec que la geometria és avui dia una eina no sols important sinó necessària per a entendre el món. L'estudi de les formes i la relació entre elles és fonamental per a comprendre la visió de les coses i proporciona seqüències per a descriure i crear objectes artístics; en l'estudi de les formes i les seues relacions hi consisteix la geometria. Al llindar del segle XXI crec que la geometria es veurà influïda en gran manera per l'ús de l'ordinador, ja que aquest té una gran potència tant en càlcul com en visualització.

© Fotos: entrevista: Miguel Lorenzo

Serà possible veure, per primera vegada amb els ulls, objectes geomètrics complicats, aquests objectes poden fins i tot moure's de manera que podem tenir visions tant de situacions estàtiques com de dinàmiques. I també podem veure aquests objectes no sols en tres sinó en quatre dimensions.

La geometria ha canviat molt des de la seua creació. Unes vegades ha estat abstracta, en l'època de Plató i Euclides, i altres més aplicada, com en els començaments del càlcul amb Newton i Leibniz. En el segle XIX es va descobrir que l'edifici euclidià dels *Elements* no era l'únic per a la geometria i, en contra de la idea kantiana, van aparèixer altres tipus geomètrics consistents, però amb una naturalesa totalment distinta. Després del període formalista de principis del segle XX apareixen altres casos gens intuïtius. És en el segle XXI, que jo denominaria període de visualització, en el qual estem interessats en exemples concrets amb l'ajuda de l'ordinador fins i tot en més de tres dimensions.

És possible veure un objecte de quatre dimensions?

Sí, ja és possible. Quan estudiem un objecte en tres dimensions podem fer un dibuix en un paper o a la pissarra de manera que hem après a mirar en dues dimensions i comprendre'n la forma en tres reconstruint-la en la nostra ment. Amb ajuda de l'ordinador podem dibuixar en tres dimensions, fins i tot dinàmicament, un hipercub (un cub quadridimensional) de manera que la nostra ment pot interpretar com serà aquest objecte. El fet és jugar amb les dimensions. Per a l'ésser humà la seua geometria és tridimensional perquè necessitem tres nombres per descriure un punt a partir d'un origen de referència (llarg, ample i alt), però els successos en física necessiten quatre nombres (els espacials i el temps) i avui dia diversos processos en economia i biologia necessiten fins i tot més de quatre.

Respecte a aquesta qüestió, a vostè li va marcar especialment la lectura de *Planilàndia* (Flatland) d'E. A. Abbott...

...*Planilàndia* és un llibre meravellós que ha captivat no sols matemàtics, sinó tot tipus de persones que descobreixen el poder de la dimensió. El llibre és un conte i una sàtira de la societat en què va viure el seu autor, un mestre d'escola de 1884 en plena era victoriana anglesa. La trama és molt subtil: un quadrat que viu en una superfície plana amb altres éssers com polígons i cercles que ocupen llocs de major o menor privilegi en la societat de *Planilàndia*. A més costats més estatus social, de manera que el cercle és el de més alt

rang i de manera que cada u naix amb els costats que naix, la qual cosa fa impossible ascendir de posició. La primera part reflecteix la frustració de l'autor i la idea, que volia inculcar als seus alumnes, que la clau és l'educació. En la segona part, per a mi més interessant, apareix un ésser de tres dimensions, una esfera, que tracta d'ensenyar al quadrat què és la tercera dimensió; imaginem el quadrat en un pla tal com l'aigua d'un estany tranquil i l'esfera una pilota que entra més o menys a l'aigua, el quadrat només veu cercles que es mouen i com que és una experiència misteriosa no la comprèn. Pensem que si ens visitara una esfera de quatre dimensions nosaltres veuríem una successió d'esferes tridimensionals amb ràdios que anirien variant amb el temps. És un bon exercici mental per a la introducció de dimensions superiors.

Com acaba la història, té moralitat?

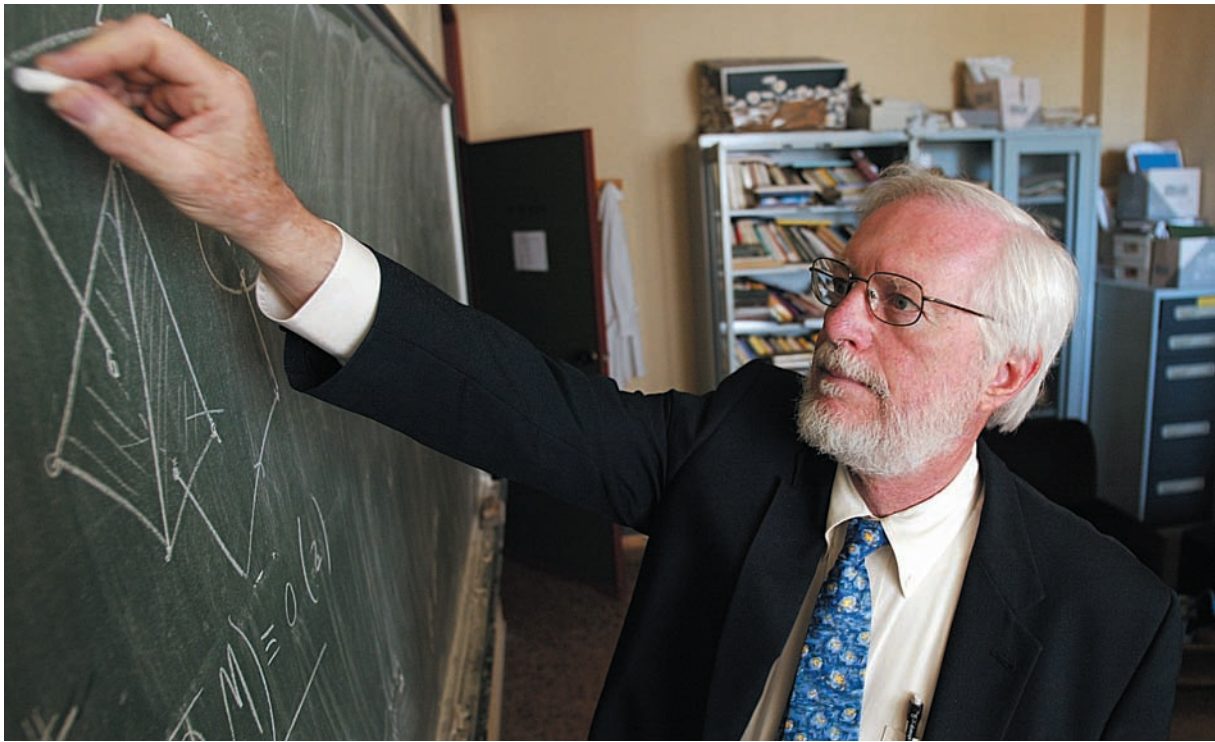
«LA GEOMETRIA HA CANVIAT MOLT DES DE LA SEUA CREACIÓ. UNES VEGADES HA ESTAT ABSTRACTA, EN L'ÈPOCA DE PLATÓ I EUCLIDES, I ALTRES MÉS APLICADA, COM EN ELS COMENÇAMENTS DEL CÀLCUL AMB NEWTON I LEIBNIZ»



Aquesta història és prou divertida perquè el quadrat es converteix en un deixeble de l'esfera i apòstol de la tercera dimensió i intenta evangelitzar els seus compatriotes del pla que hi ha una tercera dimensió. Acaba a la presó perquè el que predica és heretgia i el que ensenya no és ortodox. És un llibre tan interessant que se n'han venut més de mig milió d'exemplars en aquests anys i s'ha traduït a disset llengües, entre elles l'espanyol i el català. És el meu llibre favorit.

I en aquest joc de dimensions també entren els artistes, quina relació hi ha entre ells i els geomètres?

Els artistes i els matemàtics, sobretot els geomètres, han tingut molt en comú perquè ambdós intenten comprendre les formes i les seues relacions, el pintor intenta quasi sempre plasmar en un ambient pla objectes tridimensionals i l'escultor construeix un objecte tridimensional que en molts casos no és biològic sinó geomètric. També els arquitectes i els disse-



Tomas F. Banchoff ha desenvolupat la seua tasca investigadora en l'àrea de la geometria diferencial tant en el seu vessant pur com aplicat a altres parts de la matemàtica i la física.

nyadors treballen amb objectes matemàtics, com aracs i cilindres. En el principi del segle XX artistes i matemàtics van començar a tenir interessos comuns tant en l'estudi de l'espai tridimensional com en el quadridimensional. Tinc un col·lega als EUA que va escriure un llibre de vuit-centes pàgines sobre les matemàtiques de la geometria no euclidiana i la quarta dimensió en l'art modern.

La part que més m'ha interessat en aquest últim any, per l'obvi motiu del seu centenari, ha estat l'obra de Salvador Dalí, ja que tenia molta relació amb la geometria. Va utilitzar les matemàtiques en diferents etapes de la seua carrera, en particular en els anys cinquanta quan dibuixava pintures religioses: *La última cena* i *La crucifixión*, en què utilitzava de forma conscient les matemàtiques de la quarta dimensió en els seus dibuixos. Tot açò ho va aprendre durant la seua estada a França en els anys vint i en els anys trenta quan allí s'iniciaven aquest tipus d'idees

Realment Dalí sabia matemàtiques?

És difícil estar segur del que Dalí sabia realment de matemàtiques a partir dels seus quadres. Jo el vaig conèixer personalment l'any 1975 perquè estava interessat en un model de l'hipercub semblant al que ell usava al quadre de la crucifixió; hi ha un article perio-

dístic sobre el nostre treball amb una foto en la qual jo sostinc el meu model amb Dalí sostenint-ne un altre semblant darrere de mi. Dalí va contactar amb mi en un viatge que va fer a Nova York i em va preguntar sobre la quarta dimensió i la visualització de models quadridimensionals, també em va preguntar sobre figures impossibles i tècniques sobre elles. En cert moment li vaig preguntar sobre el quadre i em vaig quedar molt sorprès perquè no sols comprenia les matemàtiques subjacents sinó també la filosofia que la sustentava. El seu quadre estava inspirat tant a l'obra del filòsof del segle XIII Ramon Llull com en la més tardana de Juan Herrera, arquitecte de l'Escorial que va estudiar imatges tridimensionals en el seu *Discurso sobre la figura*. Si Llull havia meditat sobre dues dimensions i Herrera sobre tres, Dalí ho intentaria amb la quarta. La imatge de Dalí era anàloga a la que va usar Herrera, la diferència és que Dalí no sols la va construir sinó que comprenia les matemàtiques necessàries, la seua història i la seua filosofia. Li agradava llegir sobre ciència en general i matemàtiques en particular, però com que no era un matemàtic professional no podia comprendre com es podien dibuixar figures de forma tan precisa. Fins i tot estava interessat en problemes dinàmics que pertanyen a una època més moderna, com la teoria de catàstrofes del matemàtic francès René Thom, amb qui va

coincidir i va parlar a França (van arribar a ser amics i conversaven molt sobre la dita teoria). Jo visitava Dalí sempre que ell anava a Nova York, em telefonava, durant vuit anys també el vaig veure a París i tres vegades a Espanya durant un període de deu anys en què miràvem pel·lícules d'objectes de la quarta dimensió. Cal dir que a pesar que no coneixia les equacions sí que reconeixia la forma.

En la seua última època, va fer dibuixos referents a la teoria de catàstrofes, que es poden veure al museu de Figueres. Dalí va relacionar tot aquest tipus de coses amb conceptes religiosos.

Els geòmetres, aprenen de l'art?

Si em pregunta si els matemàtics han après dels artistes he de dir-li que alguns sí, i de fet hi ha matemàtics i artistes que han treballat junts en diferents problemes, i hi ha també artistes les obres dels quals s'inspiren en creacions matemàtiques. Un dels meus artistes favorits és el valencià Iturralde, amb qui he treballat i après. Vam fer una exposició comuna a la Universitat de Harvard el 1975, i ens hem visitat mútuament als EUA i a València. Les formes en què hem treballat són tridimensionals i estan relacionades amb figures impossibles i amb l'obra de M. Escher. Aquests dibuixos apareixen en l'obra d'Iturralde, que d'alguna forma s'inspirava en els models amb què jo vaig treballar amb Dalí. Vam fer una espècie d'estel amb l'hipercub. Ara sé que en la pàgina web d'Iturralde hi ha exposades estructures semblants. És molt interessant veure la interrelació entre matemàtics i artistes; a ma casa, fruit del meu treball amb ells, tinc al saló un oli d'Iturralde i en l'estudi un dibuix de Dalí.

Vostè ha dirigit i produït pel·lícules científiques.

Hem fet alguna pel·lícula amb propòsits científics per divulgar (i ajudar en la comprensió als estudiants), però aquestes pel·lícules han tingut també ressò en els artistes, de manera que el 1974, en la mateixa exhibició que Iturralde, passàrem una pel·lícula amb subtítols molt simple que descrivia formes geomètriques que van impactar en els artistes presents (ells volien veure'n més). De fet, des dels anys setanta treballem amb artistes, explorant les formes i trobem que per fer una bona pel·lícula sobre objectes geomètrics hem de prendre decisions sobre des d'on veure'ls i com fer-ho, de manera que les preguntes que un matemàtic faria són

les mateixes que faria un artista; per exemple si vols fotografiar una escultura has de prendre moltes decisions sobre enfocament, lluminositat, proximitat, però si vols fer una pel·lícula sobre escultures o sobre un edifici, pense ara en el Museu de les Ciències, has de caminar al seu voltant o, fins i tot, entrar-hi dins. Un fotògraf artista sempre tractarà de cercar la millor perspectiva per a l'ull (les més agradables i representatives) i el mateix si fas una pel·lícula. En les filmacions matemàtiques, aquests decisions són fonamentals. Les nostres pel·lícules són molt apreciades i alguna de 1978 ja es considera un autèntic clàssic a pesar dels pocs mitjans amb què la vam fer (calia fer moltes preses i es tardava tota una nit a fer una seqüència foto a foto). Fer pel·lícules és el que més m'agrada. Començarem fent pel·lícules, però ara l'ordinador és molt més ràpid i a més té l'avantatge de ser interactiu, de manera que la gent pugui fer la seua pròpia exploració de les imatges. Si abans fèiem exploracions de tipus catàleg, com si férem una guia turística de València, ara es fa de manera que cadascú tria com ho vol veure.

**«ÉS DIFÍCIL ESTAR SEGUR
DEL QUE DALÍ SABIA
REALMENT DE
MATEMÀTIQUES A PARTIR
DELS SEUS QUADRES»**

Quina relació té tot açò amb els efectes especials en les pel·lícules

Bastant, òbviament. Molts dels meus alumnes han entrat en el món de la indústria cinematogràfica i alguns fins i tot han guanyat premis de l'Acadèmia pel seu treball amb gràfics assistits per ordinador i animació virtual, en particular dos van treballar en *Toy*

Story II, un altre és un dels directors tècnics de *Shrek 2*, recentment estrenada. De fet és l'animació virtual la que ha fet que l'ordinador siga fonamental per a aquestes pel·lícules i n'ha fomentat el desenvolupament. El primer film a usar l'ordinador de forma concloent va ser la *Guerra de les galàxies* (1978) (és paradigmàtica la seqüència de l'entrada en l'*Estrella de la Mort*) on també intervé un deixeble meu. La relació entre ordinador i matemàtiques és molt important i per als estudiants té un atractiu molt fort. També és fascinant l'assumpte dels jocs per a l'ordinador. Per dissenyar-los cal aprendre molta geometria. En els meus cursos tinc gent que no sols està interessada en la part abstracta sinó en les seues aplicacions sobretot en jocs i pel·lícules interactives. ☺

REFERÈNCIES

BANCHOFF, T. F.: *Thomas Banchoff's Home Page*, <<http://www.math.brown.edu/~banchoff/>>.

Rafael Crespo. Facultat de Matemàtiques, Universitat de València.