

HISTORIA DE LA MATEMÁTICA Y DIMENSIÓN CULTURAL DE LAS MATEMÁTICAS

PEDRO M. GONZÁLEZ URBANEJA

IES SANT JOSEP DE CALASSANÇ, BARCELONA.

Palabras clave: *matemáticas, historia, cultura, filosofía, arte, educación, religión, política*

History of mathematics and cultural dimension of mathematics

Summary: *Beyond the recognized instrumental nature of mathematics, as a language and a tool in the service of science and technology, the History of Mathematics reveals its cultural dimension and its remarkable impact on the History of thought. That's why it is an instrument to dignify and culturally enrich the teaching of Mathematics and promote their interdisciplinary integration into the harmonic overall of the scientific, artistic and humanistic knowledge that constitutes Culture. In a very synthetic way, it searches in the links that Mathematics has established throughout history with the various disciplines, particularly those that in academic sense are called humanistic. Thus we can see that in every era, many of the ideas developed by Mathematics arise from the interaction with its cultural environment and they revert to it as a language as well as a tool of interpretation of that whole world.*

Key words: *mathematics, history, culture, philosophy, art, education, religion, politics*

Introducción

La Ciencia es tanto un hábito de pensamiento como una forma de vida y las Matemáticas son tanto un aspecto de la Cultura como una colección de algoritmos.

BOYER, C. B. (1949), *History of the Calculus and its conceptual development*, New York, Dover, prefacio de la segunda edición.

Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas.

BELL, E. T. (1985), *Historia de las Matemáticas*, México, Fondo de Cultura Económica, 54.

La Historia de la Matemática revela la dimensión cultural de las Matemáticas y su notable impacto en la Historia del Pensamiento, por eso es un instrumento magistral para enriquecer culturalmente la Enseñanza de la Matemática e integrarla de forma interdisciplinar en el currículum académico. La Matemática, que como decía Gauss, «es la reina de las ciencias», constituye una de las grandes manifestaciones del espíritu, con un desarrollo milenario relacionado estrechamente con los grandes hitos del conocimiento y de la cultura. Conocida es la implicación de la Matemática con las Ciencias de la Naturaleza, la Tecnología y la Economía; pero sus vínculos con las Artes, la Filosofía, la Educación, el Lenguaje, la Literatura, la Música, la Religión, la Mística, la Política, etc., hacen de ella una manifestación de la racionalidad que, navegando a lo largo de la Historia en todos los confines del Pensamiento, vertebra la Cultura, desde las más remotas civilizaciones hasta la inexorable informatización del mundo actual.

La permanente interacción de la Matemática con la actividad humana hacen de esta ciencia uno de los grandes logros culturales de la humanidad. A título de ejemplo describiremos, de forma muy sintética, algunas relaciones e influencias recíprocas que a lo largo de la historia ha establecido la Matemática con ciertas disciplinas, en particular las que en sentido académico denominamos humanísticas: Filosofía, Artes, Educación, Religión, Política, Lenguaje, etc.

Matemática y Filosofía

La Matemática y la Filosofía tienen unas raíces históricas comunes en el horizonte pitagórico del siglo VI a.C. que conocemos relativamente bien a través de la Filosofía platónica y la *Metafísica* de Aristóteles. Por múltiples fuentes sabemos que el término *Filosofía* como «amor a la Sabiduría» fue acuñado por Pitágoras; pero lo que no es tan conocido es la procedencia pitagórica del término *Matemática*. Tiene su raíz en el término *Mathema* vinculado al significado de conocer, aprender o entender, pero no a un ámbito específico del saber, sino al *saber en sí mismo*. Así pues, la Matemática sería una actividad intelectual no vincula-

da a un espacio cultural concreto y particular del saber, sino al conocimiento en sí mismo, y anterior, como base, a todo otro conocimiento, de ahí los estrechos vínculos primigenios de la Matemática con la Filosofía.

Si la Filosofía nace como explicación racional del universo, desde su mismo origen común, la Matemática se arroga una función de dar *cuenta* —aspira a «*dar razón*» en sentido filosófico— del orden natural, en un proceso que se inicia con Pitágoras, se afianza con Platón, se consolida con Descartes y desemboca en la Física de Galileo, Newton y Einstein. Precisamente «*dar cuenta*» y «*dar razón*» son términos *matemáticos*.

Aparte de cuestiones propiamente filosóficas como el concepto de verdad en Matemáticas, la naturaleza del rigor y la idea de la demostración (consustancial con la Matemática y elemento esencial en el tránsito del mito al logos que tiene lugar en la cultura griega), podemos concretar en tres figuras esenciales: Pitágoras, Platón y Descartes.

Con su acusado Panmatematismo, para Pitágoras «el número es la esencia de todas las cosas», pronunciamiento metafísico que en el curso de los siglos conduce al galileano «la naturaleza está escrita en caracteres matemáticos» y tiene plena vigencia en la actualidad con la digitalización informática. El Pitagorismo es la base del atomismo de Demócrito, del idealismo platónico y de la primitiva fundamentación filosófica del Cristianismo. Al ser el principal instaurador de la tradición filosófica y matemática, Pitágoras como personaje iniciático, es uno de los artífices del *milagro griego* y su legado cultural ha establecido una estrecha y eterna relación entre Matemática, Ciencia y Filosofía.

En muchos de sus *Diálogos* (*República, Leyes, Menón, Timeo, Teeteto...*), Platón sitúa a la Matemática (en forma tetradisciplinar de *Quadrivium*) como la aristocracia del conocimiento, propedéutica ineludible de la Filosofía y fundamento de todo saber; por eso en el frontispicio de *la Academia* rezaba: «No entre nadie ignorante en Geometría». La *Teoría platónica de las Ideas* tiene uno de sus fundamentos en las formas geométricas, y según *El Timeo* «Dios como demiurgo geometriza el mundo», por eso el lenguaje matemático es imprescindible para descifrar los secretos del orden cósmico pitagórico, establecido por la divinidad con base en la justa y bella medida, fundada en las formas y los números esenciales de la Geometría y la Aritmética. *El Timeo* es un impresionante mito cosmogónico, una fantasía geométrico-cósmica, plagada de misticismo religioso pitagórico, en la que Platón delinea el mundo físico y explica los fenómenos naturales en clave geométrica, mediante los poliedros regulares, que desde entonces se llaman los *sólidos platónicos* (*Timeo*, 54d-55c). La solución de la Academia platónica a la crisis pitagórica de los inconmensurables tiene una repercusión decisiva sobre las ulteriores concepciones filosóficas acerca de infinito. Platón ha sido el filósofo que mayor influencia ha ejercido sobre las concepciones acerca de la realidad matemática.

La búsqueda cartesiana de la unidad del saber, incardinó la mente filosófica de Descartes hacia la Matemática, donde encuentra el modelo paradigmático para rastrear las primeras verdades absolutamente ciertas que pudieran servirle de fundamento en la reconstrucción de todo el edificio científico y filosófico, pues aspira a dar cuenta y razón de la totalidad del

saber, con la pretensión de cimentar los principios de la Filosofía con la certidumbre de las Matemáticas, en palabras de Spinoza. Pero más que en los extensos conocimientos particulares de las Matemáticas, aprendidos en su etapa escolar, Descartes se fija en el modo de proceder en la investigación matemática, en el espíritu y la naturaleza intelectual de la práctica del quehacer matemático, en los rasgos característicos de las propias Matemáticas, al encontrar en ellas la evidencia de los principios y la certidumbre de las consecuencias obtenidas con rigor, llegando a afirmar que las cosas que entran en la esfera del conocimiento se encadenan como las proposiciones geométricas.

Profundas reflexiones sobre las condiciones intelectuales que habían concurrido en el pasado y gravitaban en el presente sobre toda esta actividad mental, relacionada con el trabajo matemático, que Descartes plasma en su obra de juventud, *Reglas para la dirección del espíritu*, le llevan a concebir el «Método para conducir correctamente la razón y buscar la verdad en las ciencias» de El Discurso del Método, acta fundacional del llamado Cartesiano, corriente filosófica que se dice basada en el «método de la razón matemática», ya que las reglas de este método de pensamiento son extraídas de los procedimientos geométricos y están inspiradas, según Descartes, en los saberes matemáticos. En este sentido se quiere indicar que la Matemática es la base racional del cartesianismo, de modo que el llamado racionalismo cartesiano está poseído de un acusado matematicismo. Descartes adopta la Matemática como fundamento de lo que llama la *Mathesis Universalis*, un saber más universal que la propia Matemática y aplicable a todas las ciencias, como extensión del modelo de conocimiento cierto y seguro de las Matemáticas a los estadios del saber cuyas verdades se obtienen al seguir los preceptos de *El Discurso del Método*, verdadera autobiografía intelectual de Descartes, a la que acompaña *La Geometría*, una de las obras fundamentales del pensamiento geométrico a lo largo de la Historia de la Matemática, que funda la Geometría Analítica como el lenguaje de expresión y por tanto la clave de todas las ciencias, y en la que las reglas del método cartesiano adquieren el sentido matemático de normas para la solución de los problemas geométricos mediante ecuaciones.

La Matemática en las Artes

En todos los tiempos la Matemática ha estado al servicio de la expresividad artística de modo que subyace en la obra de Arte unos saberes geométricos, ostensibles o secretos, que conforman proporciones, dan significado a las intenciones del artista y contribuyen a la emoción y al misterio que emana de la belleza. Pero al citar el término «*saberes*» no nos limitamos a la aplicación al Arte de la Matemática útil o práctica de los artesanos, sino que aludimos también a los aspectos filosóficos de las Matemáticas que han influido sobre el Arte, ya que Arte, Matemática y Pensamiento se involucran de forma intrincada en el trabajo del artista.

La armonía de las proporciones es la esencia de la belleza en la Filosofía de la Estética. Genio, ingenio y técnica, presiden cálculos, proporciones y simetrías, fundamento de la belleza que trasmite la obra de arte, que en modo alguno es casual, sino consecuencia de la pri-

migenia armonía pitagórica de las proporciones que los matemáticos descubrieron y los artistas aplicaron. La fuente primaria de la armonía y la proporción en el Arte se halla en los conceptos matemáticos del universo pitagórico-platónico de los que derivan dos de los tipos canónicos de proporciones en el Arte: las conmensurables relativas a las consonancias musicales y las inconmensurables vinculadas a la *Divina Proporción*.

Hay multitud de composiciones artísticas en la que la propia Matemática o los matemáticos son los principales protagonistas como objeto de expresión. Entre ellas destacan las múltiples representaciones alegóricas de las cuatro *Artes Liberales* del *Cuadrivium pitagórico*, tópico habitual en la iconografía medieval y renacentista; los famosos grabados de la *Margarita Philosophica* de Reisch; imágenes con la efigie de los más importantes matemáticos (Pitágoras, Platón, Euclides, Arquímedes, Fermat, Descartes, ...) o con el propio ambiente donde se desarrollaba la especulación matemática (la secta pitagórica, la *Academia* platónica, la *Biblioteca* de Alejandría, la *Casa de la Sabiduría* de Bagdad, ...); la abundante iconografía en torno al simbolismo del pentagrama místico pitagórico y la fascinación secular de los sólidos pitagórico-platónicos; la impresionante enciclopedia iconográfica matemática de los frescos de P.Tibaldi en la Biblioteca de El Escorial; la sorprendente iconografía del universo matemático-artístico de Escher; las reminiscencias platónicas en la obra de Dalí y el increíble despliegue de recursos geométricos en la Arquitectura de Gaudí donde la estética se pone al servicio de la estática.

Especial mención merece el Arte del Renacimiento en el que la sólida formación matemática de los artistas-geométras (Della Francesca, Leonardo, Durero, Alberti, Palladio, ...) desarrolla la Perspectiva como cuna de una nueva disciplina matemática: la Geometría Proyectiva. Y en la cima artística de todos ellos, Rafael con su *La Escuela de Atenas*, exaltación de la Filosofía, el Arte y la Matemática, homenaje a la investigación racional de la verdad en el mundo griego que concentra en animada concurrencia a los más eminentes filósofos y científicos griegos con los más ilustres matemáticos (en particular Pitágoras y Euclides) en torno a Platón y Aristóteles.

La Matemática en la Educación

Toda sintaxis matemática se aplica a objetos definidos sin ningún tipo de ambigüedad, porque previamente se han sometido a una férrea definición que precisa, determina, concreta, específica, delimita, e individualiza sus características. Además, los argumentos matemáticos se establecen con la demostración, que los convierte en incontrovertibles, en verdades eternas y universales. La demostración matemática convence por la ilación argumental irrefutable que alcanza algo legítimo conforme a las leyes de la Lógica. Por eso a partir de Pitágoras la Matemática es universalmente considerada como un manantial primario de verdad objetiva. Definición y demostración caracterizan y singularizan la actividad matemática frente al resto de las actividades humanas. En ello se basa la importancia de la Matemática en la Educación, más allá de su carácter instrumental como lenguaje de las ciencias, las técnicas y las artes.

Y esto es así, por lo menos desde Platón para quien la Matemática es un instrumento esencial para la educación e instrucción de la juventud como propedéutica ineludible del acceso a cualquier otro saber (*República*, VII, 521-527). Su maestro de Geometría en la Magna Grecia, Arquitas de Tarento, como brillante político y audaz reformador, había establecido la Matemática como componente esencial del programa escolar, instituyendo el *Quadrivium pitagórico* —Aritmética, Geometría, Música y Astronomía— sancionado por Platón en *La República* y de vigencia secular casi hasta nuestros días. Casi dos siglos antes, y en el origen, Pitágoras, acuña, como se ha dicho, el término Filosofía —*amor a la sabiduría*— y también el término *Mathema* con el significado de «lo que se enseña y se aprende». A partir de entonces, en el mundo griego, la Matemática es la encarnación del conocimiento, según Platón mediante reminiscencia —el aprendizaje es un recuerdo promovido por la Educación, que fructifica cuando el maestro alumbra el conocimiento en el alumno mediante una serie de cuestiones y preguntas bien hilvanadas de forma heurística (*Menón*, 82b-85b).

Con estos antecedentes podemos entender la trascendencia que siempre ha tenido y tiene la educación matemática en todos los sistemas educativos. La actividad matemática, con la definición y la demostración como elementos nucleares, es una fuente generadora de instrumentos intelectuales básicos con los que debe de funcionar cualquier persona a lo largo de su vida, es decir, las facultades humanas vinculadas a la precisión y la exactitud, la lógica y la intuición, la inducción y la deducción, la observación y la imaginación, el análisis y la síntesis, la generalidad y la particularidad, la abstracción y la concreción, la interpolación y la extrapolación, etc. Enfatizamos estas cualidades de las Matemáticas que hacen de ella un instrumento fundamental en la Educación, ya que alimentan tanto su función informativa que permite adquirir un conjunto de conocimientos para familiarizarse con el mundo natural circundante, con herramientas para interpretar el mundo físico, natural y social, en términos cuantitativos y abstractos, como su función formativa para desarrollar el pensamiento crítico y el rigor científico, inculcar una disciplina mental con la que operar sobre cualquier tipo de pensamiento y a través de la resolución de problemas desarrollar la iniciativa personal y la fortaleza para vencer obstáculos, estimulando la voluntad. La Matemática incide así decisivamente sobre el binomio entendimiento-voluntad que es la matriz del espíritu humano.

Matemática, Religión, Teología y Mística

Entre los múltiples vínculos que a lo largo de la historia ha establecido la Matemática con el fenómeno religioso destacaríamos los siguientes: origen sacro de la Geometría en todas las culturas, simbología religiosa geométrica —el pentagrama místico pitagórico, el hexagrama de Salomón o estrella de David, la cruz cristiana, la media luna y los talismanes islámicos, el Yang-yin chino, los mandala hindúes—, las prescripciones geométricas para la construcción de altares en los *Sulvasutras* hindúes, el Pitagorismo como Religión, el Platonismo como fundamentos filosófico del Cristianismo, la Geometría como instrumento divino de creación y configuración (el Dios geómetra como Arquitecto supremo del universo en *El Ti-*

meo y en Kepler), el «*Argumento ontológico*» de San Anselmo sobre la existencia de Dios, la Divina Proporción y los atributos de la divinidad en Luca Pacioli, el simbolismo místico de los poliedros (Platón, Pacioli, Kepler, Dalí, ...), la duda metódica de Descartes y Dios en *El Discurso del Método*, el misticismo de Pascal y su apuesta probabilística sobre la existencia de Dios, la máxima de Kronecker «Dios creó los números naturales y todo lo demás [en Matemáticas] es obra del hombre», Russell y las «*pruebas*» de la existencia de Dios, etc.

Matemática, Política y Sociedad

En varios *Diálogos* (*República*, *Leyes*...) Platón considera a la Matemática como un elemento básico en la formación del hombre de Estado, el filósofo-gobernante, que desde la Matemática alcanza la Filosofía y desde ésta el valor supremo de la Justicia que debe informar las Leyes.

A partir del emperador Augusto, pero sobre todo desde hace más de un siglo la Estadística es un instrumento esencial de la acción política del Estado como indica su propia etimología.

La Revolución Francesa convierte a la Matemática en un instrumento político al servicio del Estado. La *Enciclopedia* de Diderot y D'Alembert —cuyo *Discurso Preliminar* de gran contenido histórico, científico y matemático, es redactado por éste— prepara el ambiente de una Revolución social y política con gran protagonismo de los matemáticos (Monge, Carnot, Condorcet, Lagrange, Legendre, Laplace...) que propician una Revolución institucional (educativa y didáctica) con la creación de ejemplares centros educativos de Enseñanza Superior (la Escuela Politécnica y la Escuela Normal se convirtieron en modelos a seguir en todos los países donde penetró la idea de progreso de la revolución, y en ellas se formaron y enseñaron los sabios más relevantes del momento), producen una Revolución didáctica (programas de asignaturas, libros de texto), fundan la figura del matemático profesional, profesor científico, asalariado y público, al servicio del Estado, e introducen el Sistema Métrico Decimal. Los matemáticos y científicos, plenos de entusiasmo social, se convierten en políticos y administradores. Condorcet, fundador de la Matemática Social y artífice de los «*manuals del maestro*», crea un espíritu socio-político con la máxima: «Esclareced las ciencias morales y políticas con la luz del Álgebra». Napoleón —con grandes conocimientos matemáticos procedentes de su formación militar y de una gran afición— proclama como político: «Las obras de Matemáticas contribuyen a la ilustración de la nación» y «El avance y la perfección de las Matemáticas están íntimamente ligados a la prosperidad del Estado».

Conclusiones

En esta excursión cultural hemos visto que la Historia de las Matemáticas revela los vínculos recíprocos entre la Matemática y la Filosofía, el Arte, las Ciencias Sociales y en general cualquier manifestación de la Cultura, sirviendo de lugar de encuentro y punto de convergencia e intimidad entre las diversas disciplinas matemáticas y las múltiples disciplinas llamadas humanísticas y artísticas. La ignorancia o el desprecio de la topología de este terreno

compartido han alimentado la estéril polémica sobre las dos culturas. Como contrapunto y antídoto contra actitudes introvertidas en las Matemáticas que conducen a su aislamiento cultural y social y a la atrofia de la educación matemática, escribe Lusa (*Seminario Permanente de Historia de la Matemática*. Butlletí de la secció de matemàtiques, n. 16, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, 1984, p. 5):

La escisión de los saberes, no sólo en dos, sino en mil culturas, hace necesario el fortalecimiento de elementos integradores que estimulen la interdisciplinariedad y el reencuentro de los saberes. La Historia de la Ciencia marca un camino seguro hacia esa reintegración cultural.

Por supuesto que la Historia de las Matemáticas muestra ante todo y de forma palmaria la más conocida relación entre las Matemáticas y sus aplicaciones externas, las ciencias en general y las diversas técnicas (en cuya interacción han surgido gran cantidad de ideas matemáticas importantes), y desde el punto de vista sociológico, permite conocer las fuerzas sociales y productivas que contribuyeron a su desarrollo. Pero con base en la Historia de la Matemática hemos visto que la Matemática es mucho más que un lenguaje y una herramienta al servicio de las ciencias y las técnicas. No queremos infravalorar, ni mucho menos, la condición instrumental de la Matemática, ya que tiene un valor trascendente, toda vez que la buena parte de los estudiantes así la concebirán y en ese sentido la aplicarán en su futura vida académica, profesional y personal. Pero, con cierto espíritu platónico nos hemos propuesto dignificar la condición de la Matemática, más allá de sus funciones instrumentales, para mostrar su inconmensurable dimensión cultural como puente que enlaza la cultura humanística y la artística con la científica.

Parece que por fin empiezan a conseguir sus frutos las proclamas, observaciones, consideraciones y razonamientos de tantos ilustres matemáticos, historiadores y profesores (Poincaré, Klein, Toeplitz, Köthe, Bell, Courant, Polya, Piaget, Lakatos, Boyer, Koiré, Colemus, Kline, Hardy, Babini, Vera, Puig Adam, Santaló, Mankiewicz, Castelnuovo, Dunham M. de Guzmán), que han ido aportando, en época reciente, numerosas ideas al respecto.

Para terminar de sustentar nuestros argumentos, finalizamos completando la cita que encabeza la introducción de este escrito (Boyer, 1949: Prefacio de la segunda edición); su autor es, hoy todavía, el referente más importante sobre Historia de la Matemática:

La Ciencia es tanto un hábito de pensamiento como una forma de vida y las Matemáticas son tanto un aspecto de la Cultura como una colección de algoritmos. La Historia de los temas matemáticos nunca puede sustituir al trabajo de laboratorio, pero puede servir de forma efectiva para atemperar el mutuo desconocimiento y la falta de comprensión, a veces demasiado frecuentes, entre las humanidades y las ciencias.

Bibliografía

- BELL, E. (1985), *Historia de las Matemáticas*, México, Fondo de Cultura Económica, Cap. 1.
- BOYER, C. (1949), *History of the Calculus and its conceptual development*, New York, Dover, Prefacio.
- BOYER, C. (1986), *Historia de las Matemáticas*, Madrid, Alianza Universidad Textos.
- BRUNSCHVICG, L. (1972), *Les étapes de la Philosophie Mathémat*, París, Blanchard.
- COLERUS, E. (1972), *Breve historia de las Matemáticas*, 2 vols., Madrid, Doncel.
- DESCARTES, R. (1983), *Discurso del Método / Reglas para la dirección de la mente*, Barcelona, Orbis.
- FERREIRÓS, J. (2000), «El valor cultural de la Matemática». A: DURÁN, A. (ed.), *El Valor de las Matemáticas*, Sevilla, Universidad de Sevilla, Cap. 5, 97-116.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (1991), «Historia de la Matemática: Integración cultural de las Matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza». A: *Enseñanza de las Ciencias*. Barcelona, ICE Universitat Autònoma de Barcelona, Vol. 9/3, 281-289.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2000), «Matemáticas y matemáticos en el mundo griego». A: DURÁN, A. (ed.), *El legado de las Matemáticas: de Euclides a Newton*, Sevilla, Universidad de Sevilla, Cap. 1, 24-75.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. (2001), «La implicació de la matemàtica en l'educació, segons Plató», *Butlletí d'ABEAM (Associació de Barcelona per a l'Estudi i l'Aprenentatge de les Matemàtiques)*, **10**, 13-15.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2001), *Pitágoras, el filósofo del número*, Madrid, Nivola, Caps. 1, 2, 8, 5.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2001), «La aparición de los inconmensurables», *Mundo Científico*, **220**, 56-63.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2001), «Legado y herencia de Pitágoras», *APUNTES DE CPR (CPR Palencia)*, **10**, 16-21.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2002), «Pitágoras. El umbral del Pensamiento occidental». A: CARRILLO, J. (ed.), *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas*, Huelva, Universidad de Huelva, Cap. 2, 77-117.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2003), «Els sòlids pitagòricoplatoònics. Geometria, Art, Mística i Filosofia», *Revista BIAIX (FEEMCAT)*, **21**, 10-24.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2003), *Los orígenes de la Geometría Analítica*, Tenerife, Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia, Materiales de Historia de la Ciencia, Caps. 1, 7.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2003), «La Geometría en la creatividad de Gaudí», *Apuntes de CFIE (CPR Palencia)*, **12**, 20-27.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2004), «La Historia de la Matemática como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza», *Revista SUMA (FESPM)*, **45**, 17-28.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2005), «La Geometría en la Arquitectura de Gaudí». A: *Actas de las XII JAEM (Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas) de Albacete*, FESPM, 201-222.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2006), *Platón y la Academia de Atenas*, Madrid, Nivola.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M., *Platón. Matemática en la Filosofía y Filosofía en la Matemática*. <http://www.divulgamat.net/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Inprimaketak/Platon.asp>.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M., *Pitágoras. Umbral del pensamiento occidental*. <http://www.divulgamat.net/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Inprimaketak/pitagoras.asp>.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M., *La Matemática vertebradora de la Cultura*. <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/Hasierakolkasgaiak/Leclnagural9596PMGU.pdf>
- HARDY, G. (1999), *Apología de un matemático*, Madrid, Nivola.
- HORMIGÓN, M. (2002), «Matemáticas y cultura a través de la historia». A: CARRILLO, J. (ed.), *Refle-*

xiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas, Huelva, Universidad de Huelva, Cap. 1, 23-76.

LAWLOR, R. (1993), *Geometría Sagrada. Filosofía y Práctica*, Madrid, Debate.

LUSA, G. (1984), «Seminario Permanente de Historia de la Matemática», *Butlletí de la Secció de Matemàtiques*, Institut d'Estudis Catalans, **16**, 4-7.

MONTESINOS, J. (2000), *Historia de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria*, Madrid, Síntesis.

ODIFREDDI, P. (2007), *Pluma, pincel y batuta. Las tres envidias del matemático*, Madrid, Alianza Editorial.

PEDOE, D. (1979), *La Geometría en el Arte*, Barcelona, Gustavo Gili.

PLATÓN (1969), «Timeo, República, Menón, Leyes». A: *Obras Completas*, Madrid, Aguilar.

RUSSELL, B. (1995), *Historia de la filosofía occidental*, 2 vols., Madrid, Austral.

SANTALÓ, L. (1993), *La matemàtica: una filosofia i una tècnica*, Vic-Girona, Eumo, Caps. 1, 2.

SPENGLER, O. (1998), *La decadencia de Occidente*, Madrid, Austral, Cap. I.1.

THUILLIER, P. (1992), *Las pasiones del conocimiento*, Madrid, Alianza Universidad, Caps. 1, 3.

WHITEHEAD, A. (1979), «La Matemática como elemento en la historia del pensamiento». A: GRIJALBO (ed.), *SIGMA, el mundo de las Matemáticas*, Vol. 1, 325-338.