

PHILOSOPHIE DES MATHEMATIQUES ET FORMATION DES PROFESSEURS STAGIAIRES

M. THOMAS DE VITTORI

GROUPE REFOREHST. IUFM DE BRETAGNE – BREST – France.

Thomas.de-vittori@bretagne.iufm.fr

Paroles clau: *philosophie des mathématiques, épistémologie, enseignement, formation des maîtres*

Philosophy of mathematics and teachers training

Summary: In this article, through the analysis of teachers training sessions and questionnaires about teachers' and students' representations, we present one of the didactic issues of an epistemological training. Teachers' epistemological views are not only of a platonic type. They are numerous and deeply anchored. Teachers' representations are generally in agreement with students' views on mathematics but sometimes, on some specific aspects, they enter in contradiction with them. In these cases, education in philosophy and history of sciences can be helpful in allowing teachers to become conscious that beyond knowledge, they impart a certain vision of mathematics and science.

Key words: *philosophy of mathematics, epistemology, teaching, teacher training*

Introduction

En France, les instructions officielles incitent plus que jamais à convier les athématiques lors d'approches dans lesquelles prennent place plusieurs disciplines scientifiques ou non (thèmes de convergences, utilisation d'éléments d'histoire...). Cependant, le rôle des mathématiques dans l'enseignement, et plus particulièrement dans l'enseignement

des sciences, comporte de multiples facettes qui vont de la vision utilitaire d'une discipline dont le calcul serait le seul objet, à la véritable caution scientifique lors de processus de modélisation. Ainsi, au-delà du professeur de mathématiques, c'est une certaine représentation de cette discipline qui entre en jeu et qui doit interroger la formation des enseignants. Deux questions peuvent alors se poser:

Quel est l'état de la réflexion des futurs professeurs de mathématiques sur leur discipline?

Quels enjeux pour l'enseignement?

Afin de tenter de répondre à ces deux questions, nous présenterons et analyserons dans un premier temps des expériences de formation, puis nous aborderons quelques questions relatives à la place de l'épistémologie du professeur dans l'enseignement des sciences.

1. Philosophie des mathématiques et formation des professeurs de mathématiques

L'épistémologie ne faisant pas partie des cursus des étudiants de science, nous pourrions penser que les stagiaires arrivent avec une posture neutre sur ces questions. Or, l'étude de séances d'épistémologie où se mêlent questions ouvertes, expériences de pensée et lecture de textes philosophiques, montre qu'il n'en est rien et que chaque futur professeur possède une certaine épistémologie spontanée dont les implications sur l'enseignement ne doivent pas être sous-estimées.

L'idée d'un travail avec de futurs professeurs de mathématiques sur la philosophie des mathématiques est née d'une double interrogation. Il s'agissait tout d'abord de questionner les stagiaires sur les conceptions intuitives et immédiates de leur discipline. Ce faisant, et indépendamment de ce premier aspect, l'objectif était également de tester la persistance du réalisme platonicien souvent présenté comme la philosophie spontanée de tout mathématicien.

Compte tenu de ces objectifs, une séance de trois heures, dont l'intitulé «Philosophie et philosophie des mathématiques» était volontairement vague, a été proposée aux stagiaires. Cette séance comportait trois étapes distinctes, plus ou moins indépendantes. La première consistait en une simple question sur la définition des mathématiques. Chaque stagiaire devait répondre anonymement et individuellement sur une petite feuille. La deuxième étape était une activité durant laquelle nous avons cherché à définir où se trouvait une figure géométrique. Cette phase a été clairement menée afin de tester la persistance d'une philosophie de type platonicienne chez les futurs professeurs de mathématiques. La troisième et dernière étape fut un temps d'échanges à partir de cinq textes d'auteurs représentatifs des grands courants de pensée concernant les mathématiques. La lecture et l'étude de ces textes étaient l'occasion d'apporter quelques éléments théoriques visant à enrichir les connaissances des stagiaires sur ces questions et permettre ainsi d'étayer leurs réflexions futures.

Lorsqu'on pose la question «Quelle définition donneriez-vous des mathématiques?» les réponses des stagiaires sont très variées tant dans leur nature (longueur, niveau de réflexion)

que dans les thèses philosophiques sous-jacentes. Les stagiaires ont utilisé indifféremment les termes de science, discipline, activité pour qualifier les mathématiques. Nous n'analyserons pas ce point car la distinction entre ces trois expressions ne nous semble pas, dans le cadre d'un travail avec des non spécialistes en philosophie, jouer un rôle fondamental. À la lecture des productions, nous avons pu assez facilement les regrouper et distinguer quatre grands thèmes et un cinquième contenant une seule réponse que nous avons placée à part. Quelques exemples sont rappelés ci-dessous. Les catégories sont placées dans l'ordre des effectifs, des plus nombreux au moins nombreux. Le nombre de réponses concernées est mis entre parenthèses.

A - Science ayant un objet propre (11 réponses)

- Science abstraite qui repose sur les nombres, le calcul?!
- Science qui étudie les nombres et la géométrie
- Science des nombres
- C'est une matière qui étudie les nombres, la géométrie, la logique

B - Science sans objet propre (7 réponses)

- C'est une science
- C'est une matière qui permet de conceptualiser des données purement abstraites
- C'est une science de l'abstrait
- Réflexion abstraite

C - Outil pour les autres sciences (4 réponses)

- Mathématiques: outil pour les sciences expérimentales
- Étude théorique des sciences

D - Une activité pour l'homme (3 réponses)

- Une science nous aidant à construire notre raisonnement

E - Un objet philosophique (1 réponse)

- Science née du concept d'unité

Ce découpage n'est évidemment pas exclusif car sauf à avoir préalablement réfléchi à ces questions, rares sont les personnes pouvant répondre en une phrase; ce qui crée inévitablement une marge d'interprétation. C'est également pour des raisons de niveau de conceptualisation que nous mettons la réponse «Science née du concept d'unité» à part. Cette définition des mathématiques renvoie visiblement aux théories platoniciennes sur l'Un. Si elle signifie bien ce que nous croyons, elle témoigne d'un questionnement préalable qui détone par rapport à l'ensemble. Dans l'absolu, elle devrait être rattachée à la catégorie A. Excepté cet élément un peu particulier, la grande majorité des réponses (18 sur 26) fait des mathématiques une science abstraite, avec ou sans objet propre. Les représentations sont toujours assez intuitives mais il est intéressant de remarquer que l'idée d'outil pour les autres disciplines apparaît très peu. Les mathématiques restent perçues comme un monde clos exclusi-

vement auto-productif. Concernant les réponses du groupe D, elles font apparaître, outre un cartésianisme certain quand à l'utilité des mathématiques, une réflexion d'ordre pédagogique sur la discipline. Cet aspect est évidemment une qualité pour des enseignants mais il demeure intéressant de le voir apparaître comme le caractère essentiel d'une représentation immédiate des mathématiques. Ce point positif masque peut-être une méconnaissance de cette discipline à d'autres niveaux et en particulier celui de la recherche. Les réponses étant anonymes, il est impossible d'abonder dans ce sens ou non à l'issue de cet unique moment.

La prédominance des catégories A et B a été confirmée sur un deuxième groupe de stagiaires, pour lesquels la répartition est donnée ci-dessous.

- A - Science ayant un objet propre (8 réponses)
- B - Science sans objet propre (4 réponses)
- C - Outil pour les autres sciences (4 réponses)
- D - Une activité pour l'homme (1 réponse)
- F - Le fondement des sciences (1 réponse)

Comme pour le premier groupe, une réponse ne s'insère pas naturellement dans la classification proposée, elle a donc été mise à part (groupe F).

2. Le réalisme platonicien persiste-t-il?

Comme nous l'avons annoncé, l'un des objectifs de ces temps de formation était de voir si le réalisme platonicien apparaissait spontanément comme la philosophie du professeur de mathématiques, ou sinon, quelle résistance existait face à ces thèses. Par un débat sur la définition du lieu d'une figure géométrique, l'idée qui fut mise à l'épreuve est celle de l'existence des objets mathématiques en dehors de toute activité humaine. Le déroulement de l'expérience et sa conclusion montrèrent assez clairement la prédominance du réalisme platonicien chez les professeurs de mathématiques. Toutefois cette conclusion n'était pas partagée par tous et certains professeurs se déclarèrent clairement opposés à cette idée.

3. Représentations et enjeux d'une formation épistémologique

Les expériences analysées précédemment mettent en évidence une certaine constance dans les conceptions philosophiques. Néanmoins, si la grande majorité des professeurs stagiaires adhèrent spontanément à un réalisme platonicien élémentaire, certains d'entre-eux ne le font pas. Les effets statistiques ne doivent donc ne pas masquer le fait que chaque professeur a sa propre épistémologie et que c'est elle qui prend sens lorsqu'il se trouve face à ses élèves. Comme le soulignent les programmes officiels (classe de seconde, BO HS n°2 30 août 2001), «le programme est une trame à partir de laquelle le professeur construit son enseignement. Il ne doit pas perdre de vue que, par le choix des exemples traités et de la progression suivie, par le vocabulaire imagé employé, par sa manière personnelle de raconter

l'histoire de certaines idées, il transmet une image des mathématiques importante pour l'avenir de ses élèves». Le point de vue des professeurs ayant été évoqué, qu'en est-il de la perception des mathématiques par les élèves? Pour essayer de saisir les conceptions des élèves, il est difficile de le faire de manière frontale comme dans le cas d'adultes. Nous avons donc opté pour l'utilisation d'un questionnaire. Ce questionnaire comportait dix propositions concernant l'activité mathématiques pour lesquelles on devait exprimer son accord ou désaccord. Ce document a été proposé à plusieurs classes, de la sixième à la seconde, pour un total de 143 élèves. Afin de faciliter la lecture et l'interprétation, nous avons regroupé les résultats (Tout à fait d'accord et Plutôt d'accord dans une catégorie Oui, et Plutôt pas d'accord et Pas d'accord du tout dans une catégorie Non) et tracé le diagramme des réponses.

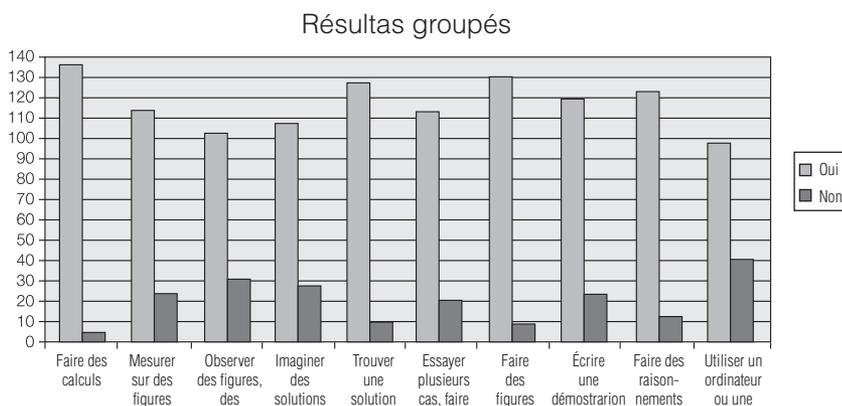


Figure 1. Résultats pour les professeurs stagiaires.

Cette représentation graphique permet de constater immédiatement l'accord général des élèves sur les phrases proposées. Nous ne les donnons pas ici, mais les graphiques par classes offrent les mêmes résultats. Il n'y a pas de différences entre une classe de sixième, une classe de quatrième ou une classe de seconde. Pour les élèves, les mathématiques sont une activité complète qui comprend à la fois de l'observation et des mesures, des essais et des figures, puis des calculs et des démonstrations. L'imagination est considérée comme faisant partie intégrante des mathématiques, et l'ordinateur est accepté comme outil dans cette discipline. Les représentations des élèves sont riches mais surtout elles sont conformes à ce qu'attend d'eux l'institution. Par exemple, le programme de première scientifique (annexe 2, BO HS n°7 31 août 2000) place au centre de la formation scientifique un noyau caractérisé par quatre verbes: observer, abstraire, expérimenter et démontrer. Le texte précise que cette liste n'est pas une trame linéaire et que «ces quatre composantes entretiennent entre elles des rapports dialectiques, l'une appelant l'autre ou s'appuyant sur elle, au gré du travail mathématique réalisé». Tant pour les élèves que pour l'institution, l'observation et

l'expérimentation sont de réels moments d'activités mathématiques. L'étude ayant porté sur des classes couvrant presque la totalité du cursus secondaire général, ces résultats montrent que l'enseignement reçu stabilise une certaine conception des mathématiques, cette dernière étant issue de l'interaction entre les choix institutionnels et les conceptions des enseignants. Si les enseignants aguerris ne s'étonnent pas des résultats du questionnaire précédent, la même étude sur un groupe de professeurs stagiaires montre certaines divergences. Pour cette partie de l'étude, un questionnaire identique à celui proposé aux élèves a été soumis aux futurs professeurs. Il n'y avait pas obligation de réponse et le questionnaire pouvait être anonyme si le professeur interrogé le souhaitait. Les résultats ont été regroupés comme précédemment et le graphique obtenu est donné ci-dessous.

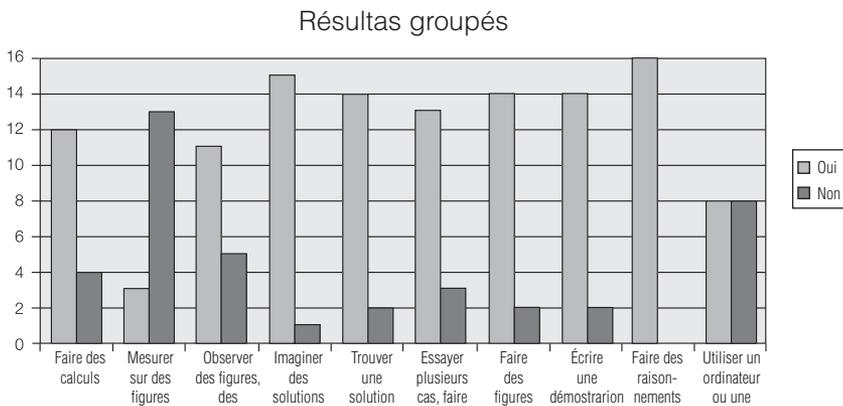


Figura 2. Résultats pour les professeurs stagiaires.

En comparant ce graphique avec le graphique élèves, on remarque immédiatement leur similarité à part pour deux questions. La première concerne l'utilisation de l'ordinateur. Pour les stagiaires, l'outil informatique ne fait pas partie avec certitude de l'activité mathématique. Nous n'analyserons pas en profondeur cet élément ici car la proportion 50% - 50% relevée nécessiterait d'être confirmée par des statistiques à plus grande échelle. Notons toutefois que cette tendance peut trouver son origine dans le cursus des stagiaires. Pour la plupart, les jeunes professeurs étaient dans le secondaire à une période où l'informatique n'était pas aussi présente qu'actuellement, ils ont donc peu côtoyé cet outil. La deuxième chose est que le niveau de recrutement des professeurs certifiés est la licence. Les stagiaires n'ont donc pas nécessairement rencontré le quotidien des recherches en mathématiques pour lesquelles les calculateurs sont souvent indispensables.

Contrairement à l'informatique, la deuxième proposition pour laquelle les résultats divergent est beaucoup plus tranchée. À peine 20% des professeurs stagiaires estiment que «mesurer sur des figures» est synonyme d'activité mathématique. Cet élément est révélateur

de nos premières conclusions sur les conceptions des jeunes professeurs sur leur discipline. Nous l'avons vu, pour la grande majorité d'entre eux, les mathématiques sont une science abstraite dont la réalisation la plus exemplaire réside dans le raisonnement et la démonstration. Pour le groupe interrogé, près de 90% des professeurs considèrent que faire des mathématiques, c'est «écrire une démonstration» et 100% diront que c'est aussi «faire des raisonnements». Notons également que «faire des calculs» est perçu généralement comme une véritable activité mathématique. Comme nous pouvons le lire dans l'un des documents d'accompagnement du collège (Document d'accompagnement Grandeurs et mesures Octobre 2007), «les grandeurs ont longtemps occupé une place importante dans l'enseignement des mathématiques, à l'école et au collège. Puis leur place s'est beaucoup réduite, notamment dans la période des mathématiques modernes, au profit des nombres». Les professeurs stagiaires sont certainement les héritiers de ces mouvements dans l'enseignement car «la plupart des professeurs ont fait leurs études à un moment où les grandeurs étaient bannies de l'enseignement des mathématiques». Cette première interprétation joue très certainement un rôle dans la mise en place des conceptions des jeunes professeurs, mais une autre hypothèse, moins globale est possible.

4. Perspectives

Dans notre étude, nous avons tenté de montrer que les conceptions des mathématiques chez les professeurs stagiaires sont riches et profondément ancrées. Dans la plupart des cas, l'épistémologie du professeur est conforme à la fois à celle des élèves et à celle attendue par l'institution. Cependant, nous avons vu que certaines représentations des stagiaires s'éloignent jusqu'à parfois s'opposer à celles de leurs élèves. Les programmes officiels prônent une certaine forme de démarche d'investigation en mathématiques. Les élèves doivent expérimenter, observer... dans le cadre d'activités bien choisies. Pour le travail de mesure, le désaccord conceptuel entre élèves et professeur risque d'entraîner l'échec des apprentissages. L'histoire et la philosophie des mathématiques prennent place à plusieurs niveaux dans le contexte scolaire. Il y a tout d'abord celui de l'élève. L'introduction de séances historiques et épistémologiques comme le préconisent certains programmes (programme de première S, paragraphe 3) permet de transmettre des connaissances sur les auteurs et les concepts marquants dans la genèse de cette discipline. Mais il y a aussi le niveau du professeur. Les étudiants en sciences ne suivent généralement pas d'enseignement d'histoire de leur discipline. Les lauréats aux concours d'enseignement arrivent donc avec les seules représentations acquises lors de leur propre scolarité. Or cette image des mathématiques tant dans leurs objets que dans leurs méthodes est parfois décalée, voire anachronique par rapport à celle de leurs élèves. Le nouveau cahier des charges de la formation des maîtres avait rappelé l'importance de l'acquisition d'éléments d'histoire et de philosophie des sciences par les enseignants. Ceci est à la fois nécessaire au quotidien dans la classe, mais aussi engage les représentations des nouvelles générations à long terme.

Références

Programmes officiels de l'enseignement secondaire en France. *Eduscol*: <http://eduscol.education.fr>

GUILBERT, L. (1992), «L'idée de science chez des enseignants en formation; une analyse quantitative et qualitative à partir d'un test», *The Canadian Journal of Higher Education*, **22** (3), 76-107.

HODSON, D. (1985), «Philosophy of science, science and education», *Studies in Science Education*, **72** (1), 19-40.

KING, B. B. (1991), «Beginning teachers' knowledge of and attitudes toward history and philosophy of science», *Science Education*, **75** (1), 135-141.

MATTHEWS, M. R. (1994), *Science teaching. The role of history and philosophy of science*, Routledge.

TSAI, C.-C. (2007), «Teachers' scientific epistemological views: The coherence with instruction and students' views», *Science Education*, **91** (2), 222-243.