

Ressenya de llibres

Método de máximos y mínimos per Leonhard Euler. Selecció del *Methodus*, amb introducció, traducció, notes i apèndixs a càrrec d'Albert Dou. Col·lecció *Clásicos de las Ciencias*, 3. Servei de Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona. Barcelona, 1993, 220 pàgines de text i 135 pàgines de text facsímil. ISBN: 84-7929-708-5. Preu: 3.600 pessetes.

Recordo que quan vaig llegir *Great Moments in Mathematics* de l'historiador de les matemàtiques nord-americà Howard Eves [Ev] em vaig adonar amb tota claredat del fet que els «grans moments» de la història de la matemàtica estan gairebé sempre vinculats a textos concrets, a obres clàssiques, que cal conèixer amb profunditat si volem assolir un coneixement exacte i precís del moment històric que estem estudiant. Em vaig adonar que, en ciències, ens hem oblidat força dels nostres clàssics. La imperiosa necessitat de mantenir-nos al dia en l'estatus actual del desenvolupament científic ens fa oblidar l'existència dels nostres predecessors i dels seus ensenyaments. I em vaig adonar d'un fet que, no em sap pas greu dir-ho, fins aleshores m'havia passat per alt. El coneixement de la matemàtica, entesa com una ciència i coneixement globals —ja que aquest era l'objecte del meu interès— passava indiscutiblement per la lectura dels textos matemàtics clàssics. Fins i tot fóra possible d'endegar una història de la matemàtica basada en una lectura comentada, analitzada i aprofundida dels textos dels nostres avant-passats.

La lectura dels clàssics topa, però, tot seguit amb una doble dificultat: la possibilitat de poder-los aconseguir i les limitacions lingüístiques de cada un de nosaltres, atès que durant un bon grapat de segles els matemàtics, i els científics en general, han escrit precisament en les llengües avui dia més desconegudes i menys estudiades en els curricula docents: grec, àrab, llatí, francès, alemany, rus, etc. Cal doncs disposar dels textos clàssics i cal que estiguin traduïts a alguna de les llengües en ús. Aquesta idea és precisament la que trobem dessota dels ben coneguts *Source Books*.¹ Són textos que pretenen de facilitar a l'estudiós d'una ciència l'apropament a una part important dels textos clàssics elaborats durant un període més o menys concret del seu desenvolupament. Apropen l'estudiós als fragments més remarcables de la disciplina de la que en són *Source Book*, permetent-li així d'adquirir una visió global prou acurada i completa del desenvolupament de la ciència, basada en els seus clàssics.² Aques-

ta és una tasca realment lloable i absolutament indispensable si volem tenir un coneixement aprofundit de l'evolució històrica i epistemològica d'una ciència i, d'una manera molt particular, de la matemàtica pel fet que és una ciència que es realitza en la seva pròpia presentació escrita.³ És una tasca que enriqueix el bagatge cultural d'una comunitat lingüística: que permet els seus estudiosos d'apropar-se amb facilitat a textos que, altrament, són difícils de trobar i de comprendre; que permet de conèixer amb molta més claredat i profunditat la importància del llegat dels nostres avant-passats en el món de les idees; que proporciona el vertader fonament per a la comprensió de l'autèntica evolució dels conceptes científics i, de retruc, per a una lectura epistemològica de la ciència, precisa i acurada.

* * *

Fa uns quants anys el *Seminari d'Història de les Ciències* de la Universitat Autònoma de Barcelona, a partir d'una idea i d'un suggeriment del professor Manuel García Doncel, es va plantejar aquesta qüestió com un dels objectius a assolir: calia produir una col·lecció de traduccions al castellà —o al català— de textos clàssics en la història de la ciència i calia fer-ho de manera que es conjuguessin el rigor històric i la perfecció en la traducció amb una presentació didàctica acurada que ajudés a fer comprensible un text, a voltes difícil, a voltes allunyat de la nostra manera de fer i entendre la ciència, a voltes excessivament ocult en un llenguatge encara no prou precís i elaborat, a voltes embolcallat de prejudicis filosòfics i teològics, etc. L'èxit d'aquest objectiu, realment ambiciós, estava lligat d'una banda a la tria dels textos a traduir i comentar: calia que fossin autènticament clàssics i d'una importància cabdal per a la comprensió del desenvolupament posterior de la ciència i del seu estat actual; però, d'una altra banda, era indispensable encomenar la tasca a vertaders especialistes que fossin una garantia de claredat, de rigor i que, alhora, tinguessin una qualitat expositiva i docent notable. A banda d'aquests requisits indispensables per l'èxit de la col·lecció, es va creure que fora bo d'apropar el lector al text original, força vegades difícilment assequible. Així va sorgir la idea de dur a terme una col·lecció de clàssics de les ciències, traduïts a una de les nostres llengües més properes per autèntics especialistes en la matèria, amb un text complementari que ajudés el lector a apropar-se amb més facilitat al text clàssic gràcies als aclariments històrics, tècnics, epistemològics, etc. del text original, acompanyant el text traduït d'un opuscle que contingués l'edició facsímil del text original.

Aquest projecte va començar a donar fruit ja fa uns anys i d'aleshores ençà la col·lecció *Clásicos de las Ciencias* ens havia proporcionat ja alguns títols: [G], [H] i [A].

* * *

I ara acaba d'aparèixer una de les «joies de la matemàtica del segle XVIII» i, deixeu-m'ho dir, una de les obres més emblemàtiques d'una època i d'una manera de fer matemàtiques. Em refereixo al *Methodus* de Leonhard Euler [Eu]. Aquesta aportació compleix amb escriure els objectius que la col·lecció pretén d'assolir.

És, amb tota seguretat, la més tècnica i difícil de comprendre de les obres publicades fins ara en l'esmentada col·lecció *Clásicos de las Ciencias*.⁴ L'obra d'Euler és, sense cap mena de dubte, una obra innovadora; en ella, «Euler crea una disciplina nova a la qual ell mateix l'any 1756 . . . donà el nom de *Càlcul de variacions*» [D], 13. Malgrat la qualitat del text podríem preguntar-nos què és el que aporta aquesta traducció comentada a un hipotètic lector, a banda del que ja hem indicat com a objectiu general de la col·lecció. La resposta és, com sempre, múltiple i diversa i depèn dels interessos professionals i/o culturals de cada possible lector.

- Al matemàtic i físic professionals, tant si són especialistes en el càlcul de variacions i temes afins com si no ho són, li aporta un coneixement important de problemes concrets de l'esmentada teoria així com un grapat de problemes *isoperimètrics*. Aquest coneixement es troba plantejat de la forma més simple possible, despulat dels tecnicismes propis d'una teoria evolucionada i formalitzada, perquè es troba en els seus inicis: la trobem doncs plantejada en estat naixent. Però Euler aconsegueix de dotar-se d'un mètode de *resolució*, prou general, per tal de poder resoldre un bon grapat de problemes, tot adonant-se d'on rau el seu comú denominador: cal trobar una corba que maximitzi o minimitzi una integral ben determinada per les condicions i naturalesa del problema. Els problemes que Euler estudia en aquesta obra són molt bonics i alhora força generals i difícils sobretot pels matemàtics que l'han precedit —i àdhuc per a ell mateix, abans de copsar-ne tota la seva generalitat—.⁵ Eren els matemàtics de la primera generació del càlcul diferencial, deixebles de l'obra tot just apuntada de Newton i Leibniz; eren els germans Jakob i Johann Bernoulli, Jakob Herman, Brook Taylor, el marquès de l'Hôpital, etc.

Aquest text els ofereix una disciplina que s'insereix en l'anàlisi matemàtica quan els estudiosos gairebé encara no disposen de tractats d'aquesta nova disciplina.⁶ I ens trobem davant d'una obra que constitueix un pont entre la manera de fer i d'entendre la variació produïda per una alteració infinitament petita de la variable per part dels germans Bernoulli —molt lligada encara a la intuïció geomètrica— i l'obra madura de Joseph Louis Lagrange —una obra d'anàlisi matemàtica en el sentit més actual de la paraula— en la qual no calen ja en absolut les figures geomètriques. Ens trobem amb un text en el qual el seu autor és capaç de situar-se exactament en el punt mig entre aquestes dues postures gairebé contraposades davant d'una mateixa qüestió matemàtica; és capaç de reduir al mínim la intuïció geomètrica, però li és encara absolutament indispensable per tal de poder donar suport a l'aparell analític i infinitesimal i per poder proporcionar un fonament prou sòlid a la *variació*, que no és encara en absolut la variació en el sentit de Lagrange.

L'obra d'Euler ens proporciona tots aquests matisos i evolució epistemològica, però la traducció comentada del professor Dou ens els aclareix i simplifica al màxim, els posa a l'abast de la nostra comprensió de matemàtics i físics del segle XX, formats en un context formal molt diferent del de començaments del segle XVIII. Això ho aconsegueix amb les notes molt acurades i adequades, en els apèndixos que pretenen precisament d'omplir les llacunes conceptuals que podrien quedar en la foscor i en els aclariments històrico-didàctics, sempre oportuns i rigorosos. La seva gran qualitat

docent, i amb aquella capacitat intel·lectual que l'han caracteritzat durant els anys de la seva vida acadèmica, aconsegueix de presentar, com si fossin absolutament clars, punts i passatges de l'obra original d'Euler que, de fet, ens resultarien foscos i de difícil comprensió en el cas que no anessin acompanyats de l'enfocament adequat que els dóna Albert Dou.

La traducció parcial de l'obra d'Euler que estem comentant ens permet doncs de poder llegir en castellà una «de les obres matemàtiques més bonica que mai s'hagi escrit», plagiant Carathéodory. Aquesta lectura ens permet d'adonar-nos de la riquesa i varietat de problemes físico-matemàtics vinculats amb qüestions extremals. El primer capítol conté el capítol I íntegre de l'obra original d'Euler i els 51 primers números del capítol II.⁷ De fet, fan referència a la resolució dels problemes que Euler anomena de primera classe: són problemes resolts «pel mètode absolut de màxims i mínims»; és a dir, cal trobar una corba $y = f(x)$ tal que la integral

$$\int_0^a Z(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2x}{d^2y}) dx$$

sigui màxima o mínima. El segon capítol conté els 46 primers números del capítol V del *Methodus*.⁸ En aquest capítol Euler imposa que les funcions $y = f(x)$ acceptables compleixin certes propietats, que són de fet condicions de tipus isoperimètric. Són els problemes de *segona classe*.⁹ El tercer capítol ens proporciona una traducció parcial de l'Additament I de l'obra original que, en paraules de Dou, conté «la part més interessant» de l'esmentat additament: fa referència al comportament elàstic d'un fleix, classificant totes les corbes elàstiques. El darrer capítol del *Método* conté l'Additament II, d'un enorme interès històric, epistemològic i filosòfic atès que conté la primera publicació en la que hom troba el *principi de la mínima acció*.¹⁰

- A l'historiador i al filòsof de la ciència l'obra li ofereix la possibilitat, d'una banda, de disposar d'una traducció realment acurada, feta per un matemàtic molt qualificat, bon coneixedor, no solament del llatí, sinó també —i això és realment important— del tema que Euler tracta en el seu *Methodus*. Possiblement fóra difícil de trobar entre nosaltres algú altre que, ell sol, reunís les qualitats necessàries per dur a terme aquesta tasca amb tant rigor i qualitat com el professor Albert Dou. A més l'obra li permet de disposar d'una part important —probablement la més significativa— del text original del *Methodus* en forma facsímil.

El text original conté, com ja hem dit, aportacions innovadores en la teoria del coneixement matemàtic i, de retruc, del coneixement humà: conté la primera presentació articulada del càlcul de variacions i la primera intuïció, basada en la variació puntual, del fet que un problema matemàtic pot tenir com a solució una funció.¹¹ Hi manca, és cert, la presentació funcional. Caldrà esperar Lagrange, però conté per primera vegada la tècnica dels *multiplicadors de Lagrange*, una tècnica que ha esdevingut familiar en anàlisi matemàtica i avui dia és usada a bastament per matemàtics i físics. I, des del punt de vista més filosòfic, hi podem trobar la primera formulació ma-

temàtica clara i rigorosa del principi de la *mínima acció*, anticipant-se probablement als textos més coneguts de Maupertuis.¹² Aquest text possibilita l'apertura a discussions filosòfiques, i àdhuc religioses, de la validesa de certs principis damunt dels quals, en el decurs de la història, s'ha fonamentat l'estudi i desenvolupament de la física.¹³

* * *

L'obra, però, adquireix una riquesa afegida que prové de la personalitat ja esmentada del professor Albert Dou. Coneixem prou bé la seva qualitat expositiva gràcies a la lectura d'altres textos prou significatius, clars i concrets, com ara *Fundamentos de la Matemàtica* [D1]. És un text en el qual l'autor presenta amb una gran capacitat de síntesi l'evolució de l'anomenada *crisi de fonaments*. És un text clar, que ens fa palesa la capacitat expositiva i didàctica del professor Dou. Alhora ens deixa entreveure els seus grans coneixements en història de la matemàtica i, en particular, el seu gran coneixement en relació amb l'anomenada crisi de la geometria euclidiana. Aquest coneixement l'havien pogut descobrir ja en el seu treball [D2], en el qual l'autor no s'accontenta amb llegir amb nosaltres l'obra de Saccheri sinó que ens condueix a una anàlisi dels motius històrics i filosòfics que l'havien de portar a cometre els errors que va cometre. Aquest coneixement de les qüestions històriques el retrobem en articles més generals com ara [D3]. L'estudi de l'obra d'Euler és també un tema al qual ha dedicat una atenció recurrent, com posen de manifest [D5] i [D4].

Tota aquesta qualitat i experiència històrica i didàctica la trobem en la introducció a l'esmentada traducció del text d'Euler així com en els apèndixs en els quals ens apropa a aquelles qüestions no tractades en el cos del text o tractades de forma massa superficial per a una comprensió acurada del text. Són ells els que ens permeten d'ampliar el cabdal del nostre coneixement a l'entorn del tema i són d'una gran utilitat per les persones no massa familiaritzades en la qüestió ni amb el llenguatge matemàtic. Però on es posa de manifest d'una forma excel·lent la qualitat de l'autor —qualitat prou coneguda pels seus deixebles en el mestratge d'història de la ciència— és en les notes, tant en les de caire didàctic, com en les de caire històric o textual.¹⁴ Ultra els seus propis coneixements i aptituds el professor Dou ha disposat dels consells d'un altre excel·lent amic comú, bon coneixedor de la història de la matemàtica i dels problemes físics vinculats amb la teoria de les equacions diferencials i el càlcul de variacions.¹⁵ M'estic referint al professor Carles Perelló.

* * *

En definitiva, doncs, m'atreveixo a afirmar sense cap mena de temor que el nostre entorn cultural castellà s'ha enriquit amb una preuada pedra preciosa de la ciència, amb un clàssic indiscutible de la matemàtica; però s'ha enriquit també amb una excel·lent obra d'història de la matemàtica, presentada amb una gran cura didàctica, d'una manera àgil i amb una gran qualitat editorial. És per totes aquestes raons que no m'ha semblat fora de lloc fer-ne una ressenya al butlletí de la nostra *Societat Cata-*

lana. El text s'ho mereix; és un text digne de trobar-se en qualsevol biblioteca pública i privada. I és, en definitiva, un text que m'ha semblat adequat de recomenar-vos.

Barcelona, 7 de febrer de 1994

Referències

- [A] ARQUIMEDES. *El método relativo a los teoremas mecánicos*. Introducció, traducció, notes i apèndixs a càrrec de Pedro Miguel González Urbaneja i José Vaqué Jordi. Col·lecció *Clásicos de las Ciencias*, 4. Servei de Publicacions de la Universidad Autònoma de Barcelona. Barcelona, 1993.
- [D] EULER, LEONHARD. *Método de máximos y mínimos*. Selecció del *Methodus*, amb introducció, traducció, notes i apèndixs a càrrec d'Albert Dou. Col·lecció *Clásicos de las Ciencias*, 3. Servei de Publicacions de la Universidad Autònoma de Barcelona. Barcelona, 1993.
- [D1] DOU, ALBERT. *Los fundamentos de la Matemática*. Editorial Labor. Barcelona, 1970.
- [D2] DOU, ALBERT. «Logical and Historical Remarks on Saccheri's Geometry.» *Notre Dame Journal of Formal Logic* (1970), XI, 4.
- [D3] DOU, ALBERT. «La Mecánica en el siglo XVII.» *A Historia de la Física hasta el siglo XIX*. Real Academia de Ciencias de Madrid (1983), 227-243.
- [D4] DOU, ALBERT. «Sobre els fonaments de la física-matemàtica d'Euler.» *Butlletí de la Societat Catalana de Ciències Físiques, Químiques i Matemàtiques*, II, 4 (1984), 365-382.
- [D5] DOU, ALBERT. «Orígenes del Cálculo de Variaciones.» *A Historia de las Matemáticas en los siglos XVII y XVIII*. Real Academia de Ciencias de Madrid (1988), 113-151.
- [Eu] EULER, LEONHARD. *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accpti*. Lausannæ & Genevæ, 1744. *A Opera Omnia* 1, vol. 24, editat per Carathéodory.
- [Ev] EVES, HOWARD. *Great Moments in Mathematics*, I i II. Dolciani Mathematical Expositions, n^{os} 5 i 7. The Mathematical Association of America, 1983.
- [F] FAUVEL, JOHN-GRAY, JEREMY. *History of Mathematics: A Reader*. Macmillan, 1987.
- [G] GALILEI, GALILEO. *La nueva ciencia del movimiento*. Introducció, traducció, notes i apèndixs a càrrec de Carmen Azcárate, Manuel García Doncel i José Romo. Col·lecció *Clásicos de las Ciencias*, 1. Servei de Publicacions de la Universidad Autònoma de Barcelona. Barcelona, 1988.
- [H] HERTZ, HEINRICH. *Las ondas electromagnéticas*. Introducció, traducció, notes i apèndixs a càrrec de Manuel García Doncel i Xavier Roqué. Col·lecció *Clásicos de las Ciencias*, 2. Servei de Publicacions de la Universidad Autònoma de Barcelona. Barcelona, 1990.

- [M] MAUPERTUIS, P.L. MOREAU. *El orden verosímil del cosmos*. Alianza Editorial, Madrid, 1985.
- [P1] PERELLÓ, CARLES. «Bombament de columnes i disseny de turhines hidràuliques amb L. Euler». *Bulletí de la Societat Catalana de Ciències Físiques, Químiques i Matemàtiques*, II, 4 (1984), 405-428.
- [P2] PERELLÓ, CARLES. «El naixement del càlcul de variacions». *Bulletí de la Societat Catalana de Matemàtiques*, 2 (maig, 1988), 37-66.

JOSEP PLA I CARRERA
 Facultat de Matemàtiques
 Universitat de Barcelona

NOTES

1. Existeix una col·lecció de *Source Books*, confeccionada sota la direcció d'Edward H. Madden i editada per la Harvard University Press, que conté un bon recull de fragments de textos clàssics remarcables dels diferents àmbits de les ciències naturals i teòriques —anàlisi matemàtica, astronomia (1900-1950), biologia animal, ciència grega, ciència medieval, física, geologia (1400-1950), lògica matemàtica (1879-1931), matemàtica (1200-1800), psicologia, química (1400-1950)—, traduïts a la llengua anglesa.

2. Cal indicar que, a diferència d'altres disciplines com ara la literatura, la filosofia, la història, etc., és difícil de poder aconseguir traduccions de textos científics especialitzats. La immensa majoria romanen solament en la seva versió original, si bé actualment hi ha un esforç notable per part de la cultura anglo-americana en el sentit d'apropar els membres de la seva comunitat lingüística a un cabdal important de textos científics clàssics.

3. Els cursos d'Història de la Matemàtica de la *Open University* es basen fonamentalment en un Source Book, elaborat «ad hoc» [F]. Pel que fa a la matemàtica, aquesta preocupació és una constant i periòdicament apareixen autors que ens proporcionen traduccions de fragments selectes d'obres matemàtiques i fins i tot traduccions d'obres senceres.

4. És, a més, una obra de la qual no és possible de trobar-ne d'altres traduccions en castellà i, fins i tot és difícil de trobar traduccions en d'altres llengües: hi ha, com fa notar Dou [D], 15], traduccions parcials en alemany i anglès.

5. Molts intents anteriors a aquesta obra clau d'Euler havien conduït a solucions errònies [vegeu [D], 13]

6. Disposem solament de l'*Analyse des Infiniment Petits* del marquès de l'Hôpital; de l'obra de Newton, *Methodus Fluxionum et Serierum Infinitarum*, elaborada pel seu autor entre 1671 i 1676, però publicada l'any 1736 segons una traducció anglesa de John Colson; del text de Colin Maclaurin *Treatise on Fluxions*. Les obres sistemàtiques i decisives d'Euler sobre càlcul diferencial i integral són posteriors al *Methodus*, ja que són de 1748, 1755 i 1768-1770.

7. Aquest capítol en el *Methodus* consta de 71 apartats.

8. El capítol V conté en total 76 números o apartats. Cal indicar que el capítol II analitza el cas en el qual la funció Z és determinada; és a dir, és una funció que no conté cap integral indefinida; la resolució en aquest cas és força més senzilla que la s'esdevé en el capítol III, a on la funció Z és indeterminada. El capítol IV, més teòric, conté la invariància de la fórmula que actualment coneixem com a *fórmula d'Euler*, davant els canvis de coordenades. [Vegeu [D], 25.]

9. Els problemes de tercera classe constitueixen el motiu del capítol IV. De fet són aquells en els quals s'imposa a la funció $y = f(x)$ més d'una condició isoperimètrica. La traducció comentada del professor Dou omet completament aquest capítol així com els capítols III i IV.

10. Aquest additament, d'acord amb els coneixements de l'autor de la traducció castellana, mai no havia sigut traduït.

11. També en els problemes *inversos* —la resolució d'equacions diferencials— ens trobem davant de problemes la solució dels quals és una funció. Però en el càlcul de variacions ens trobem a un pas de l'*anàlisi funcional*, ja que cal treballar amb col·leccions de funcions.

12. Existeix una traducció al castellà d'alguns dels textos de *Maupertuis*. Vegeu [M], en particular les pàgines 91-101; 102-130.

13. Procedeix la natura sota el principi de màxima economia? Per què? Què ho justifica, la pròpia naturalesa o bé un disseny anterior?

14. És una característica d'aquesta col·lecció de clàssics classificar les notes d'acord amb aquests tres conceptes: les notes didàctiques [D] tenen com a objectiu aclarir-nos el contingut del text, tot ajudant-nos a la seva comprensió global; les històriques [H] ens proporcionen informació relativa als fets històrics vinculats amb el tema d'estudi; els textuals [T] ens aclareixen qüestions relacionades amb les dificultats d'ordre lingüístic que presentava el text original i la seva traducció.

15. Vegeu [P1], [P2].