

## Matemàtiques, avui i demà\*

PETER HILTON

### 1 Introducció

Quan se'm va demanar de participar en un simposi sobre el futur de la ciència, celebrat el passat novembre a la Universitat Autònoma de Barcelona, l'interès que vaig sentir per la invitació estava tenyit d'una certa timidesa. El motiu és que sempre em sento incòmode fent prediccions. Sóc un no-jugador empedreït i tracto les prediccions dels altres, i les meves pròpies, amb un profund escepticisme.

En aquella ocasió, vaig lamentar profundament no poder assistir al simposi i presentar la comunicació que se m'havia demanat. Un accident de geografia em va col·locar a uns 20.000 km de Barcelona, durant el simposi, i aquest accident va significar, malgrat les meravelles de la tecnologia moderna, un poderós obstacle a la meva participació. Malgrat tot, la meva decepció va alleugerir-se quan el meu bon amic Manuel Castellet em va convidar a venir a Barcelona per tal d'unir-me a la celebració del desè aniversari de la fundació del Centre de Recerca Matemàtica. Vaig decidir d'aprofitar aquesta oportunitat que se m'oferia i tornar a reprendre el desafiament consistent a voler discernir quina serà la forma i la naturalesa de les matemàtiques en els anys futurs, un tema certament apropiat per celebrar una dècada de recerca en aquesta lloable institució.

Sóc ben conscient que en el títol d'aquesta xerrada hi ha tot un repte que, tot i els meus escarafalls a fer prediccions precipitades, no deixa d'agradar-me. Puc mirar la matemàtica d'avui dia, i l'educació matemàtica, i assajar d'identificar les tendències dominants; després, puc deixar que sigui algú altre qui formuli les previsions concretes per al demà. Això és, doncs, el que jo he fet, però m'adono que, quan assenyalo les tendències dintre de la mateixa matemàtica, hom hi podria trobar una certa nota optimista, que està ben allunyada de la meua manera de pensar. Francament, sóc molt pessimista respecte del futur a curt termini de l'educació en general (aquí, *curt termini* vol dir un període no superior a vint anys), i, per tant, com que la salut de la matemàtica ha de dependre del suport que rebí d'un sistema educatiu viu, m'he de sentir necessàriament inquiet pel desenvolupament, a mig termini, de la matemàtica.

---

\*Conferència pronunciada el 25 de febrer de 1994 amb motiu del desè aniversari del Centre de Recerca Matemàtica.

Naturalment, quan parli de tendències a la matemàtica o a l'educació matemàtica, em limitaré en bona part a les societats que millor conec, és a dir, els Estats Units, el Canadà i l'Europa occidental. De tota manera, l'acabament de la guerra freda ha tingut un cert efecte homogeneïtzador sobre les societats humanes. Hom pot no estar d'acord —jo no hi estic pas gens d'acord— amb la tesi de Fukuyama, que diu que la història s'ha acabat i, malgrat això, acceptar que, ara per ara, el capitalisme i l'economia del lliure mercat prevaldran ampliament sobre els sistemes en què els mitjans de producció i intercanvi siguin de titularitat pública. És clar, doncs, que hi ha una sèrie de característiques de l'educació i la vida intel·lectual, que nosaltres associem amb els estats de l'Europa de l'Est, que, si més no temporalment, desapareixeran, i, d'aquesta manera, els meus comentaris seran aplicables a un àmbit més gran del que estic explícitament dient.

A l'apartat següent discutiré les tendències a l'educació matemàtica universitària, amb els Estats Units com a exemple fonamental. A la secció 3 faré un repàs als desenvolupaments a l'interior de la matemàtica, i, a la secció final, em permetré de fer algunes poques especulacions sobre com poden afectar aquestes tendències el futur de l'educació i la matemàtica. Aquestes especulacions no volen fer altra cosa que posar una base per a la discussió d'aquests temes per part d'aquells que són més inclinats que no pas jo a mirar la bola de vidre i anunciar el que hi discerneixen.

## 2 Tendències a l'educació universitària

He donat classes a la universitat durant més de quaranta-cinc anys, però mai fins ara no havia vist una preocupació tan gran per part dels meus col·legues sobre la qualitat i efectivitat de la seva docència. Tant és així, que podríem afirmar que aquesta discussió ha desplaçat del primer pla la discussió sobre noves matemàtiques, que era, tradicionalment, el principal tema de conversa entre matemàtics. (Això és especialment significatiu perquè, abans d'ara, una tal discussió no ocupava ni tan sols el segon lloc: era força menys freqüent que allò que podríem anomenar *xafarderies matemàtiques*.)

Les nostres preocupacions es centren en dos temes principals: *a*) l'ensenyament del graduat en matemàtiques, i *b*) la preparació dels futurs matemàtics. És clar que es tracta de temes ben relacionats i és probable que, per a molts professors de matemàtiques, la seva angoixa pel tema *a* es deu a la seva angoixa encara molt més gran i més immediata pel tema *b*).

És digne de menció el fet que la Societat Matemàtica Americana (AMS), la qual, des de la desafortunada fundació de l'Associació Matemàtica d'Amèrica (MAA), fa prop de vuitanta anys, ha defugit tota responsabilitat sobre l'ensenyament de la matemàtica, i ha limitat el seu camp d'acció a l'àmbit de la recerca, està ara mateix col·laborant amb la MAA i altres entitats per tal de reexaminar i millorar els diferents currículums i l'ensenyament de les matemàtiques en general.

La carrera de matemàtiques a les universitats americanes està experimentant una clara davallada. La situació seria encara molt pitjor si no fos perquè moltes universitats estan oferint estudis combinats de matemàtiques i informàtica. Els millors estudiants fa temps que han deixat de triar la física com a primera opció, i ara també estan deixant de triar les matemàtiques.<sup>1</sup> S'inclinen, preferentment, pel dret, la medicina o els estudis empresarials, perquè intueixen que les perspectives d'ocupació en aquests camps seran força més brillants. El que és significatiu aquí no és pas el canvi que pugui haver ocorregut

---

<sup>1</sup> Moltes de les afirmacions d'aquesta conferència són de natura estadística. Afortunadament, aquesta mena d'afirmacions, al contrari que les proposicions matemàtiques, no resten invalidades per l'existència d'algun contraexemple ocasional.

en el mercat de treball; és que els estudiants apliquin aquests criteris tan pragmàtics a l'hora d'escollir carrera i que restin indiferents a qualsevol argument relacionat amb l'estímul intel·lectual que pugui acompanyar un cert tipus d'estudis, enfront d'uns altres.

La manca d'estudiants de matemàtiques afecta, naturalment, els nostres centres de postgrau, de manera que, avui dia, ni els departaments més prestigiosos poden ignorar la maltempada que bufa dels centres d'ensenyament —vet aquí d'on ve l'interès del professorat dels nostres centres d'elit en els problemes de la docència en el primer cicle. És un magre consol pensar que, en altres disciplines científiques i en certes enginyeries, la situació és encara pitjor; de tothom és ben sabut que moltes d'aquestes escoles sobreviuen a base d'estudiants estrangers, principalment orientals.

Seria, però, erroni, donar la impressió que els problemes reals de l'educació es limiten, o es concentren, a la carrera de matemàtiques. Tot i que no és pas un tema de conversa entre el professorat tan constant com l'altre, els problemes associats a l'ensenyament de les matemàtiques a altres carreres apareixen cada vegada amb més insistència. Anem a discutir-ne uns quants.<sup>2</sup>

En termes generals, sembla que els estudiants estan, tècnicament, menys ben preparats que no ho estaven abans. No fora pas assenyat de suposar que els estudiants poden utilitzar de manera acurada, intel·ligent i eficient, tècniques matemàtiques que han vist en cursos anteriors. Molt sovint, els estudiants es queixen de la *irrellevància* de les matemàtiques que els han fet aprendre; el que volen dir és que no veuen cap aplicació al món real o, simplement, que no poden concebre com, en les professions que han triat o que volen triar, podrien eventualment necessitar aquesta peça concreta del coneixement matemàtic.

Jo sostinc que aquestes queixes són generalment equívocues. Els estudiants se senten inclinats a queixar-se quan la seva comprensió o el seu rendiment són insatisfactoris. És ben propi de la naturalesa humana voler desviar les responsabilitats, i l'acusació d'irrellevància és un intent de fer-ho. Els estudiants que estan treballant bé rarament semblen estar afectats pel virus de la irrellevància. Tanmateix, la natura de la queixa és ben significativa, perquè indica que l'estudiant no veu cap benefici a aprendre, a entendre, alguna idea abstracta (com ara la base conceptual del càlcul o la idea de grup) si no és que l'adquisició d'aquest coneixement augmenti la seva vàlua dintre el mercat de treball. Aquesta actitud per part de l'estudiant implica una manca de consciència sobre el propòsit fonamental de l'educació, i la falsa creença que l'*entrenament* és millor que l'educació.

Potser hem identificat aquí un dels factors més importants que poden afectar el futur de les matemàtiques. Si els estudiants només aspiren a rebre un cert entrenament en habilitats *rellevants* i *vendibles*, no s'estaran preparant per fer una carrera com a matemàtics, ni tan sols per exercir una professió que els exigeixi utilitzar les matemàtiques d'una manera intel·ligent. Una tal preparació requereix el desenvolupament d'una avidesa pel coneixement i la comprensió, i una notable curiositat intel·lectual; també requereix que hom abordi els desafiaments intel·lectuals amb un entusiasme comparable al que es pugui mostrar per qualsevol altre ocupació absorbent, dintre o fora de l'aula.

Hem d'afegir que un altre fenomen dels campus universitaris actuals, estretament relacionat amb l'anterior, és la falta d'idealisme que impera entre els estudiants. Quin contrast més punyent amb l'esperit que va remoure els centres educatius americans, ara fa trenta anys! Recordo prou bé aquelles *males èpoques* de les protestes estudiantils de

---

<sup>2</sup> El lector observarà que molts d'aquests problemes són també rellevants de cara a la carrera de matemàtiques.

finals dels seixanta. Tot i que, en aquell moment, estava sovint en desacord amb els estudiants, m'estimaria molt més tractar amb un grup d'estudiants motivats per algun idealisme, per més imperfecte que fos des d'un punt de vista pràctic, que amb un grup d'aprenents de buròcrates dels d'avui, que diuen ben clar que són allí per obtenir un títol i no pas per esdevenir persones educades.

Els problemes que estem discutint transcendeixen, òbviament, les dificultats de l'educació matemàtica, tot i que es manifesten conspícuaument en aquestes dificultats. Són problemes socials i reflecteixen el sistema de valors adoptat pels membres de la societat que acaparen l'èxit financer, és a dir, pels grups més influents de les nostres democràcies *avançades*. Només podem esperar que un canvi futur (que voldríem imminent) en els valors predominants de la nostra societat, esperonés els estudiants a tornar a valorar l'educació, i a les universitats, a fer el paper que els és propi tenint cura de les arrels educatives de la societat.

Plató i Spiro Agnew tenien una idea en comú (i potser només una): ambdós reconeixien que una estructura educativa bona i forta era una amenaça per al sistema. Plató veia bé que fos així; Agnew hi veia un perill que cal combatre. Tenim motius per esperar que la visió platònica torni a ser capdavantera, però no hi ha absolutament cap motiu per a falsos optimismes.

### 3 Tendències a les matemàtiques

D'acord amb la meva inclinació a la cautela, m'estimo més de parlar de les tendències actuals de les matemàtiques que no pas de fer especulacions sobre les tendències futures. Em reconforta el fet que fins i tot Michael Atiyah, en la seva clarivent ponència a la Conferència de Karlsruhe d'Educació Matemàtica, celebrada el 1976 [1], va dedicar la major part del seu temps a fer una poderosa anàlisi de les característiques de la matemàtica contemporània. Recordem que va dedicar una atenció especial al fet que ara estudiem més funcions de diverses variables que no pas funcions d'una única variable, com es feia al segle XIX. Aquesta característica de les nostres matemàtiques segueix essent plenament actual. També hem d'observar —no és cap sorpresa— l'enorme impacte que l'ordinador ha produït i continua produint sobre les matemàtiques. Ha portat al primer pla algunes àrees —en algun cas aïllat, com ara la teoria de la complexitat, fins i tot li deuen la seva pròpia existència— i ha modificat la naturalesa d'altres. L'ordinador hauria d'haver produït un fort impacte en l'ensenyament de les matemàtiques, com a mínim de dues maneres diferents, però aquest impacte encara no és tan manifest com seria desitjable.

En primer lloc, hauríem d'haver vist, si més no a les nacions més industrialitzades, un major ús de l'ordinador com una eina al servei de l'ensenyament de les matemàtiques. Tinc en ment, principalment, la utilització de la potència gràfica de l'ordinador per a il·luminar certs conceptes fonamentals del càlcul infinitesimal i per a animar d'una manera vívida i memorable àrees com ara la resolució de sistemes d'equacions lineals o el mètode d'Euler per a resoldre l'equació diferencial  $dy/dx = f(x, y)$ , amb unes certes condicions inicials, quan  $f$  satisfà una condició de Lipschitz. En segon lloc, hauríem d'haver vist com es replantejaven de manera decisiva certs temes del currículum tradicional. Per exemple, la importància de les tècniques calculístiques (des dels algorismes de l'aritmètica elemental a les tècniques d'integració) hauria d'haver estat dràsticament reduïda; la qüestió de la convergència de les sèries hauria d'haver deixat pas a la qüestió de la velocitat amb què convergeixen, és a dir, a la qüestió de si serveixen per a proporcionar una aproximació útil del seu límit.

D'altra banda, els pronòstics d'alguns informàtics sobre la probable i desitjable influència sobre els currículums de la disponibilitat i creixent sofisticació dels ordinadors, no s'han acomplert, i no pas per atzar. James Frauenthal (*SIAM News*, 1980) va fer la predicció que l'ordinador desplaçaria definitivament l'anàlisi matemàtica del lloc central que ara ocupa, tant en la recerca com en la docència (i el mateix passaria amb la teoria de nombres i la topologia), al mateix temps que faria que el paisatge de l'activitat matemàtica cap a l'any 2025 fos del tot diferent del d'avui. Vaig creure, i segueixo creient, que Frauenthal s'equivocava,<sup>3</sup> perquè no s'adonava de l'íntima relació entre l'ús efectiu de l'ordinador i la familiaritat amb els principis de l'anàlisi matemàtica, i perquè va ser incapaç de preveure l'immens creixement de la diversitat de les aplicacions de les matemàtiques.

Crec i així ho espero que estem ara en el procés d'abandonar dues de les més notòries, i més perilloses, falses antítesis de les matemàtiques d'aquest segle —antítesis especialment prominents durant el període 1945-1985. Em sento cofoi d'haver posat de manifest aquests punts de vista erronis en la meua ponència en la mateixa conferència de Karlsruhe de què he parlat abans [2]. Em refereixo a l'antítesi

docència *versus* recerca  
matemàtica pura *versus* matemàtica aplicada.

Respecte de la primera d'aquestes antítesis, ja he indicat per què molts del més destacats investigadors actuals es mostren ben preocupats per l'ensenyament de les matemàtiques, i voldria remetre el lector al meu article [4], on trobarà un dilatat argument, des d'un altre punt de vista, a favor de la complementaritat —més que no pas el conflicte— entre aquestes dues responsabilitats del matemàtic. És raonable esperar que el fantasma del conflicte entre recerca i docència, dut injustament a un lloc ben preeminent per l'hostil propaganda de Morris Kline [6], descansi en pau per sempre més.

Voldria dedicar la meua atenció a la segona de les falses dicotomies anteriors, per tal com defenso la tesi que la desaparició d'aquesta distinció artificial entre matemàtica pura i matemàtica aplicada és un dels signes més distintius i, alhora, un avenç remarcable, de la matemàtica contemporània, i continuarà enriquint la nostra ciència en un futur previsible. Ja cap a finals dels setanta vaig adonar-me d'un cert canvi d'actitud (vegeu [3]), i una ullada a les àrees dels diversos ponents en la Conferència sobre Noves Direccions en Matemàtica Aplicada [5] servirà per reforçar la meua posició. Hi veiem representades les àrees següents:

- Equacions diferencials ordinàries i en derivades parcials (evidentment!).
- Combinatòria.
- Àlgebra commutativa.
- Teoria de *jets* (geometria diferencial).
- Geometria algebraica.
- Àlgebres de Lie i grups de Lie.
- Topologia diferencial.
- Topologia algebraica, teoria de fibrats.
- Deformacions d'estructures complexes.
- Teoria de singularitats, caos.
- Anàlisi funcional.

---

<sup>3</sup> Vegi's també la crítica que Gail Young va fer de les tesis de Frauenthal a la seva introducció de [5].

De fet, encara podríem afegir que, si un especialista en teoria de codis, que havíem invitat, hagués pogut assistir a la conferència, podríem haver afegit a la llista: teoria de grups finits, teoria de nombres i cossos finits!<sup>4</sup>

El lector es deu haver fixat que molts dels temes de la llista anterior haurien estat considerats, fa tot just vint anys, com a inefablement purs. Aquí veiem per què la predicció de Frauenthal és equivocada, i fins a quin punt és essencialment equivocada. L'èmfasi en la matemàtica aplicada no limita les àrees dignes d'estudi, sinó que amplia les àrees aplicables. Això forma part de la meravella de les matemàtiques —forma part de la seva pròpia naturalesa ser aplicable, sempre que, tanmateix, es tracti de matemàtiques intrínsecament valuoses.<sup>5</sup> Tal com ha escrit Gail Young a la seva introducció a [5], en el seu propi intent de predir el futur: *Al final d'aquest segle, la momentània sobrevaloració de la matemàtica pura haurà desaparegut i les interconnexions tradicionals entre matemàtica pura i aplicacions s'hauran restablert*. Jo només afegiria que, clarament, les interconnexions tradicionals s'estan enfortint, mentre que noves connexions s'estableixen a cada moment.

Repasant l'escenari de la recerca actual, s'observa que la convergència entre matemàtica pura i aplicada, el restabliment de forts lligams entre matemàtica i física —que no es limiten, però, a aquelles àrees de les matemàtiques tradicionalment associades amb la física— formen part d'un fortíssim corrent que duu a la reafirmació de la unitat de la pròpia matemàtica. M'atreveixo a predir que una característica fixa de la recerca matemàtica a les pròximes dècades anirà en la direcció d'establir lligams entre les seves diverses parts.

Parlant en termes generals, es podria dir que el progrés espectacular de les matemàtiques durant els anys 1950-80 s'ha produït mitjançant el desenvolupament de disciplines autònomes. Molts dels seus artífexs han estat especialistes extraordinàriament hàbils que han treballat en àrees força restringides —grups finits, teoria d'homotopia, anells commutatius, anells no commutatius, equacions diferencials ordinàries, equacions en derivades parcials, etc. Hom podria dir que feien una *recerca vertical*, i que construïen estructures molt altes, molt refinades, però amb una base més aviat estreta. Per contrast amb això, una part de la recerca més excitant que es fa avui és una *recerca horitzontal*, que estableix relacions importants i insospitades entre aquelles estructures. Com a exemples, tenim la teoria *gauge*, cohomologia i equacions diferencials el·líptiques, àlgebra homològica i la decidibilitat de les màquines, teoria de grups i l'estudi dels homeomorfismes de subconjunts de l'espai euclidià. No vull de cap manera criticar el període anterior de progrés vertical —només poden establir-se lligams, només s'han de cercar lligams, quan les estructures que s'han de relacionar tenen unes propietats analítiques ben compreses. Però no deixa de ser gratificant pensar que ens trobem davant l'era del progrés horitzontal, i que podem rendir tribut a la importància del treball especialitzat fet anteriorment. A més, la implicació que tot això té respecte de la nostra docència matemàtica és evident —i important.

## 4 Una ullada cap al futur

Deixeu-me, d'entrada, adoptar un punt de vista optimista respecte al que el futur ens pot dur. Ja he dibuixat el meu panorama sobre el futur de les matemàtiques, fins allà on el

<sup>4</sup> I, si el DNA hagués estat a la nostra agenda, ben segur que hauríem necessitat un expert en teoria de nusos.

<sup>5</sup> Avui dia, la teoria de categories i la lògica es consideren ja com a eines essencials de la informàtica teòrica.

puç percebre. Quina mena d'educació hauríem de trobar, per tal de crear els matemàtics del futur i satisfer totes les altres múltiples funcions que l'educació té en una societat moderna i culta?

De ben segur que no insistirem pas en l'ensenyament d'aquelles habilitats mecàniques que (tanmateix!) les màquines realitzen millor i més de pressa que nosaltres. Tal com ja ha estat indicat, entre aquestes habilitats trobem des de l'aritmètica elemental fins a les tècniques d'integració i la solució de sistemes d'equacions lineals i d'equacions diferencials lineals amb coeficients constants. Més que res, ensenyarem més a comprendre i apreciar que no pas a adquirir velocitat i precisió en l'execució d'algorismes, i els nostres mètodes d'avaluació reflectiran aquest nou èmfasi. Aquest és un punt crucial —mentre infligim als estudiants preguntes d'examen que requereixen manipulació i velocitat, una certa capacitat de reconeixement d'estructures, bona memòria, i res més, és fora de lloc exclamar-se que, a la nostra docència, estem insistint en la importància de les demostracions, en les estratègies de resolució de problemes i en altres aspectes característics de l'activitat matemàtica real. Siguem clars: als Estats Units són els exàmens els que guien els programes, en el sentit dels programes reals, a tots els nivells. Hauria de ser al revés, però és així, i seria ben neci adoptar una posició tan optimista com per creure que això pot canviar.

La societat ha de proporcionar el suport necessari per a una educació efectiva. Per tant, implícit en aquest falaguer espectacle per al futur de l'educació matemàtica hi ha el supòsit que els nostres ciutadans han adquirit un nivell notable de culturització matemàtica. Han d'esdevenir conscients del paper de les matemàtiques, no tan sols en la indústria moderna, sinó també, de fet, en tota societat intel·ligent. Això implica, per exemple, la comprensió dels ordres de magnitud, l'aritmètica aproximada, l'estimació, els principis de la probabilitat i l'estadística, i la natura i implicacions del canvi continu. A més, com que una presa de decisions racional és fonamental si volem assolir una democràcia real i efectiva, hem d'esperar que el nostre sistema educatiu oferirà, a la nostra gent, l'habilitat de contrastar la validesa dels arguments que se'ls presenten constantment i de detectar el que és superficial, el que és capciós i el que és fals de dalt a baix. Seria magnífic que l'eslògan *Publicitat lleial*, en lloc de representar la defensa dels consumidors en front de l'abús, obeís al propi interès intel·ligent del fabricant.

Si he de ser franc, he d'admetre que no sóc gaire optimista respecte del futur. L'esquema que he fet representa, com a molt, les aspiracions que els matemàtics i els educadors s'enduran cap al segle XXI. Tal com veig avui les coses, especialment el sistema de valors predominant als Estats Units i a altres societats industrials avançades, i també les poderoses forces desencadenades per l'eliminació dels règims (dits, bé que espúriament) comunistes, de l'Europa de l'Est, començo a preguntar-me si no estarem entrant a una nova Era Fosca cultural. Podria passar que l'esperit de l'educació i el coneixement es mantinguessin vius només en uns pocs centres de cultura, com passà en els monestirs de l'antiga Era Fosca, mentre que, fora de les seves murades, la gent es limitaria a cercar només el seu propi profit individual i el de la seva família més immediata.

El materialisme sembla la religió dominant del nostre temps, tal com va lamentar el comandant Jacques Cousteau en la Conferència Internacional sobre el Medi, celebrada a Rio el 1992; i això no només té un efecte ecològic deplorable, sinó que està contribuint també a una davallada dels nivells intel·lectuals generals. Per tal d'avançar en la causa de l'educació, hem de lluitar per un canvi radical en el sistema de valors predominant i hem d'abolir un seguit de prejudicis habituals en contra de la ciència (manifestats, per exemple, en la recent campanya orquestrada per Bryan Appleyard i altra gent en contra

de la insolència de Stephen Hawking que presumeix de *llegir la ment de Deu*).

Si, tot i aquests mals auguris, podem fer els necessaris canvis en les actituds populars, les matemàtiques de ben segur que han de seguir prosperant i continuaran proporcionant beneficis a llarg termini a la societat, i intel·ligència, coneixement i enriquiment espiritual a aquells que la fan, als que l'ensenyen i a tots els que hi entren en contacte d'una manera efectiva. És per aquest criteri que hom ha de valorar les realitzacions del CRM i, amb tota claredat, hom les ha de valorar amb la millor de les qualificacions.

## Referències

- [1] MICHAEL ATIYAH: *Trends in pure mathematics*, Proc. ICME III (1976), 61–74.
- [2] PETER HILTON: *Education in mathematics and science today: the spread of false dichotomies*, Proc. ICME III (1976), 75–97.
- [3] PETER HILTON: *The emphasis on applied mathematics today and its implications for the mathematical curriculum*, “New Directions in Applied Mathematics”, Springer (1982), 155–163.
- [4] PETER HILTON: *Teaching and research: The history of a pseudoconflict*, “The Merging of Disciplines: New Directions in Pure, Applied and Computational Mathematics”, Springer (1986), 89–99.
- [5] PETER HILTON i GAIL YOUNG (ed.): “New Directions in Applied Mathematics”, Springer (1982), p. 163.
- [6] MORRIS KLINE: *Why the Professor Can't Teach*, St. Martin's Press (1978), p. 288.

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL SCIENCES  
STATE UNIVERSITY OF NEW YORK AT BINGHAMTON  
BINGHAMTON, NY 13902–6000  
U.S.A.