

# L'ÀLGEBRA AL SEGLE XVI A ESPANYA. L'ARITHMETICA (1564) DEL GIRONÍ ANTIC ROCA

**MARIA ROSA MASSA ESTEVE**

CENTRE DE RECERCA PER A LA HISTÒRIA DE LA TÈCNICA.  
DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA I, UNIVERSITAT  
POLITÀCNICA DE CATALUNYA.

Paraules clau: *àlgebra, segle xvi, Antic Roca, aritmètica*

---

Spanish algebra in the sixteenth-century. The *Arithmetica* (1564) by Antic Roca

Summary: *In Spain, in the sixteenth-century, algebra was usually found as a chapter of Arithmetic. In this paper we will present some treats of Antic Roca's Arithmetica (1564) that we are analyzing.*

Key words: *algebra, sixteenth-century, Antic Roca, arithmetic*

---

## **Introducció**

Dos dels avenços més importants de les matemàtiques durant el segle XVII van ser la creació de la geometria analítica i el desenvolupament del càlcul infinitesimal. Ambdós es van assolir gràcies a les connexions entre les expressions algebraiques i les corbes, en utilitzar procediments algebraics per a resoldre problemes geomètrics. L'algebrització de les matemàtiques deguda, en gran part, a la difusió de les obres de François Viète (1540-1603), René Descartes (1596-1650) i Pierre de Fermat (1601-1665) va ser fonamental per al desenvolupament d'aquestes noves disciplines (Massa, 2001: 705-710).

Tanmateix, abans del segle XVII, es poden distingir dos grans blocs en el desenvolupament de l'àlgebra: el primer, amb l'àlgebra retòrica i

sincopada que resolvia essencialment problemes d'aritmètica mercantil, i un segon bloc, en el Renaixement, quan ja es van intentar les primeres classificacions d'equacions, segons el grau.

Aquesta contribució se situa entre els dos blocs i tracta de les primeres aritmètiques publicades a Espanya amb una part o un capítol anomenat «Art major» o àlgebra en relació amb l'«Art menor», nom que rebia a vegades l'aritmètica. Hi ha diversos estudis sobre la matemàtica espanyola al segle XVI i, en concret, sobre l'aritmètica mercantil. Citem, com més afins al nostre estudi, Rey Pastor (1934), López Piñero (1979), Malet i Paradís (1984), Salavert (1990 i 1994), Navarro (1999) i Docampo (2004). Però encara manquen estudis més aprofundits sobre els continguts de les aritmètiques que contenen l'art major per completar l'anàlisi de la introducció de les idees i procediments algebraics a la matemàtica espanyola.

El propòsit d'aquest article és presentar alguns trets de l'Art major, de l'*Arithmetica* de 1564 d'Antic Roca a fi de poder situar-la dins de les aportacions matemàtiques espanyoles del segle XVI.<sup>1</sup>

### **Algunes dades sobre el desenvolupament de l'àlgebra fins el 1564**

Cal destacar el paper fonamental que els àrabs han tingut en el desenvolupament de l'àlgebra. Al-khwarizmi (850 dC), matemàtic, astrònom i membre de la Casa de Sabiduria de Bagdad és considerat el creador de les regles de l'àlgebra. Va escriure *Kitab al-jabar wa'l-muqabala* (813-830) (*Llibre breu sobre el càlcul amb àlgebra*), traduït al llatí per Roberto de Chester amb el títol *Liber algebrae et almucabala* (Segòvia, 1145), d'on es diu que prové el nom actual d'àlgebra.<sup>2</sup> De fet, els conceptes i els continguts bàsics de l'àlgebra van passar a l'Europa cristiana a través de les traduccions llatines dels tractats àrabs.<sup>3</sup> Qui va difondre en el món occidental tots aquests coneixements va ser Leonardo de Pisa, fill de Bonacci (c. 1180-1250), que ha esdevingut conegut amb el nom de Fibonacci. A la seva obra *Liber abaci* (1202) es troben molts dels problemes tractats a les àlgebres àrabs, així com els mètodes de càlcul propis de la numeració hindú (Sigler, 2002: 554-615).

Als segles XIV i XV floriren les matemàtiques comercials amb la difusió de les *Aritmètiques mercantils*, obres que encara s'estan descobrint i analitzant.<sup>4</sup> En aquests llibres les regles àrabs

1. Amb Maryvonne Spiesser estem preparant un article que segurament aclarirà la importància d'aquesta aritmètica.

2. Existeix, a més, una altra traducció llatina de Gerard de Cremona (1150) i una traducció italiana de Guglielmo de Lunis (1215). L'obra d'Al-khwarizmi classificava les equacions fins a segon grau en sis tipus diferents i explicava el mètode per a resoldre-les. Vegeu la classificació i les regles a Al-khwarizmi (1986: 8-9).

3. Aquestes àlgebres (àrabs) constaven d'una part teòrica en què apareix, per exemple, la multiplicació de polinomis, i d'una part pràctica en què es resolen problemes relacionats amb el comerç i altres aspectes de la vida quotidiana, utilitzant la classificació de resolució de les equacions.

4. Al *Centro Studi della Matematica Medioevale* de la Universitat de Siena s'està portant a terme l'edició dels tractats mercantils d'aquest període amb l'ànim de fer possible una història més completa de l'àlgebra. Vegeu Franci & Toti Riggatelli (1985).

de resolució algebraica apareixen moltes vegades com un apèndix o bé com un capítol anomenat «Art major». El saber de moltes d'aquestes aritmètiques mercantils i de les àlgebres àrabs el va recollir Luca Pacioli (1447-1517) en una obra titulada *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni & Proportionalità* (1494) que fou, possiblement, l'enciclopèdia matemàtica més influent del Renaixement.<sup>5</sup> En termes de simbolisme, les característiques de les primeres àlgebres, a Itàlia, van ser l'ús de les lletres «p» i «m» per a representar la suma i la resta i la lletra «R» per a representar les arrels. Per a representar quantitats desconegudes, la majoria abreviaven «cosa» amb «co.», el quadrat o «census» amb «ce.», el cub amb «cu.», etc.

La influència de les àlgebres alemanyes, especialment textos com *Coss* (1525), de Christoff Rudolff (1499-1545); *Arithmetica Integra* (1543), de Michael Stifel (1487-1567), i també l'*Algebrae compendiosa facilisque descriptio* (1551), de Johann Scheubel (1494-1570), va ser també significant. A Alemanya, els autors empraven els signes «+» i «-» per a la suma i la resta, i el símbol «V» per a l'arrel quadrada. Per a representar les incògnites empraven usualment un símbol diferent per a cada potència.

A França, Nicolàs Chuquet (c. 1445-1488) va escriure el 1484 la *Triparty en la science des nombres* (publicada el 1840) que Etienne de la Roche (c. 1470-1530) va copiar i publicar, en part, a l'*Arismethique nouvellement composée* (Lió, 1520) (Spiesser, 2005: 129). Jacques Peletier (1517-1582), amb *L'Algèbre* (Lió, 1554), va ser un dels matemàtics que van contribuir al desenvolupament de l'àlgebra al segle XVI abans de Viète (Egmond, 1988: 141; Cifolletti, 1996: 121-142).<sup>6</sup>

A Espanya, al segle XVI, els primers textos impresos d'àlgebra apareixen com a capítols dins de textos d'aritmètica. Així, podem citar l'obra de Marco Aurel amb el títol complet de *Libro Primero de Arithmetica Algebraica, en el qual se contiene el arte Mercantil, con otras muchas Reglas del arte menor; y la Regla del Algebra, vulgarmente llamada Arte mayor, o Regla de la Cosa: sin la qual no se podra entender el decimo de Euclides, ni otros muchos primores, asi en Arithmetica como e Geometria: compuesto, ordenado, y hecho Imprimir por Marco Aurel, natural Aleman: Intitulado Despertador de ingenios. Va dirigido al muy magnifico Señor mossen Bernardo Cimon, Ciudadano de la muy insigne y coronada Ciudad de Valencia* (Aurel, 1552: portada). És un dels primers tractats impresos a la península Ibèrica, possiblement el primer, que conté àlgebra. Com es desprèn del títol, el contingut abraça des de l'aritmètica pròpiament mercantil fins a la regla de la cosa o de l'àlgebra, anomenada *Art major* (Rey

5. Més tard, Girolamo Cardano (1501-1576) a la seva obra *Artis Magnae sive de Regulis Algebraicis* (1545) ja va estudiar les equacions algebraiques de manera sistemàtica i com una branca diferenciada de les matemàtiques.

6. Peletier va escriure la seva àlgebra en francès, seguint l'*Arithmetica Integra* de Stifel i en la qual es poden apreciar influències italianes en el simbolisme. Per exemple, emprava les lletres «p» i «m» per a representar la suma i la resta (Peletier, 1554: 16). També podem citar Jean Borrel (Johannes Buteo, 1492-1572), que va escriure *Logistica quae et Arithmetica vulgo dicitur* (Lió, 1559) i emprava obres italianes com a fonts principals, i Pierre de La Ramée (Petrus Ramus, 1515-1572), que va escriure *Algebra* (París, 1560), emprant l'*Algebra* de Scheubel com a font.

Pastor, 1934: 100-103; Salavert, 1990: 77; Docampo, 2004: 549-556). L'obra consta de 24 capítols i no és sinó a partir del tretzè que defineix les notacions algebraïques i presenta la classificació d'equacions (Aurel, 1552: f. 68v-140r). Està basada en les aritmètiques de Rudolff i Stifel, utilitza les notacions alemanyes tant per a representar les potències com per a representar els símbols de les operacions (+, - i V). Aurel, com era habitual a l'època, degut a la forta influència italiana a les aritmètiques de la Corona d'Aragó (Salavert, 1990), s'havia llegit també la *Summa* de Pacioli. Va exercir una gran influència sobre l'*Arithmetica* d'Antic Roca.

Més tard, a Salamanca es va publicar l'*Aritmètica pràctica i especulativa* (*Arithmetica practica y speculativa*, 1562) de Juan Pérez de Moya, la més coneguda i difosa (Rey Pastor, 1934: 104-108; Malet-Paradís, 1984: 128-132). L'obra està dividida en nou llibres i en el setè tracta de la regla de la cosa o art major. Està basada en l'*Arithmetica* d'Aurel quant a continguts, però va rebre influències italianes com es pot comprovar en la notació (*p.*, *m.* i *r.*) (Pérez de Moya, 1562: 390). Va influir notablement en l'*Arithmetica* d'Antic Roca.

### L'*Arithmetica* d'Antic Roca

El gironí Antic Roca (c. 1530-1580) es va graduar el 1555 en arts i filosofia a la Universitat de Barcelona, de la qual el 1557 era ja mestre col·legiat i el 1559 va ser elegit catedràtic d'Arts. Després va estudiar matemàtiques i medicina. Va ser corrector de l'edició de 1560 del diccionari d'Elio Antonio de Nebrija (1444-1522) i va escriure diverses obres amb comentaris a l'obra d'Aristòtil. Però la seva obra més coneguda és l'*Arithmetica* de 1564.<sup>7</sup> Aquest autor és, doncs, un humanista: comenta Aristòtil, corregeix l'edició del diccionari de Nebrija i, al mateix temps, és metge i escriu una aritmètica plena de referències erudites.

Aquesta obra porta per títol: *Arithmetica, recopilación de todas las otras que se han publicado hasta agora por Antich Rocha* (Barcelona, 1564). Ja en el títol, Roca revela, en part, el seu propòsit: fer una recopilació de les altres aritmètiques publicades fins llavors. Al començament i abans del pròleg, Roca presenta un catàleg dels autors que ha emprat per a fer aquesta obra. Hi podem trobar citats autors clàssics com ara: Plató, Aristòtil, Euclides, Arquimedes i Ptolemeu, però també autors d'aritmètiques i àlgebres espanyols, francesos, italians o alemanys. Així, entre ells (poso entre parèntesis com apareixen citats a Roca), Chuquet (Nicolas Chuquet), Pacioli (Lucas de Burgo), Stiffel (Michael Stelfio), De la Rocha (Estevan de la Rocha), Scheubel (Ioan Scheubelio), Peletier (Jacobo Paletario), Borrel (Ioan Buteo), Ramus (Pedro Ramo), Pérez de Moya (Ioan Perez de Moya). Més endavant i abans del pròleg, hi trobem un altre catàleg d'autors, que Roca assenyala que han estat emprats per a escriure la segona part. D'aquesta segona llista, destaquem Guillermo de Lunis, Fibonacci (Leonardo Pisano) i Marco Aurel Aleman.

7. A més, Roca afegeix al final de l'*Arithmetica* la primera impressió, apareguda a Espanya, d'un manual de comptabilitat per partida doble, la traducció de la *Pratique pour brièvement apprendre à chiffrer et tenir livres de comptes* de l'autor alemany Valentin Menher.

Malgrat que sembla haver llegit tantes aritmètiques, Roca emprà una notació pròpia. Per a representar la suma i la resta no utilitza ni la notació italiana ni l'alemanya d'Aurel; escriu «ma» per a representar més («más») i «me» per a representar menys («menos»). Per a les potències emprà la mateixa notació que Pérez de Moya, és a dir, d'influència italiana.

L'*Arithmetica* està escrita en llengua vernacular i l'estil matemàtic és directe i simple, propi del gènere mercantil. No hi ha demostracions, ni construccions geomètriques, presenta només càlculs, regles, moltes definicions i resolucions de problemes mercantils. L'edició de 1564 (n'hi ha una de posterior de 1565) té 269 folis, es divideix en dues parts, cadascuna de les quals consta de quatre llibres, i una única numeració. La primera part del llibre és bàsicament una aritmètica pràctica, el contingut és estàndard, és a dir, els nombres, sumar, restar, multiplicar, dividir, trencats, progressions, arrels quadrades i cúbiques d'enters i de trencats i les proves corresponents;<sup>8</sup> la segona part està dedicada als mètodes de resolució de problemes característics de les aritmètiques mercantils, i és aquí on es troba la «regla de la cosa» de la qual parlarem més endavant.<sup>9</sup>

Comença l'*Arithmetica* amb un pròleg titulat: «Pròleg que demostra com s'ha d'ensenyar l'Aritmètica» («Prologo que demuestra como se ha de enseñar la Arithmetica») (Roca, 1564). Aquí Roca assenyala dues idees: una, per ensenyar bé una ciència cal no tractar en ella coses d'altres ciències i, l'altra, el que es tracti s'ha de presentar en l'ordre convenient. Sobre aquests dos preceptes incideix aclarint que hi ha altres aritmètiques que, o bé la barregen amb altres ciències, o bé no guarden l'ordre natural. Posa exemples i diu que prendrà com a model el mètode d'ensenyar de Plató i Aristòtil. Roca intenta fer una compilació presentant els resultats de forma didàctica, és a dir, el que pretén és ensenyar i, a més, ser un bon mestre.

### L'art major a l'*Arithmetica* d'Antic Roca

El llibre quart de la segona part «en el qual es tracta l'art major» consta de dinou capítols. Els cinc primers tracten de les operacions amb les arrels quadrades dels nombres irracionals (f. 223v-235r); del capítol sisè al vuitè tracta de les operacions amb les arrels cúbiques (f. 236v-239r); del novè a l'onzè tracta dels binomis i dels residus (f. 239v-250v); del dotzè al dinovè tracta de la regla de la cosa amb la qual dedueix la classificació de les equacions i les seves solucions (f. 251r-268v).

8. Tot i això, el primer llibre de la primera part tracta de l'*Arithmetica especulativa* (f. 1r-5r); el segon, ja sota el títol d'*Arithmetica practica*, conté els nombres i les operacions de sumar i restar (f. 5v-24v); el tercer tracta de les operacions de multiplicar i dividir (f. 25r-56v), i, finalment, el llibre quart versa sobre els trencats i les seves operacions, les progressions i les arrels quadrades i cúbiques (f. 57r-95v).

9. El primer llibre de la segona part conté la regla de tres, les proporcions, tipus de proporcions, operacions amb proporcions, espècies de regla de tres i molts problemes (f. 96r-137v); el segon conté problemes sobre regles de companyies, de mescles, de testaments i d'intercanvis (f. 138r-171v); el tercer conté problemes de canvis, de monedes, d'una i dues falses posicions i de les regles dels signes (f. 172r-222v), i, finalment, el llibre quart conté l'art major (f. 223r-268v).

Roca especifica que l'art major es basa en el coneixement de quatre operacions: la dels nombres quadrats, la dels nombres cúbics, la dels binomis i la regla de la cosa (Roca, 1564: 223r). Per tant, la regla de la cosa és una operació de l'art major que és una part de l'aritmètica. De fet, aquesta idea pot provenir de Chuquet (Spiesser, 2005: 152), ja que les altres probables fonts com Pacioli, Aurel i Pérez de Moya consideren l'art major, la regla de la cosa i l'àlgebra una mateixa cosa. (Pacioli, 1494: f. 111v; Aurel, 1552: portada; Pérez de Moya, 1562: 387). Roca remarca que altres autors no han dubtat a anomenar *regla de la cosa* tot l'art major, ja que és la regla per excel·lència: «ella és la clau i la porta de tots els secrets i contemplacions que es poden trobar a l'Aritmètica»<sup>10</sup> (Roca, 1564: f. 252r). Aquestes paraules ens recorden les de Chuquet: «Aquesta regla és la clau, l'entrada i la porta dels abismes que es troben a la ciència dels nombres»<sup>11</sup> (Chuquet, 1484: f. 83v).

Pel que fa als caràcters que representen les incògnites, Roca empra la mateixa notació que Pérez de Moya d'influència italiana. Així, el nombre és representat per *N.*; la incògnita, anomenada *Cosa* o *Radix*, és representada per *Co.*; el quadrat, anomenat *Censo.*, per *Ce.*; el cub, anomenat *Cubo.*, per *Cu.*, etc. Tanmateix, Roca els descriu com caràcters que serveixen per a les proporcions contínues seguint el llibre nou d'Euclides. Aquesta referència a Euclides només l'he trobada en un comentari de Chuquet (Chuquet, 1484: f. 141v). Segons Roca, el fi de la regla de la cosa és trobar els nombres proporcionals massa dubtosos, i aquí de nou trobem similituds amb Chuquet i Pérez de Moya (Roca, 1564: f. 252r; Chuquet, 1484: f. 87r; Pérez de Moya, 1562: 387).

Quan ha de tractar les equacions (ell les anomena *igualacions*), Roca remarca que cada autor dóna un nombre diferent de tipus i que ell farà com Aurel, en prendrà 8'4 de simples (amb dos termes) i 4 de compostes (amb tres termes). L'ordenació dels caràcters en proporció contínua li permet tractar les equacions amb graus qualssevol consecutius i reduir els tipus a dos: un per a les simples i un altre per a les compostes. Roca expressa les equacions en llenguatge retòric i no té en compte el zero com a solució de l'equació. En canvi, considera la possibilitat de dues solucions dins de l'equació de segon grau, encara que a vegades els resultats no són del tot correctes.

Tot i que l'obra ha rebut les influències de les aritmètiques de Chuquet, Aurel i Pérez de Moya, entre d'altres, Roca en fa una compilació amb criteri propi. No ho pren tot, sinó únicament el que considera essencial per a aprendre l'aritmètica. Així, al final, explica que en les equacions no és pas necessari prendre 8 tipus o 10 tipus, i mostra que es poden reduir a dos tipus. Per a dur a terme aquesta reducció, Roca empra els caràcters ordenats en proporció contínua i d'aquesta manera contribueix al tractament de les equacions amb una classificació més general.

10. [«ella es la llave y la puerta de todos los secretos y contemplaciones que se puedan hallar en Arithmetica.»]

11. [«Cette règle est la clef, l'entrée et la porte des abismes qui sont en la science des nombres.»]

## Bibliografia

- AUREL, M. (1552), *Libro primero de Arithmetica Algebratica, en el qual se contiene el arte Mercantivol, con otras muchas Reglas del arte menor, y la Regla del Algebra, vulgarmente llamada Arte Mayor, o Regla de la cosa: sin la qual no se podrá entender el décimo de Euclides, ni otros muchos primores, asi en Arithmetica como en Geometria: compuesto, ordenado, y hecho Imprimir por Marco Aurel, natural Aleman: Intitulado Despertador de ingenios. Va dirigido al muy magnifico señor mossen Bernardo Címon, Ciudadano de la muy insigne y coronada Ciudad de Valencia*, València, En casa de Joan de Mey.
- AL-KHWARIZMI (1986), *The algebra of Moham-med ben Musa*, edició i traducció de F. Rosen, Hildesheim, Zurich, Nova York, Georg Olms Verlag. [1a ed., 1831, Londres]
- CHUQUET, N. (1484), «Le triparty en la science des nombres par Maître Nicolas Chuquet parisien, d'après le manuscrit fonds français, n° 1346 de la Bibliothèque Nationale de Paris». A: MARRE, A. (ed.) (1880), *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e fisiche* [Roma, Tipografia delle Scienze; 13], 736-814.
- CIFOLETTI, G. C. (1996), «The creation of the history of algebra in the sixteenth century». A: GOLDSTEIN, C.; GRAY, J.; RITTER, J. (ed.), *L'Europe mathématique: Histoires, mythes, identités*, Paris, Éditions de la Maison des Sciences de l'Homme, 121-142.
- DOCAMPO, J. (2004), «La formación matemática del mercader catalán 1380-1521. Análisis de fuentes manuscritas». Tesis doctoral, Universidade de Santiago de Compostela.
- EGMOND, W. van (1988), «How Algebra came to France». A: HAY, C. (ed.), *Mathematics from manuscript to Print 1300-1600*, Oxford, Clarendon Press, 127-144.
- FRANCI, R.; TOTI RIGATELLI, L. (1985), «Towards a history of algebra from Leonardo of Pisa to Luca Pacioli», *Janus*, **72**, 17-82.
- LÓPEZ PIÑERO, J. M. (1979), *Ciencia y técnica en la sociedad española de los siglos XVI y XVII*, Barcelona, Labor.
- MALET, A.; PARADÍS, J. (1984), *Els orígens i l'ensenyament de l'àlgebra simbòlica*, Barcelona, Universitat de Barcelona.
- MASSA ESTEVE, M. R. (2001), «Las relaciones entre el álgebra y la geometría en el siglo XVI», *Llull*, **24**, 705-725.
- NAVARRO, V. et al. (1999), *Bibliographia physico-mathematica hispanica (1475-1900)*, vol. I: *Libros y folletos, 1475-1600*, València, Universidad de Valencia, CSIC.
- PACIOLI, L. (1494), *Summa de arithmetica, geometria, proportioni & proportionalità*, Venècia, Pagani-no de Paganini.
- PELETIER, J. (1554), *L'algèbre*, Lió, Jan de Tournes.
- PÉREZ DE MOYA, J. (1562), *Arithmética práctica y speculativa del bachiller Juan Pérez de Moya, agora nuevamente corregida y añadidas por el mismo autor muchas cosas con otros dos libros y una tabla muy copiosa de las cosas más notables de todo lo que en este libro contiene*, Salamanca, [s. n.].
- REY PASTOR, J. (1934), *Los matemáticos españoles del siglo XVI*, Madrid, Biblioteca Scientia.
- ROCA, A. (1564), *Arithmetica recopilación de todas las otras que se han publicado hasta agora*, Barcelona, Claudio Bornat.
- SALAVERT FABIANI, V. (1990), «Introducción a la historia de la aritmética práctica en la Corona de Aragón en el siglo XVI», *Dynamis: Acta Hispanica ad Medicinae Scientiarumque Historiam Illustrandam*, **10**, 63-91.
- (1994), «Aritmética y sociedad en la España del siglo XVI». A: GARMA, S.; FLAMENT, D.; NAVARRO, V. (ed.), *Contra los titanes de la rutina: Encuentro, en Madrid, de investigadores hispano-franceses sobre la historia y la filosofía de la matemática*, Madrid, CSIC, 51-69.
- SIGLER, L. E. (trad.) (2002), *Fibonacci's Liber Abaci, a translation into modern English of Leonardo Pisano's book of calculation*, Nova York, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences, Springer.
- SPIESSER, M. (2005), «L'oeuvre de Nicolas Chuquet dans le contexte des savoirs mathématiques de la fin du XV<sup>e</sup> siècle». A: *Histoire littéraire de la France*, tom 43, fasc. 1, 129-172.

