

Deu lliçons que m'agradaria haver après*

GIAN-CARLO ROTA

Deixeu-me començar alleugerint-vos d'una de les vostres preocupacions. No em passaré la propera mitja hora donant-vos les gràcies per la vostra participació en aquest congrés o per haver aturat la vostra feina per venir a Cambridge.

I per eliminar una altra de les vostres possibles preocupacions, deixeu-me afegir que no esteu pas a punt de presenciar una recopilació de fets passats, com ara les que fa anys que publico, sense immutar-me, maquillant, ara i adés, la realitat.

Un cop eliminades aquestes dues possibilitats per a la meva xerrada, he de confessar que em vaig trobar sense títol. Per sort, vaig recordar un col·loqui al MIT que va tenir lloc al final dels anys cinquanta; era un dels primers als quals vaig assistir al MIT. El conferenciant era Eugenio Calabi. Asseguts a la primera fila hi havia Norbert Wiener, endormiscat com sempre fins a l'hora dels aplaudiments, i Dirk Struik, que havia estat un dels professors de Calabi als anys quaranta quan estudiava al MIT. El tema de la lliçó em depassava. Després dels primers cinc minuts estava completament perdut. Al final, va tenir lloc un diàleg absolutament críptic entre el conferenciant i alguns dels membres de l'audiència —Ambrose i Singer si no ho recordo malament. A continuació hi hagué un període de silenci tens. El professor Struik va trencar el gel. Va aixecar la mà i va dir: «Dóna'ns alguna cosa que ens puguem endur a casa!». Calabi li va agrair, i en els següents cinc minuts va explicar en termes bonics i senzills l'objectiu de la seva conferència. Tothom va marxar amb una expressió de satisfacció.

Dirk Struik tenia raó: un conferenciant hauria d'intentar donar a la seva audiència alguna cosa que es puguin endur a casa. Però què? He anat recopilant alguns consells dels que em repeteixo sempre a mi mateix —coses que cal fer i coses que no s'han de fer— actituds de les quals sempre m'he sentit i em sentiré culpable. Alguns de vosaltres heu estat exposats alguna vegada a algunes d'aquestes perles. Recollir aquests consells i presentar-los en una xerrada pot ser una de les eleccions menys punibles entre tot d'opcions igualment presumptuoses. Els consells que donem als altres són els que nosaltres mateixos necessitem. Com que és massa tard per a mi per apren-

* El professor Gian-Carlo Rota ha mort el 19 d'abril d'enguany. Feia poc temps que havia rebut amb entusiasme la idea de publicar al BUTLLETÍ la traducció catalana d'aquesta bonica xerrada. La versió original va aparèixer a *Indiscrete Thoughts*, Birkhäuser, 1997, i a *Notices of the A. M. S.*, 44, 1, 22-25. Traducció de PERE MUMBRÚ.

dre aquestes lliçons, alliberaré la meva consciència repartint entre vosaltres aquests consells. Els enunciaré començant pels menys controvertibles.

1 Conferències

Tenint en compte les exposicions matemàtiques a les quals he assistit en els darrers quaranta-sis anys, les condicions següents per fer una bona exposició no sembla que siguin completament òbvies.

a. *Cada exposició hauria de tenir només un objectiu principal.*

El filòsof alemany G. W. F. Hegel digué que un filòsof que utilitza la paraula *i* massa sovint no pot ser un bon filòsof. Crec que tenia raó. Almenys, pel que fa a les conferències. Tota conferència hauria de tenir un objectiu principal que es repeteix una i altra vegada, talment com un tema musical amb variacions. Una audiència és com un ramat que es desplaça lentament en la direcció cap on ha de ser conduït. Si fixem un objectiu, tenim moltes possibilitats que l'audiència prengui la bona direcció. En canvi, si dispersem els objectius, aleshores el ramat s'escamparà per tot el prat. L'audiència perdrà l'interès i cadascú retornarà als pensaments que ha interromput per poder assistir a la nostra conferència.

b. *No sobrepassu el temps prefixat.*

Excedir el temps és un dels errors imperdonables que pot cometre un conferenciant. Després de cinquanta minuts (un «microsegle», com solia dir Von Neumann) l'atenció de tothom canviarà de centre d'interès, fins i tot encara que estiguem intentant demostrar la hipòtesi de Riemann. Un minut en excés pot destruir completament la millor de les exposicions.

c. *Vinculeu-vos amb l'audiència.*

En entrar a la sala de conferències, intenteu trobar entre l'audiència algú que tingui treballs amb els quals estiguen mínimament familiaritzats. Ràpidament reestructureu la vostra presentació de manera que pugueu esmentar alguns d'aquests treballs. Així, garantireu que almenys una persona us escoltarà amb profunda atenció i, de passada, fareu un amic.

Tothom de l'audiència ha vingut a escoltar la vostra xerrada amb la secreta esperança de veure esmentat el seu treball.

d. *Doneu-los alguna cosa per endur-se a casa.*

No és fàcil seguir el consell del professor Struik. És molt més fàcil dir quines coses són les que l'audiència recordarà sempre, i la resposta no és gaire plaent.

Sovint m'he trobat, als aeroports, al carrer i ocasionalment en situacions desconcertants, alumnes del MIT que havien assistit a algun dels meus cursos. La majoria de vegades han admès que havien oblidat el tema del curs i totes les matemàtiques que em pensava que els havia ensenyat. No obstant això, recorden encantats alguna broma, alguna anècdota, alguna raresa, alguna observació col·lateral, o algun dels errors que vaig cometre.

2 Tècnica de pissarra

Dues qüestions.

a. *Assegureu-vos que la pissarra estigui neta.*

Resulta especialment important esborrar aquests gargots que distreuen i que queden a la pissarra quan l'esborrem de pressa i de manera irregular.

Si comencem amb una pissarra neta donarem a tothom la impressió subtil que l'exposició que estan a punt d'escoltar també és immaculada.

b. *Comenceu escrivint a l'angle superior esquerra.*

El que escrivim a la pissarra hauria de correspondre al que esperem que una persona atenta escriuria en els seus apunts. És preferible escriure lentament i amb lletra gran, sense abreviacions. Els membres de l'audiència que prenen notes ens fan un favor, i nosaltres els hem d'ajudar a prendre els seus apunts. Quan s'usen transparències en comptes de pissarra, hauríeu de dedicar algun temps a explicar cada transparència. És preferible que afegiu frases repetitives o supèrflues, de manera que doneu temps als membres de l'audiència per copiar la vostra transparència. Succumbim a la il·lusió que els qui ens escolten trobaran després de la xerrada el temps necessari per llegir les còpies de les transparències que els hem donat. Però una cosa són els desitjos i una altra la realitat.

3 Publicar el mateix resultat diverses vegades

Després de treure'm el títol de llicenciat vaig treballar alguns anys en anàlisi funcional. Tan bon punt es van publicar els *Collected Papers* de Frigyes Riesz, vaig comprar-me un exemplar del gros, gruixut i pesat volum. Quan el vaig començar a fullejar, me'n vaig adonar que les pàgines eren molt gruixudes, gairebé de cartolina. Sorprenentment, cadascuna de les publicacions de Riesz havia estat reescrita amb un tipus de lletra excepcionalment gran. Em vaig tornar un afeccionat dels treballs de Riesz, que eren invariablement ben escrits i transmetien al lector un sentiment de quelcom definitiu.

A mesura que anava aprofundint en els seus *Collected Papers*, una altra imatge s'anava fent més i més nítida. Els editors havien arribat a publicar qualsevol petit esborrany que el mateix Riesz hagués mai publicat. Estava clar que les seves publicacions eren poques i el que és més sorprenent és que els articles havien estat publicats diverses vegades. Riesz publicava la primera versió d'una idea en una revista hongaresa poc coneguda. Alguns anys després enviava una sèrie de notes amb el mateix material, però més elaborat, als *Comptes Rendus* de l'Acadèmia Francesa. Un cop havien passat alguns anys més, publicava l'article definitiu en francès o en anglès.

Adam Koranyi, que havia assistit a les classes de Frederick Riesz, em va dir que Riesz donava classes del mateix tema any rere any mentre anava madurant la redacció definitiva del seu treball. Com era d'esperar, la versió final era perfecta.

Val la pena seguir l'exemple de Riesz. La comunitat matemàtica està dividida en petits grups, cadascun d'ells amb els seus costums, la seva notació i terminologia. Potser aviat calgui presentar el mateix resultat en diverses versions, cadascuna accessible per a un grup específic; sinó el preu que podríem arribar a pagar fora veure

com el nostre treball és redescobert per algú altre que utilitza llenguatge i notació diferents i que reclama, amb tot el dret, aquest treball com a propi.

4 Molt probablement sereu recordats per la vostra obra de divulgació

Anem a veure'n dos exemples, començant per Hilbert. Quan penso en Hilbert, penso en alguns dels seus grans teoremes, com el teorema de la base. Però el nom de Hilbert sovint és recordat pel seu treball en teoria de nombres, la seva *Zahlbericht*, el seu llibre *Fonaments de geometria*, i pel seu text sobre equacions integrals. El terme *espai de Hilbert* va ser introduït per Stone i Von Neumann en reconeixement al llibre de text de Hilbert sobre equacions integrals, en el qual la paraula *espectre* va ser definida per primera vegada, vint anys abans, almenys, del descobriment de la mecànica quàntica. Aquest llibre té principalment un estil expositiu i es basa en el treball de Hellinger i alguns altres matemàtics el nom dels quals avui ningú recorda.

De manera semblant, *Fonaments de geometria*, el llibre que va fer que el nom de Hilbert es convertís en un nom conegut entre els matemàtics, conté ben poc treball original, però conté una bona collita del treball de diversos geomètres com ara Kohn, Schur (aquest no és el Schur del que heu sentit a parlar), Wiener (aquest és un altre Wiener), Pasch, Pieri i alguns altres italians.

També la *Zahlbericht* de Hilbert, una contribució fonamental que va revolucionar el camp de la teoria de nombres, originalment era un *survey* que li van encarregar a Hilbert per publicar en el butlletí de la Societat Matemàtica Alemanya.

William Feller n'és un altre exemple. Feller és recordat per ser l'autor del tractat de probabilitat amb més èxit dels que s'han escrit. Pocs especialistes actuals en probabilitat podrien citar més d'un parell de treballs de recerca de Feller. La majoria dels matemàtics desconeixen absolutament que Feller hagués treballat inicialment en geometria convexa.

Deixeu-me fer una digressió amb un record personal. Algunes vegades publico treballs d'una branca de la filosofia que s'anomena fenomenologia. Després de publicar el meu primer treball en aquest tema, em vaig sentir profundament ferit quan, en un congrés de la *Society for Phenomenology and Existential Philosophy*, se'm va dir de manera contundent que tot el que havia escrit en el meu article era ben conegut. Aquesta situació es va repetir més d'una vegada i finalment em vaig veure obligat a reconsiderar els meus criteris de publicació en fenomenologia.

Resulta que els tractats fonamentals de fenomenologia estan escrits en alemany filosòfic, espès i pesat. La tradició exigeix que mai no es posin exemples del que es diu. Un dia vaig decidir, amb seriosos dubtes, publicar un article que era essencialment una posada al dia d'alguns paràgrafs d'un llibre d'Edmund Husserl, amb alguns exemples afegits. En el congrés següent de la *Society for Phenomenology and Existential Philosophy*, mentre temia el pitjor, un eminent fenomenòleg es va precipitar cap a mi amb un gran somriure al rostre. No parava d'elogiar el meu article i m'animava fortament a aprofundir en les noves i originals idees aportades.

5 Cada matemàtic té només uns quants recursos

Fa molt de temps un especialista en teoria de nombres ben conegut i més gran que jo va fer alguns comentaris despectius sobre el treball de Paul Erdős. Jo admiro les contribucions matemàtiques d'Erdős tant com vosaltres, i em vaig sentir molest

quan el matemàtic de més edat va afirmar categòricament que tot el treball d'Erdős es podia «reduir» a uns quants trucs en els quals Erdős confiava repetidament a les seves demostracions. El que ell no deia és que altres matemàtics, fins i tot els millors, també compten amb uns quants recursos que usen una i altra vegada. Penseu en Hilbert. El segon volum de les obres completes conté els seus articles en teoria d'invariants. M'he imposat l'obligació de llegir algun d'aquests articles amb molta atenció. És trist adonar-se com alguns dels bonics resultats de Hilbert han estat completament oblidats. Però, en llegir les demostracions dels notables i profunds teoremes de Hilbert en teoria d'invariants, és sorprenent comprovar que les seves demostracions es basen sempre en els mateixos pocs recursos. Fins i tot Hilbert tenia només uns quants trucs!

6 No us preocupeu pels vostres errors

Altre cop deixeu-me començar amb Hilbert. Quan els alemanys es van plantejar publicar les obres completes de Hilbert i oferir-les-hi com a regal d'aniversari, es van adonar que no podien publicar els articles tal com estaven perquè eren plens d'errors, alguns dels quals bastant seriosos. Per tant, van contractar una jove matemàtica sense feina, Olga Taussky-Todd, per tal que repassés els articles de Hilbert i corregís tots els errors. Olga va treballar durant tres anys i va arribar un punt en què tots els errors podien ser corregits sense necessitat de grans canvis en els enunciats dels teoremes. Però hi havia una excepció, un article que havia escrit ja de gran i que no podia ser arreglat: contenia un resultat que comportava la demostració de la hipòtesi del continu. El podeu trobar en un volum dels *Mathematische Annalen* de principi dels anys trenta. Finalment, el dia de l'aniversari de Hilbert les seves obres completes acabades d'imprimir van ésser presentades al Geheimrat. Hilbert les va fullejar atentament i no es va adonar de res.

Permeteu-me anar a l'altre extrem de l'espectre i explicar-vos una altra anècdota personal. A l'estiu de 1979, mentre em trobava en un congrés de filosofia a Pittsburgh, vaig patir un despreniment de retina. Gràcies a la ràpida intervenció de Joni vaig ser operat en el moment precís i la meua vista es va salvar.

L'endemà de l'operació, mentre era al llit de l'hospital amb els ulls embenats, Joni em va venir a veure. Com que havia de romandre a l'hospital una setmana com a mínim, vaig decidir escriure un article. Joni va treure un manuscrit de la meua maleta i li vaig comentar que el text tenia alguns errors que ella podria ajudar-me a eliminar.

Van seguir uns vint minuts de silenci mentre ella es concentrava en l'esborrany. Finalment, amb la seva veu juvenívola, va exclamar: «Però, si està tot malament!». Tenia raó. Cadascuna de les afirmacions del manuscrit tenia alguna cosa equivocada. No obstant això, després de treballar-hi una estona, va aconseguir corregir tots els errors i l'article finalment es va publicar.

Hi ha dues menes d'errors. Hi ha els errors fatals que poden fer malbé una teoria, però també hi ha els errors contingents, que poden ser útils per posar a prova l'estabilitat d'una teoria.

7 Utilitzeu el mètode de Feynman

A Richard Feynman li agradava donar el consell següent sobre com arribar a ser un geni. Heu de tenir constantment presents a la vostra ment una dotzena dels vostres

problemes favorits, encara que en general estiguin en un estat latent. Cada vegada que escolteu o llegiu un nou truc o un nou resultat, contrasteu-lo amb cadascun dels vostres problemes per tal de veure si pot ajudar en alguna cosa. De tant en tant l'encertareu i la gent dirà: «Com ho deu haver fet? Ha de ser un geni!».

8 No escatimeu els agraïments

Sempre m'he disgustat en llegir un article en el qual veig que no se'm reconeix la meva contribució, i és força assenyat conjeturar que quelcom semblant li passa a qualsevol altra persona. Un dia vaig fer un experiment. Després d'escriure un article bastant llarg, vaig començar a fer l'esborrany d'una bibliografia prou minuciosa. Se'm va acudir citar alguns articles que de cap manera tenien res a veure amb el meu article, per tal de veure què passava. Per sorpresa meva, vaig rebre cartes de dos dels autors dels articles que jo considerava irrelevants per al meu treball. Ambdues cartes estaven escrites en un to emotiu bastant fort. Cadascun dels autors em felicitava efusivament per ser el primer a reconèixer la seva contribució al tema.

9 Escriviu introduccions que diguin coses

Avui dia, llegir un article de matemàtiques de cap a peus és un fet insòlit. Si voleu que el vostre article sigui llegit, heu de motivar fortament els vostres eventuals lectors per tal que ho facin. Una introducció extensa, que resumeixi la història del tema, que doni a cadascú el que és seu, i que potser expliqui a grans trets i atractivament el contingut de l'article, ens posarà en camí d'aconseguir un parell de lectors.

Com a editor de la revista *Advances in Mathematics*, sovint he tornat articles als seus autors amb la recomanació que fessin una introducció més extensa. Una de les vegades vaig rebre la resposta de l'autor dient-me que el mateix article havia estat prèviament rebutjat pels *Annals of Mathematics*, al·legant que la introducció era massa llarga.

10 Prepareu-vos per a la vellesa

El meu amic Stan Ulam solia fer notar que la seva vida s'havia dividit nítidament en dues meitats. En la primera, ell sempre era el més jove de la colla; en la segona meitat, ell sempre era el més vell. No havia conegut cap període de transició.

Ara m'adono de la raó que tenia. No sembla que ningú hagi escrit cap manual de comportament per a la tercera edat i no podem fer altra cosa que aprendre-ho tot per nosaltres mateixos, per la via més difícil. Tot plegat depèn d'una constatació bàsica, que demana temps per ser assimilada. Heu de comprendre que a partir d'una certa edat ja no us veuran com una persona. Esdevindreu una institució i us tractaran de la manera com es tracta les institucions. Hom espera que us comporteu com un moble d'època, un monument arquitectònic o un incunable.

Poc importa si encara publiqueu o no. Si els vostres articles no són bons, diran: «Què esperàveu d'ell? Sempre fa el mateix!»; i si ocasionalment algun dels vostres articles és considerat interessant, diran: «Què us pensàveu. Hi porta treballant tota la vida!». L'única resposta sensata consisteix a gaudir del vostre nou paper com a institució.

